XÁC SUẤT PHÁ SẢN TRONG MÔ HÌNH BẢO HIỂM TỔNG QUÁT CÓ TÁC ĐỘNG CỦA LÃI SUẤT VỚI DÃY BIẾN NGẪU NHIÊN PHỤ THUỘC MARKOV

Phùng Duy Quang*, Phan Thị Hương
Trường Đại học Ngoại thương

TÓM TẮT

Trong bài báo này chúng tôi nghiên cứu mô hình bảo hiểm tổng quát có tác động của lãi suất. Có ba hướng tiếp cận để nghiên cứu xác suất phá sản/không phá sản: ước lượng bằng bất đẳng thức, phương pháp mô phỏng Monte- Carlo, tính chính xác. Bài báo này xây dựng công thức tính chính xác xác suất phá sản trong mô hình bảo hiểm tổng quát có tác động của lãi suất với dãy số tiền thu, dãy số tiền đòi trả và dãy lãi suất là các dãy biến ngẫu nhiên nhận giá trị nguyên dương, phụ thuộc Markov với dãy thu , dãy đòi trả và dãy lãi suất là độc lập với nhau. Kỹ thuật cơ bản được sử dụng trong bài báo là các công cụ của lý thuyết xác suất cổ điển.

Từ khóa: *Xác suất phá sản, xác suất không phá sản, xích Markov, quá trình rủi ro, công thức chính xác*

GIỚI THIỆU

Trong lý thuyết rủi ro cổ điển, hai mô hình rủi ro đã được nghiên cứu là *mô hình nhị thức phức hợp* với thời gian rời rạc, trong đó dãy số tiền đòi trả được giả thiết là biến ngẫu nhiên nhận giá trị nguyên dương, và *mô hình Poisson phức hợp* với thời gian liên tục, trong đó dãy số tiền đòi trả được giả thiết là biến ngẫu nhiên có phân bố xác suất liên tục tuyệt đối. Mặc dầu các mô hình liên tục được nghiên cứu phổ biến, nhưng các mô hình rời rạc cũng cung cấp một số ứng dụng và đặc biệt là đưa ra cách hiểu thực tế của các bài toán tốt hơn.

Gần đây, Picard và Lefèvre [1] đã đưa ra công thức dạng hiện, gọi là công thức Picark – Lefèvre (công thức P.L) để xác định xác suất không phá sản trong thời gian hữu hạn của mô hình Poisson phức hợp với dãy số tiền đòi trả bảo hiểm nhận giá trị nguyên dương. Đây là một cách tiếp cận quan trọng vì trong thực tế các bài toán xác định xác suất phá sản (không phá sản) đều đòi hỏi các kết quả thực nghiệm số (xem, DeVylder và Goovaerts [2]). Ý nghĩa quan trọng của công thức P. L đã được nghiên cứu bởi De Vylder and Goovaerts [3], Gerber [4], Ignatov, Kaishev and Krachunov [5].

Một nghiên cứu về công thức này có so sánh với các nghiên cứu khác cũng được cung cấp bởi De Vylder ([6], [7]) cũng đã đưa ra công thức tương tự cho mô hình Poisson phức hợp với dãy số tiền đòi trả là liên tục.

Một cách tiếp cận khác mà Rullière và Loisel [8] đã chỉ ra công thức P. L có liên hệ với định lý Ballot và công thức kiểu Seal (xem Seal [9]).

Trong công trình của Claude Lefèvre và Stéphane Loisel (xem [10]) đã xây dựng công thức tính chính xác xác suất phá sản cho mô hình cổ điển với giả thiết dãy số tiền đòi trả nhận giá trị nguyên dương nhưng chưa đề cập đến công thức tính chính xác xác suất phá sản cho mô hình tổng quát có tác động của lãi suất với vốn của công ty bảo hiểm ở thời kỳ t là:

$$U_t = U_{t-1}(1+I_t) + X_t - Y_t; t = 1, 2, ... (1)$$

Trong đó $U_o = u > 0$, u là số vốn ban đầu của hãng bảo hiểm, dãy số tiền thu bảo hiểm X $= \{X_i\}_{i\geq 1}$, dãy số tiền đòi trả bảo hiểm Y = $\{Y_j\}_{j\geq 1}$, dãy lãi suất $I = \{I_n\}_{n\geq 01}$ được giả thiết là dãy biến ngẫu nhiên không âm, độc lập cùng phân phối và các dãy biến ngẫu nhiên X, Y, I là độc lập với nhau.

Trên thực tế, vốn, thời gian t, số tiền thu bảo hiểm X_i ở lần thứ i, số tiền trả bảo hiểm Y_j ở

* *Tel: 0912 083250, Email: quangpd@ftu.edu.vn*

lần thứ j, đều nhận giá trị nguyên dương còn lãi suất I_t ở lần thứ t nhận giá trị dương (miền giá trị của X, Y, đều hữu hạn). Với giả thiết này, mục đích của bài báo là xây dựng công thức tính chính xác xác suất phá sản của mô hình (1) trong trường hợp các dãy X, Y, I là các xích Markov thuần nhất và X, Y, I độc lập với nhau. Bài báo đã sử dụng các kiến thức của Lý thuyết xác suất cổ điển đưa ra công thức tính chính xác xác suất phá sản (không phá sản) cho mô hình (1).

MÔ HÌNH VÀ CÁC GIẢ THIẾT

Xét mô hình (1) với các giả thiết sau:

Giả thiết 2.1: vốn ban đầu $U_o = u$, thời gian t nhận giá trị nguyên dương.

Giả thiết 2.2: dãy số tiền thu $X = \{X_i\}_{i\geq 1}$ nhận giá trị trong $E_X = \{1, 2, 3, ..., M\}$ là xích Markov thuần nhất với ma trận xác suất chuyển sau 1 bước: $P = [p_{ij}]_{M \times M}$:

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i)(\forall n = 1, 2, ...);$$

$$0 \leq p_{ij} \leq 1; \forall i, j \in E_X : \sum_{j \in E_X} p_{ij} = 1.$$

Phân phối ban đầu: $P(X_1 = i) = p_i \ (i \in E_X)$

$P(X_n \leq M < +\infty) = 1$, tức là dãy số tiền thu luôn bị chặn (hầu chắc chắn).

$P(X_n = 0) = 0 \Leftrightarrow P(X_n > 0) = 1$, tức là dãy số tiền thu dương (hầu chắc chắn).

Giả thiết 2.3: dãy số tiền đòi trả $Y = \{Y_i\}_{i\geq 1}$ nhận giá trị trong $E_Y = \{1, 2, 3, ..., N\}$ là xích Markov thuần nhất với ma trận xác suất chuyển sau 1 bước: $Q = [q_{ij}]_{N \times N}$:

$$q_{ij} = P(Y_{n+1} = j | Y_n = i)(\forall n = 1, 2, ...);$$

$$0 \leq q_{ij} \leq 1; \forall i, j \in E_Y : \sum_{j \in E_Y} q_{ij} = 1.$$

Phân phối ban đầu: $P(Y_1 = i) = q_i \ (i \in E_Y)$

$P(Y_n \leq N < +\infty) = 1$, tức là dãy số tiền đòi trả luôn bị chặn (hầu chắc chắn).

$P(Y_n = 0) = 0 \Leftrightarrow P(Y_n > 0) = 1$, tức là dãy số tiền đòi trả dương (hầu chắc chắn).

Giả thiết 2.4: dãy lãi suất $I = \{I_i\}_{i\geq 1}$ nhận giá trị trong $E_I = \{i_1, i_2, ..., i_H\}$ là xích Markov thuần nhất với ma trận xác suất chuyển sau 1 bước: $R = [r_{ks}]_{H \times H}$:

$$r_{ks} = P(I_{n+1} = i_s | I_n = i_k)(\forall n = 1, 2, ...);$$

$$0 \leq r_{ks} \leq 1; \forall k, s \in \{1, 2, .., H\} : \sum_{s=1}^{H} r_{ks} = 1.$$

Phân phối ban đầu: $P(I_1 = i_s) = r_s \ (s \in \{1, 2, ..., H\})$

$P(I_n \leq i_H < +\infty) = 1$, tức là dãy lãi suất luôn bị chặn (hầu chắc chắn).

$P(I_n = 0) = 0 \Leftrightarrow P(I_n > 0) = 1$, tức là dãy lãi suất dương (hầu chắc chắn).

Giả thiết 2.5: X, Y, I là độc lập với nhau.

Trước hết, từ (1.1) ta có:

$$U_t = u.\prod_{k=1}^{t}(1 + I_k) + \sum_{k=1}^{t-1}\left((X_k - Y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1 + I_j)\right) + X_t - Y_t, \quad (2)$$

Gọi T_u là thời điểm phá sản của công ty bảo hiểm: $T_u = \inf\{j : U_j < 0\}$.

Khi đó, xác suất phá sản của mô hình (1) đến thời điểm t được xác định như sau:

$$\psi_t^{(1)}(u) = P(T_u \leq t) = P\left(\bigcup_{j=1}^{t}(U_j < 0)\right), (3).$$

Và xác suất không phá sản của mô hình (1) đến thời điểm t xác định như sau:

$$\varphi_t^{(1)}(u) = 1 - \psi_t^{(1)}(u)$$

$$= P(T_u \geq t + 1) = P\left(\bigcap_{j=1}^{t}(U_j \geq 0)\right), (4).$$

Để xây dựng công thức tính xác suất (3) và (4). Trước hết, ta chứng minh bổ đề sau:

Bổ đề. Với mọi số dương u và các dãy số dương $\{x_i\}_{i=1}^{t}, \{y_i\}_{i=1}^{t}, \{i_j\}_{j=1}^{t}$.

Với mọi p mà $(1 \le p \le t-1)$ thỏa mãn:

$$y_p \le u\prod_{k=1}^{p}(1+i_k) + \sum_{k=1}^{p-1}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p}(1+i_j) + x_p \quad (5)$$

thì

$$u\prod_{k=1}^{p+1}(1+i_k) + \sum_{k=1}^{p}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p+1}(1+i_j) + x_{p+1} > 0, (6)$$

Chứng minh:

Nếu có (5), tức là

$$y_p \le u\prod_{k=1}^{p}(1+i_k) + \sum_{k=1}^{p-1}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p}(1+i_j) + x_p$$

$$\Leftrightarrow x_p - y_p \ge -u\prod_{k=1}^{p}(1+i_k) - \sum_{k=1}^{p-1}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p}(1+i_j)$$

Khi đó, ta có

$$u\prod_{k=1}^{p+1}(1+i_k) + \sum_{k=1}^{p}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p+1}(1+i_j) + x_{p+1}$$

$$= u\prod_{k=1}^{p+1}(1+i_k) + \sum_{k=1}^{p-1}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p+1}(1+i_j)$$

$$+(x_p - y_p)(1+i_{p+1}) + x_{p+1}$$

$$\ge u\prod_{k=1}^{p+1}(1+i_k) + \sum_{k=1}^{p-1}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p+1}(1+i_j)$$

$$+\left[-u\prod_{k=1}^{p}(1+i_k) - \sum_{k=1}^{p-1}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{p}(1+i_j)\right](1+i_{p+1})$$

$$+x_{p+1} = x_{p+1} > 0$$

Hay (6) đúng.□

Khi đó, ta có công thức tính xác suất không thiệt hại của mô hình (1):

Định lý. Với các giả thiết trên của mô hình (1) thì xác suất không phá sản đến thời điểm t được tính theo công thức:

$$\varphi_t^{(1)}(u) = \sum_{m_1,m_2,...,m_t=1}^{H}\ \sum_{x_1,x_2,...,x_t=1}^{M} r_{m_1}r_{m_1m_2}...r_{m_{t-1}m_t}p_{x_1}p_{x_1x_2}...p_{x_{t-1}x_t}$$

$$\left(\sum_{y_1 \le \left[u\prod_{k=1}^{1}(1+i_{m_k})+x_1\right]} \cdots \sum_{y_t \le \left[u\prod_{k=1}^{t}(1+i_{m_k})+\sum_{k=1}^{t-1}(x_k-y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+i_{m_j})+x_t\right]} q_{y_1}q_{y_1y_2}...q_{y_{t-1}y_t}\right) \quad (7)$$

Chứng minh

Trước hết, ta có:

A:=

$$\mathop{I}_{j=1}^{t}(U_j \ge 0) = \left[u\prod_{k=1}^{1}(1+I_k) + X_1 \ge Y_1\right]$$

$$\cap\left[u\prod_{k=1}^{2}(1+I_k) + \sum_{k=1}^{1}(X_k - Y_k)\prod_{j=k+1}^{2}(1+I_j) + X_2 \ge Y_2\right]\cap$$

$$\cap\left[u\prod_{k=1}^{3}(1+I_k) + \sum_{k=1}^{2}(X_k - Y_k)\prod_{j=k+1}^{3}(1+I_j) + X_3 \ge Y_3\right]\cap ...$$

$$\cap\left[u\prod_{k=1}^{t}(1+I_k) + \sum_{k=1}^{t-1}(X_k - Y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+I_j) + X_t \ge Y_t\right], (8)$$

Từ giả thiết 2.4 ta đặt $I_1 = i_{m_1}, I_2 = i_{m_2}, ..., I_t = i_{m_t}$ với $m_1, m_2, \ldots, m_t$ là các số nguyên dương thuộc tập $\{1, 2, ..., H\}$ thỏa mãn điều kiện: $1 \le m_1, m_2, ..., m_t \le H$.

Ký hiệu:

$$A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}} = \left(I_1 = i_{m_1}\right)\cap\left(I_2 = i_{m_2}\right)\cap ...\cap\left(I_t = i_{m_t}\right).$$

Khi đó, do dãy I là một xích Markov thuần nhất nên ta có:

$$P(A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}) = P\left[\left(I_1 = i_{m_1}\right)\cap\left(I_2 = i_{m_2}\right)\cap ...\cap\left(I_t = i_{m_t}\right)\right]$$

$$= P\left(I_1 = i_{m_1}\right).P\left(I_2 = i_{m_2}\middle|I_1 = i_{m_1}\right)...P\left(I_t = i_{m_t}\middle|I_{t-1} = i_{m_{t-1}}\right)$$

$$= r_{m_1}r_{m_1m_2}...r_{m_{t-1}m_t} \quad (9)$$

Từ giả thiết 2.2 ta đặt $X_1 = x_1$, $X_2 = x_2$, …, $X_t = x_t$ với $x_1, x_2, \ldots, x_t$ là các số nguyên dương thỏa mãn điều kiện: $1 \le i_1, i_2, ..., i_t \le R$. Ký hiệu:

$$B_{x_1x_2...x_t} = \left(X_1 = x_1\right)\cap\left(X_2 = x_2\right)\cap ...\cap\left(X_t = x_t\right)$$

Khi đó, do dãy X là một xích Markov thuần nhất nên ta có:

$$P(B_{x_1x_2...x_t}) = P\left[\left(X_1 = x_1\right)\cap\left(X_2 = x_2\right)\cap ...\cap\left(X_t = x_t\right)\right]$$

$$= P\left(X_1 = x_1\right).P\left(X_2 = x_2\middle|X_1 = x_1\right)...P\left(X_t = x_t\middle|X_{t-1} = x_{t-1}\right)$$

$$= p_{x_1}p_{x_1x_2}...p_{x_{t-1}x_t} \quad (10)$$

Khi đó (8) được viết dưới dạng:

A =

$$\mathop{\cup}_{m_1,m_2,..,m_t=1}^{H}\left\{(I_1 = i_{m_1})\cap(I_2 = i_{m_2})\cap ...\cap(I_t = i_{m_t})\right\}\cap$$

$$\mathop{\cup}_{x_1,x_2,..,x_t=1}^{M}\left\{(X_1 = x_1)\cap(X_2 = x_2)\cap ...\cap(X_t = x_t)\right\}$$

$$\cap C_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}^{x_1x_2...x_t}$$

$$= \bigcup_{i_{m_1},i_{m_2},...,i_{m_t}=1}^{H} \bigcup_{x_1,x_2,...,x_t=1}^{M} \left\{A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}} \cap B_{x_1x_2...x_t} \cap C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}\right\}, (11)$$

Trong đó

$$C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}} = \left(Y_1 \le u\prod_{k=1}^{1}(1+i_{m_k}) + x_1\right)$$

$$\cap\left(Y_2 \le u\prod_{k=1}^{2}(1+i_{m_k}) + \sum_{k=1}^{1}(x_k - Y_k)\prod_{j=k+1}^{2}(1+i_{m_j}) + x_2\right)\cap$$

.....

$$\cap\left(Y_t \le u\prod_{k=1}^{t}(1+i_{m_k}) + \sum_{k=1}^{t-1}(x_k - Y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+i_{m_j}) + x_t\right), (12)$$

Do giả thiết 2.3 nên ta đặt $Y_1 = y_1$, $Y_2 = y_2$, …, $Y_{t-1} = y_{t-1}$ với $y_1, y_2, \ldots, y_{t-1}$ là các số nguyên dương. Khi đó (12) trở thành:

$$C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}} =$$

$$\bigcup_{y_1 \le \left[u\prod_{k=1}^{1}(1+i_{m_k})+x_1\right]} \bigcup_{y_2 \le \left[u\prod_{k=1}^{2}(1+i_{m_k})+\sum_{k=1}^{1}(x_k-y_k)\prod_{j=k+1}^{2}(1+i_{m_j})+x_2\right]}$$

$$...\cap\left(Y_t \le u\prod_{k=1}^{t}(1+i_k) + \sum_{k=1}^{t-1}(x_k - y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+i_j) + x_t\right), (13)$$

Cũng do có giả thiết 2.3 nên đặt $Y_t = y_t$ với y_t là số nguyên dương. Khi đó (13) trở thành:

$$C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}} = \bigcup_{y_1 \le \left[u\prod_{k=1}^{1}(1+i_{m_k})+x_1\right]} \bigcup_{y_2 \le \left[u\prod_{k=1}^{2}(1+i_{m_k})+\sum_{k=1}^{1}(x_k-y_k)\prod_{j=k+1}^{2}(1+i_{m_j})+x_2\right]}$$

$$... \bigcup_{y_t \le \left[u\prod_{k=1}^{t}(1+i_{m_k})+\sum_{k=1}^{t-1}(x_k-y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+i_{m_j})+x_t\right]} \{(Y_1 = y_1)\cap...\cap(Y_t = y_t)\}, (14)$$

Do dãy Y là xích Markov thuần nhất nên ta có:

$$P\left[(Y_1 = y_1)\cap(Y_2 = y_2)\cap...\cap(Y_t = y_t)\right]$$
$$= P(Y_1 = y_1).P(Y_2 = y_2|Y_1 = y_1)...P(Y_t = y_t|Y_{t-1} = y_{t-1})$$
$$= q_{y_1}q_{y_1y_2}...q_{y_{t-1}y_t}$$

Mặt khác, hệ các biến cố $\{(Y_1 = y_1)\cap(Y_2 = y_2)\cap...\cap(Y_t = y_t)\}$ trong (14) là xung khắc nên ta có

$$P\left(C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}\right) =$$

$$\sum_{y_1 \le \left[u\prod_{k=1}^{1}(1+i_{m_k})+x_1\right]} ... \sum_{y_t \le \left[u\prod_{k=1}^{t}(1+i_{m_k})+\sum_{k=1}^{t-1}(x_k-y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+i_{m_j})+x_t\right]} q_{y_1}q_{y_1y_2}...q_{y_{t-1}y_t}$$

(15)

Do X, Y, I là độc lập nên các biến cố $A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}, B_{x_1x_2...x_t}, C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}$ là các biến cố độc lập. Đồng thời, hệ các biến cố $\left\{A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}} \cap B_{x_1x_2...x_t} \cap C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}\right\}$ trong (11) là hệ các biến cố xung khắc. Do đó, sử dụng các kết quả (9), (10) và (15) ta có:

$$\varphi_t^{(1)}(u) = P(A) =$$

$$\sum_{m_1,m_2,...,m_t=1}^{H} \sum_{x_1,x_2,...,x_t=1}^{M} P\left\{A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}} \cap B_{x_1x_2...x_t} \cap C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}\right\}$$

$$\sum_{m_1,m_2,...,m_t=1}^{H} \sum_{x_1,x_2,...,x_t=1}^{M} P\left(A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}\right)P\left(B_{x_1x_2...x_t}\right)P\left(C^{x_1x_2...x_t}_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}\right)$$

$$= \sum_{m_1,m_2,...,m_t=1}^{H} \sum_{x_1,x_2,...,x_t=1}^{M} P\left(A_{i_{m_1}i_{m_2}...i_{m_t}}\right).P\left(B_{x_1x_2...x_t}\right).$$

$$\left(\sum_{y_1 \le \left[u\prod_{k=1}^{1}(1+i_{m_k})+x_1\right]} ... \sum_{y_t \le \left[u\prod_{k=1}^{t}(1+i_{m_k})+\sum_{k=1}^{t-1}(x_k-y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+i_{m_j})+x_t\right]} q_{y_1}q_{y_1y_2}...q_{y_{t-1}y_t}\right)$$

$$= \sum_{m_1,m_2,...,m_t=1}^{H} \sum_{x_1,x_2,...,x_t=1}^{M} r_{m_1}r_{m_1m_2}...r_{m_{t-1}m_t}p_{x_1}p_{x_1x_2}...p_{x_{t-1}x_t}.$$

$$\left(\sum_{y_1 \le \left[u\prod_{k=1}^{1}(1+i_{m_k})+x_1\right]} ... \sum_{y_t \le \left[u\prod_{k=1}^{t}(1+i_{m_k})+\sum_{k=1}^{t-1}(x_k-y_k)\prod_{j=k+1}^{t}(1+i_{m_j})+x_t\right]} q_{y_1}q_{y_1y_2}...q_{y_{t-1}y_t}\right)$$

(16)

Định lý đã được chứng minh.□

Hệ quả. Xác suất phá sản đến thời điểm t của mô hình (1) là:

$$\psi_t^{(1)}(u) = 1 - \varphi_t^{(1)}(u) \quad (17)$$

Nhận xét. Công thức (7) hoặc (17) cho phép tính xác suất không phá sản (hoặc phá sản) của mô hình (1) thông qua phân phối ban đầu của X_1, Y_1, I_1 và ma trận xác suất chuyển của xích Markov tương ứng với giả thiết các biến ngẫu nhiên X_1, Y_1 nhận giá trị nguyên dương còn I_1 nhận giá trị dương.

KẾT LUẬN

Sử dụng các kiến thức cơ bản của xác suất cổ điển cùng với giả thiết dãy số tiền đòi trả bảo hiểm, dãy số tiền thu bảo hiểm, vốn ban đầu, thời gian t nhận giá trị nguyên dương còn lãi suất nhận giá trị dương, bài báo thư được kết quả: Bài báo đã xây dựng được công thức tính xác suất phá sản (không phá sản) cho mô hình (1) với giả thiết các dãy biến ngẫu nhiên là các xích Markov thuần nhất nhận giá trị nguyên dương.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Picard, Ph. And Lefèvre, Cl., 1997, The probability of ruin in finite time with discrete claim size distribution. Scandinavian Actuarial, 58 – 69.

2. De Vylder, F. E. an d Goovaerts, M.J., 1998, Recursive calculation of finite – time ruin probabilities, *Insurance: Mathematics and Economics*,7, 1-7.

3. De Vylder, F. E. an d Goovaerts, M.J., 1999, Explicit finite – time and infinite – time ruin probabilities in the continuous case. *Insurance: Mathematics and Economics*,24,155-172.

4. Gerber, H.U., 1979, An Introduction to Mathematical Risk Theory. S. S. Huebner Foundation Monograph, University of Philadelphia: Philadelphia. *Insurance: Mathematics and Economics*,24,155-172.

5. Ignatov, Z.G., Kaishev, V. K. and Krachunov, R. S., 2001, An improved finite – time ruin probability formula and its Mathematica implemention. *Insurance: Mathematics and Economics*,29,375-386.

6. De Vylder, F. E., 1999, Numerical finite – time ruin probabilities by the Picard – Lefèvre formula. Scandinavian Actual Journal, 2, 97-105.

7. De Vylder, F. E., 1997, La formule de Picard dt Lefèvre pour la probabilité de ruine en temps fini, Bulletin Francais d'Actuariat, 1, 31-40.

8. Rullière, D. and Loisel, St., 2004, Another look at the Picard – Lefèvre formula for finite – time ruin probabilities. *Insurance: Mathematics and Economics,35*,187-203.

9. Seal, H. L., 1969, *The Stochastic Theory of a Risk Business, J. Wiley: NewYork*

10. Claude Lefèvre, Stéphane Loisel, 2008, On finite - time ruin probabilities for classical models, *Scandinavian Actuarial Journal*, Volume 2008, Issue 1.

ABSTRACT

RUIN PROBABILITIES IN GENERALIZED RISK PROCESSES UNDER INTEREST FORCE WITH SEQUENCES MARKOV DEPENDENCE RANDOM VARIABLES

Phung Duy Quang*, Phan Thi Huong
Foreign Trade University

This paper we study the general model of insurance with the effect of interest rates. There are three approaches to studying the probability of ruin: using the method of estimation, the method of Monte-Carlo simulation, using the method of exact formula.The aim of this paper to built an exact formula for ruin probabilities for generalized risk processes under interest force with sequences markov depedence random variables and these sequence are usually assumed to be integer – valued random variables. Exact formula for ruin probabilities are derived by using technique of classical probability.

Keywords: *ruin probability, unruin probability, Markov chain, risk process, Exact formula*

Ngày nhận bài: 12/6/2018; Ngày phản biện: 22/6/2018; Ngày duyệt đăng: 31/8/2018

* *Tel: 0912 083250, Email: quangpd@ftu.edu.vn*