

NGHIÊN CỨU PHÁT TRIỂN THUẬT TOÁN NỘI SUY ĐƯỜNG NURBS THEO THỜI GIAN THỰC TRONG CÁC HỆ THỐNG CNC 3 TRỤC

STUDY AND DEVELOPMENT OF A NURBS INTERPOLATOR IN 3-AXIS CNC SYSTEMS

Nguyễn Hữu Quang, Bành Tiến Long
Viện Cơ khí, Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

TÓM TẮT

Bài báo trình bày một phương pháp nội suy CNC theo thời gian thực các biên dạng phức tạp biểu diễn bằng phương trình tham số NURBS. Trong phương pháp này, thuật toán nội suy dựa trên dữ liệu biểu diễn đường NURBS (điểm điều khiển, trọng số, tham số nút) và tốc độ yêu cầu (feedrate) để tính online tọa độ điểm nằm trên quỹ đạo trong từng chu kỳ trích mẫu, do đó khắc phục được các nhược điểm của phương pháp tính quỹ đạo offline dựa trên các phần mềm CAM.

Từ khóa: Nội suy CNC, NURBS, CAD/CAM, LinuxCNC.

ABSTRACT

This paper presents a method of real-time CNC interpolation for complex curved profiles described by NURBS parametric equations. In this method, the interpolation algorithm uses geometric parameters of the NURBS curve (control points, weights, knot values) to calculate positions on the curve for each sampling period, so it will overcome drawbacks of the conventional method that calculates offline the trajectory in CAM softwares.

Keywords: CNC interpolation, NURBS, CAD/CAM, LinuxCNC.

1. GIỚI THIỆU

Hiện nay, các dạng bề mặt tham số được sử dụng rộng rãi trong các phần mềm CAD khi thiết kế các chi tiết cơ khí phục vụ cho nhiều ngành sản xuất khác nhau, như công nghiệp ô tô, công nghiệp hàng không, tàu thủy, gia công khuôn mẫu, ... Trước khi gia công CNC, các bề mặt này thường được rời rạc hóa thành một tập hợp các đường cong tham số, sau đó các đường cong tham số lại được xử lý tiếp

để tạo thành chương trình NC. Do phần lớn các bộ điều khiển CNC chỉ hỗ trợ chức năng nội suy tuyến tính (G01) và nội suy cung tròn (G02, G03), nên các đường cong tham số thường được xấp xỉ bằng chuỗi đoạn thẳng hoặc cung tròn. Để đạt được độ chính xác cần thiết thì số lượng đoạn thẳng hoặc cung tròn phải đủ lớn và chiều dài mỗi đoạn thường rất ngắn, dẫn đến nhiều nhược điểm [1], [2].

Nội dung bài báo này trình bày các thuật

toán cơ bản để nội suy đường NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) theo thời gian thực. Đường NURBS là dạng đường cong tham số tổng quát, được hỗ trợ trong nhiều hệ CAD/CAM và có nhiều ưu điểm, như khả năng biểu diễn mạnh, có thể biểu diễn chính xác các đường cong phân tích (analytic curves) và đường cong tự do (free-form curves)... Giới hạn áp dụng của phương pháp trình bày trong bài báo là cho các hệ thống CNC 3 trục, ở đó, dụng cụ cắt không thay đổi hướng khi di chuyển trên quỹ đạo.

2. PHƯƠNG PHÁP NỘI SUY NURBS

2.1. Đường cong tham số NURBS

Đường NURBS bậc p với tham số u được định nghĩa như sau [3]:

$$C(u) = \begin{bmatrix} x(u) \\ y(u) \\ z(u) \end{bmatrix} = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i} \quad (1)$$

Trong đó, $P_i = [X_i, Y_i, Z_i]^T$ là điểm điều khiển, w_i là trọng số. $N_{i,p}(u)$ là hàm cơ sở B-Spline bậc p được định nghĩa bằng công thức truy hồi sau đây:

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in [u_i, u_{i+1}) \\ 0, & u \notin [u_i, u_{i+1}) \end{cases} \\ N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \end{cases} \quad (2)$$

Trong công thức (2), u_i là tham số nút và là phần tử của tập tham số nút $[u_0, u_1, \dots, u_m]$, $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_m$. Khi tất cả các trọng số w_i đều bằng 1 thì đường NURBS trở thành đường B-spline với phương trình tham số như sau [3]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad (3)$$

2.2. Nguyên lý cơ bản nội suy đường NURBS theo thời gian thực

Ký hiệu $V(u)$ là tốc độ tiến dao khi thực hiện chuyển động tạo hình dọc theo đường NURBS $C(u)$. Từ hình học vi phân ta có quan hệ sau:

$$V = \left\| \frac{dC(u)}{dt} \right\| = \left\| \frac{dC(u)}{du} \cdot \frac{du}{dt} \right\| = \|C'(u)\| \frac{du}{dt} \quad (4)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{du}{dt} = \frac{V}{\|C'(u)\|} \quad (5)$$

Gọi T là chu kỳ nội suy và ký hiệu

$u_k = u(kT)$. Với chu kỳ T rất nhỏ (khoảng 1 ms), ta có công thức xấp xỉ sau đây:

$$u_k \approx u_{k-1} + T \frac{du}{dt} = u_{k-1} + \frac{VT}{\|C'(u_{k-1})\|} \quad (6)$$

Từ (6) có thể đề xuất các bước tính toán cơ bản trong một chu kỳ nội suy đường NURBS như sau: (1) Tính tốc độ V (feedrate scheduling); (2) Tính giá trị tham số u; (3) Tính tọa độ điểm nội suy từ tham số u. Ở bước thứ nhất, V được tính dựa trên dữ liệu trong mã G-code và biểu đồ tăng tốc/giảm tốc, cũng như các tín hiệu vận hành máy (feed override, feed hold,...). Ở bước thứ hai, V được thay vào (6) để tính giá trị mới cho tham số u là u_k . Trong bước cuối cùng, tọa độ điểm nội suy $C(u_k)$ được tính dựa vào phương trình tham số của đường NURBS.

3. MỘT SỐ VẤN ĐỀ TÍNH TOÁN

3.1. Tính tọa độ và đạo hàm đường NURBS

Từ đường NURBS $C(u)$ ta định nghĩa 2 đường B-spline sau đây:

$$\mathbf{A}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i \mathbf{P}_i \quad (7)$$

$$B(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i \quad (8)$$

Từ (1) có quan hệ sau:

$$\mathbf{C}(u) = \frac{\mathbf{A}(u)}{B(u)} \quad (9)$$

Với mỗi giá trị $u \in [u_i, u_{i+1})$ có đúng $(p+1)$ hàm cơ sở B-spline nhận giá trị khác 0, đó là $N_{i-p}, \dots, N_{i,p}$. Thuật toán tính các hàm cơ sở này được trình bày chi tiết trong [3]. Từ đó tính được $\mathbf{A}(u)$, $B(u)$ theo (7), (8), và tính $\mathbf{C}(u)$ theo (9).

Ngoài ra, từ (9) ta có:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}'(u) &= \left(\frac{\mathbf{A}(u)}{B(u)} \right)' = \frac{\mathbf{A}'(u)B(u) - \mathbf{A}(u)B'(u)}{B^2(u)} \\ &= \frac{\mathbf{A}'(u) - \mathbf{C}(u)B'(u)}{B(u)} \end{aligned} \quad (10)$$

Từ (7) và (8) suy ra:

$$\mathbf{A}'(u) = \sum_{i=0}^n N'_{i,p}(u) w_i \mathbf{P}_i \quad (11)$$

$$B'(u) = \sum_{i=0}^n N'_{i,p}(u) w_i \quad (12)$$

Trong (11) và (12), $N'_{i,p}(u)$ tính được từ mối liên hệ sau [3]:

$$N'_{i,p} = p \left(\frac{N_{i,p-1}}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) \quad (13)$$

3.2. Tính tốc độ

Thuật toán trình bày dưới đây thực hiện

tính tốc độ theo biểu đồ hình thang. Gọi V_c, V_f, V_s lần lượt là tốc độ hiện tại, tốc độ yêu cầu và tốc độ cuối của đoạn đường NURBS $\mathbf{C}(u)$; L là tổng chiều dài của $\mathbf{C}(u)$ và L_R là phần chiều dài còn lại ($L_R = L$ khi bắt đầu nội suy); A_{max} là gia tốc tăng tốc/giảm tốc. Ta cần tính tốc độ V_n cho chu kỳ tiếp theo.



Hình 1. Minh họa thuật toán tính tốc độ

Đặt giá thiết tốc độ trong chu kỳ tiếp theo là V_s và nằm trên sườn giảm tốc của biểu đồ hình thang. Với giá thiết này, biểu đồ tốc độ từ hiện tại tới khi kết thúc đoạn đường NURBS (thời điểm t_f), như hình 1. Phần diện tích phía dưới biểu đồ tốc độ chính là L_R .

Ta có:

$$L_R = \frac{(V_c + V_s)T}{2} + \frac{(V_s + V_f)(t_f - T)}{2} \quad (14)$$

$$V_s = V_f + A_{max}(t_f - T) \quad (15)$$

Từ (14) và (15) rút ra phương trình bậc hai với ẩn t_f như sau:

$$A_{max}^2 t_f^2 + (2V_f - A_{max}T)t_f + (V_c - V_f)T - 2L_R = 0 \quad (16)$$

Từ nghiệm t_f của (16) tính được V_s theo (15), và tính V_n như sau:

- Điều chỉnh $V_s = V_f$ nếu $V_s > V_f$.
- Tính gia tốc $A = (V_s - V_c) / T$. Nếu $A > A_{max}$ thì điều chỉnh $A = A_{max}$; nếu $A < -A_{max}$ thì điều chỉnh $A = -A_{max}$.
- Cuối cùng, tính $V_n = V_c + AT$.

3.3. Tính độ dài đường NURBS

Độ dài L của $C(u)$ cần phải tính để sử dụng khi tính tốc độ (mục 3.2). Ta có biểu thức sau:

$$L = \int_{u_0}^{u_n} \left(\sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz}{du}\right)^2} \right) du$$

$$= \int_{u_0}^{u_n} \|C'(u)\| du = \int_{u_0}^{u_n} f(u) du \quad (17)$$

Tích phân (17) trong trường hợp tổng quát là rất khó giải theo phương pháp giải tích. Trong nghiên cứu này, phương pháp Simpson thích nghi (Simpson adaptive formula) được lựa chọn để tính L theo phương pháp số [4].

4. CÀI ĐẶT VÀ THỬ NGHIỆM

Phần mềm nguồn mở LinuxCNC [5] được lựa chọn làm nền tảng để cài đặt và thử nghiệm thuật toán nội suy NURBS. Do có kiến trúc module hóa, LinuxCNC cho phép người dùng có thể nghiên cứu và chỉnh sửa từng phần mã nguồn, trong khi kế thừa các phần khác. Trong Nghiên cứu này, chúng tôi cài đặt các thuật toán của mình trong module EMCOT của LinuxCNC. Đây là module thời gian thực, có chu kỳ trích mẫu là 1 ms, và được lập trình bằng ngôn ngữ C.

Thuật toán nội suy NURBS được thử nghiệm trên máy phay CNC 3 trục NOVAMILL phục vụ đào tạo. Đường NURBS thử nghiệm là biên dạng hình cánh bướm. Sau khi nhập vào các dữ liệu biểu diễn đường NURBS, thuật toán nội suy điều khiển chuyển động của các trục X, Y và vẽ được biên dạng này như hình 2.



Hình 2. Biên dạng hình cánh bướm được vẽ bởi thuật toán nội suy NURBS

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày nguyên lý cơ bản và một số vấn đề tính toán cụ thể của thuật toán nội suy đường NURBS theo thời gian thực cho hệ thống CNC 3 trục. Dựa trên phần mềm nguồn mở LinuxCNC, thuật toán nội suy NURBS đã được cài đặt và thử nghiệm với các kết quả bước đầu thành công. Các kết quả này mở ra triển vọng trong việc ứng dụng hệ điều khiển số kiểu PC-based và phần mềm nguồn mở để nghiên cứu, phát triển các thuật toán nội suy NURBS, cũng như các thuật toán tiên tiến khác trong hệ thống CNC. ❖

Ngày nhận bài: 05/02/2017

Ngày phản biện: 18/02/2017

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Bành Tiến Long, Nguyễn Hữu Quang; "Phương pháp nội suy đường cong NURBS theo thời gian thực trong các hệ thống điều khiển số CNC," Tạp chí Khoa học Công nghệ các trường Đại học Kỹ thuật, 114 (2016), 48-53.
- [2]. Nguyễn Hữu Quang, Bành Tiến Long; "Phương pháp nội suy NURBS kết hợp chức năng điều khiển tăng tốc, giảm tốc trong các hệ thống CNC," Kỷ yếu Hội nghị Khoa học và Công nghệ Toàn quốc về Cơ khí - Động lực 2016, 108-113.
- [3]. Les Piegl, Wayne Tiller, The NURBS book, 2nd ed. New York: Springer, 1996.
- [4]. Alfio Quarteroni, Fausto Saleri, Scientific Computing with MATLAB and Octave. Springer-Verlag, 2006.
- [5]. LinuxCNC. Website: <http://linuxcnc.org/>.