

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

-----

Moukvilay Soukaloun

TÍNH ỔN ĐỊNH NGHIỆM CỦA BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG  
VÉCTƠ VỚI NÓN DI ĐỘNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

-----

Moukvilay Soukaloun

TÍNH ỔN ĐỊNH NGHIỆM CỦA BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG  
VÉCTƠ VỚI NÓN DI ĐỘNG

Chuyên ngành: Toán giải tích

Mã số: 8460102

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học

TS. BÙI THẾ HÙNG

Thái Nguyên - 2020

# Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Nguồn tài liệu sử dụng cho việc hoàn thành luận văn là nguồn tài liệu mở. Các thông tin, tài liệu trong luận văn này đã được ghi rõ nguồn gốc.

*Thái Nguyên, tháng 9 năm 2020*  
**Người viết luận văn**

**Moukvilay Soukaloun**

**Xác nhận**  
của khoa chuyên môn

**Xác nhận**  
của người hướng dẫn

**TS. Bùi Thế Hùng**

# Lời cảm ơn

Trước khi trình bày nội dung chính của luận văn, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Thầy giáo - Tiến sĩ Bùi Thế Hùng, người đã trực tiếp hướng dẫn, giúp đỡ, chỉ bảo tận tình, tạo mọi điều kiện thuận lợi giúp tôi hoàn thành luận văn này.

Tôi xin trân trọng cảm ơn Ban Giám hiệu, khoa Toán cùng toàn thể các thầy cô giáo Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học và Trường Đại học Sư phạm Hà Nội đã truyền thụ cho tôi những kiến thức quan trọng, tạo điều kiện thuận lợi và cho tôi những ý kiến đóng góp quý báu trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn gia đình, bạn bè đã quan tâm giúp đỡ, động viên tôi trong suốt quá trình làm luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

*Thái Nguyên, tháng 9 năm 2020*

**Người viết luận văn**

**Moukvilay Soukaloun**

# Mục lục

Lời cam đoan .....	i
Lời cảm ơn .....	ii
Mục lục .....	iii
Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt .....	iv
Mở đầu .....	1
<b>Chương 1. Sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động .....</b>	<b>3</b>
1.1. Không gian lồi địa phương .....	3
1.2. Nón và ánh xạ đa trị .....	5
1.3. Tính liên tục theo nón của ánh xạ véctơ .....	7
1.4. Sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ .....	13
<b>Chương 2. Tính ổn định nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động .....</b>	<b>20</b>
2.1. Bài toán tựa cân bằng véctơ chứa tham số .....	20
2.2. Tính nửa liên tục trên của ánh xạ nghiệm .....	21
2.3. Tính nửa liên tục dưới của ánh xạ nghiệm .....	25
<b>Kết luận .....</b>	<b>37</b>
<b>Tài liệu tham khảo .....</b>	<b>38</b>

# Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt

$\mathbb{R}$	tập các số thực
$\mathbb{R}_+$	tập số thực không âm
$\mathbb{R}_-$	tập số thực không dương
$\mathbb{R}^n$	không gian véctơ Euclide $n$ -chiều
$\mathbb{R}_+^n$	tập các véctơ không âm của $\mathbb{R}^n$
$\mathbb{R}_-^n$	tập các véctơ không dương của $\mathbb{R}^n$
$2^X$	tập tất cả các tập con của $X$
$f : X \rightarrow Y$	ánh xạ đơn trị từ tập $X$ vào tập $Y$
$F : X \rightarrow 2^Y$	ánh xạ đa trị từ tập $X$ vào tập $Y$
$\text{dom } F$	miền định nghĩa của ánh xạ đa trị $F$
$\text{gph } F$	đồ thị của ánh xạ đa trị $F$
$A := B$	$A$ được định nghĩa bằng $B$
$\emptyset$	tập rỗng
$A \subseteq B$	$A$ là tập con của $B$
$A \not\subseteq B$	$A$ không là tập con của $B$
$A \cup B$	hợp của hai tập hợp $A$ và $B$
$A \cap B$	giao của hai tập hợp $A$ và $B$
$A \setminus B$	hiệu của hai tập hợp $A$ và $B$

$A \times B$	tích Descartes của hai tập hợp $A$ và $B$
$\text{cl } A$	bao đóng tôpô của tập hợp $A$
$\text{int } A$	phần trong tôpô của tập hợp $A$
$\text{conv } A$	bao lồi của tập hợp $A$
$(QEP)$	bài toán tựa cân bằng véctơ
$(QEP)_\lambda$	bài toán tựa cân bằng véctơ chứa tham số
$usc$	nửa liên tục trên
$lsc$	nửa liên tục dưới
$H - usc$	nửa liên tục trên Hausdorff
$H - lsc$	nửa liên tục dưới Hausdorff
$\square$	kết thúc chứng minh

# Mở đầu

Bài toán tựa cân bằng véctơ có nhiều ứng dụng quan trọng trong vật lý, kinh tế, tối ưu, vận tải, ... Bài toán này bao hàm một số lớp bài toán khác nhau như bài toán cân bằng, bài toán tối ưu, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm bất động, bài toán bù, ... Khi nghiên cứu bài toán tựa cân bằng người ta thường quan tâm đến các vấn đề sau:

1. Sự tồn tại nghiệm.
2. Tính ổn định nghiệm.
3. Cấu trúc tập nghiệm.
4. Thuật toán tìm nghiệm.

Sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ đã được rất nhiều nhà toán học nghiên cứu (xem [9], [10] và các tài liệu liên quan). Ngoài việc nghiên cứu sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ người ta còn quan tâm nghiên cứu tính ổn định nghiệm của bài toán này thông qua nghiên cứu tính nửa liên tục trên và nửa liên tục dưới của ánh xạ nghiệm. Năm 2010, Chen, Li và Fang [6] đưa ra một số điều kiện đủ cho tính nửa liên tục dưới Hausdorff của ánh xạ nghiệm cho bài toán bất đẳng thức biến phân suy rộng dưới giả thiết  $(H_g)$ . Năm 2012, Zhong và Huang [12] đã nghiên cứu tính ổn định nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ thông qua tính nửa liên tục dưới Hausdorff, liên tục và liên tục Hausdorff cho ánh xạ nghiệm với giả thiết  $(H_g)'$ . Gần đây, Anh và Hung [3] đã thiết lập điều kiện cần và đủ cho tính nửa liên tục dưới Hausdorff, liên tục Hausdorff đối với ánh xạ nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ mạnh chứa tham số. Năm 2019, Anh, Duy và Hien [4] đã thiết lập điều kiện đủ cho tính nửa



liên tục trên, nửa liên tục dưới Hausdorff cho ánh xạ nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động dưới giả thiết  $(H_\varphi)$ . Ngoài ra các tác giả còn đưa ra điều kiện cần và đủ để giả thiết  $(H_\varphi)$  xảy ra.

Mục đích của luận văn nhằm trình bày một cách hệ thống các kết quả trong công trình [4] về tính ổn định nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động thông qua tính nửa liên tục trên và nửa liên tục dưới Hausdorff của ánh xạ nghiệm. Luận văn gồm phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và tài liệu tham khảo.

Chương 1 của luận văn trình bày một số kiến thức về tập lồi, ánh xạ đa trị và một số tính chất của ánh xạ đa trị. Ngoài ra, chương này chúng tôi còn trình bày một số điều kiện đủ cho sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động.

Chương 2 trình bày một số điều kiện đủ cho tính ổn định nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động thông qua tính nửa liên tục trên và nửa liên tục dưới của ánh xạ nghiệm. Một số ví dụ minh họa cho kết quả lý thuyết cũng được trình bày.

# Chương 1

## Sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động

Trong chương này, chúng tôi trình bày một điều kiện đủ cho sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng véctơ với nón di động. Một số kiến thức cơ sở và kết quả chính của chương này được chúng tôi trích ra từ các tài liệu [1], [2], [4], [8] và [9].

### 1.1. Không gian lồi địa phương

**Định nghĩa 1.1.1.** Giả sử  $X$  là không gian tuyến tính. Tập  $A \subseteq X$  được gọi là lồi nếu với mọi  $x_1, x_2 \in A$  ta luôn có

$$\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 \in A \text{ với mọi } \lambda \in [0, 1].$$

**Mệnh đề 1.1.2.** Giả sử  $A_\alpha \subseteq X$  là các tập lồi với mọi  $\alpha \in I$ , với  $I$  là tập chỉ số bất kì. Khi đó tập  $A = \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha$  lồi.

*Chứng minh.* Lấy  $x, y \in A$ . Khi đó  $x, y \in A_\alpha$ , với mọi  $\alpha \in I$ . Do  $A_\alpha$  là lồi với mọi  $\alpha \in I$  nên  $\lambda x + (1 - \lambda)y \in A_\alpha$ , với mọi  $\lambda \in [0, 1], \alpha \in I$ . Do đó  $\lambda x + (1 - \lambda)y \in A$ . Vậy  $A$  là tập lồi.  $\square$

**Mệnh đề 1.1.3.** Giả sử  $A_i \subseteq X$  là tập lồi và  $\lambda_i \in \mathbb{R}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Khi đó  $\lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + \dots + \lambda_m A_m$  là tập lồi.