MỘT SỐ BIỆN PHÁP SƯ PHẠM NHẰM GIÚP HỌC SINH SỬA CHỮA NHỮNG SAI LẦM THƯỜNG GẶP KHI GIẢI TOÁN HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Trần Việt Cường*, Nông Bích Thiệu
Trường Đại học Sư phạm – ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Từ việc xác định những dạng sai lầm học sinh thường mắc phải khi giải toán Hình học không gian, chúng tôi đề xuất một số biện pháp sư phạm nhằm giúp hoc sinh khắc phục những sai lầm đó trong giải toán Hình học không gian cho học sinh phổ thông.

Từ khóa. *Hình học không gian, học sinh, sai lầm.*

MỘT SỐ DẠNG SAI LẦM HS THƯỜNG MẮC PHẢI KHI GIẢI TOÁN HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Sai lầm do không nắm rõ bản chất của khái niệm toán học

Hình học không gian (HHKG) là một trong những nội dung khó, đòi hỏi tính tưởng tượng không gian tốt ở người học nên học sinh (HS) khi học nội dung này thường không nắm vững các khái niệm cơ bản, chưa hiểu đúng bản chất của các kiến thức toán học này. Do chưa hiểu rõ bản chất các khái niệm này nên HS thường gặp khó khăn khi giải các bài toán về HHKG và mắc những sai lầm khi giải các bài toán về HHKG.

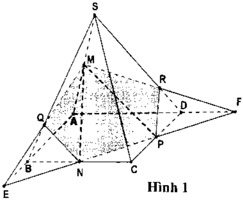
Ví dụ 1. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình bình hành. Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm của *SA, BC,CD*. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (*MNP*).

Một HS giải như sau. Nối *M* với *N, N* với *P* và *P* với *M*. Khi đó, thiết diện cần tìm là miền tam giác *MNP*.

Phân tích sai lầm. Trong lời giải bài toán trên HS chưa nắm rõ khái niệm thiết diện, đã nhầm lẫn với tiên đề mặt phẳng (có một và chỉ một mặt phẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng). Do đó, lời giải bài toán trên chưa chính xác.

Lời giải đúng. - Trong (*ABCD*), kẻ *NP* cắt *AB* và *AD* lần lượt tại *E* và *F*.

- Trong (*SAB*), kẻ *ME* cắt *SB* tại *Q*.
- Trong (*SAD*), kẻ *MF* cắt *SD* tại *R*.
- Trong (*SBC*) kẻ QN.
- Trong (*SCD*) kẻ PR.



Hình 1

Vậy, thiết diện cần tìm là *MNFPJ (Hình 1).*

Nhận xét: Khi làm bài tập về thiết diện, HS cần hiểu rõ bản chất của việc xác định thiết diện là giải bài toán xác định giao điểm giữa đường thẳng với mặt phẳng và xác định giao tuyến giữa hai mặt phẳng.

Sai lầm do không nắm vững nội dung các định lí, hệ quả

Sử dụng các định lý, các hệ quả của HHKG một cách chủ quan, dựa trên trực giác của bản thân, HS thường nhầm lẫn khi vận dụng một số kết quả tuy đúng trong hình học phẳng nhưng không đúng trong HHKG, chẳng hạn:

+ Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.

* *Tel: 0978626727*

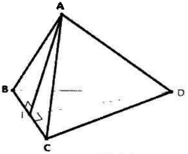
+ Hai mặt phẳng cắt nhau theo một giao tuyến, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia.

+ Một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Ví dụ 2. Cho hai tam giác cân ABC và DBC có chung cạnh đáy BC và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Chứng minh $AD \perp BC$.

Một HS giải như sau. Gọi I là trung điểm của BC. Ta có $AI \perp BC$, $DI \perp BC$. Do $DI \perp BC$ nên DI là hình chiếu của AD xuống mặt phẳng (BCD). Theo định lý ba đường vuông góc, ta có $AD \perp BC$.

Phân tích sai lầm. Trong lời giải trên, HS đã nhầm tưởng rằng DI là hình chiếu của AD xuống mặt phẳng (BCD). Do $AI \not\perp (BCD)$ nên chúng ta không thể áp dụng định lý 3 đường vuông góc. Do đó, lời giải bài toán trên của HS là chưa chính các.



Hình 2

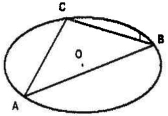
Lời giải đúng. Do $AI \perp BC$, $DI \perp BC$ nên $(ADI) \perp BC$. Suy ra, $AD \perp BC$ (Hình 2).

Sai lầm do vẽ hình chưa chính xác

Trong HHKG, hình vẽ chính xác đóng vai trò quan trọng tới kết quả lời giải bài toán. Thực tế cho thấy, nhiều HS mắc sai lầm trong việc vẽ hình HHKG như: Chưa xác định đúng nét đứt, nét liền trong hình vẽ, chưa xác định đúng các giao điểm của một đường thẳng với một đường thẳng, mặt phẳng... Một nhược điểm nữa HS thường mắc phải khi vẽ hình HHKG là: mặc dù hình vẽ của HS đúng nhưng góc quan sát của hình chưa phù hợp làm cho HS gặp khó khăn khi quan sát hình vẽ, do đó gặp "bế tắc" trong việc giải bài toán.

Ví dụ 3. Cho một elip là hình biểu diễn của một đường tròn có tâm O. Vẽ hình biểu diễn của một tam giác đều nội tiếp trong đường tròn (O).

Một HS giải như sau. HS vẽ một tam giác bất kì để biểu diễn yêu cầu của bài toán (Hình 3).



Hình 3

Phân tích sai lầm. HS vẽ một tam giác bất kì để biểu diễn yêu cầu của bài toán mà không có một ràng buộc nào biểu thị dữ kiện bài toán đã cho. Do đó, lời giải bài toán trên của HS là chưa chính các.

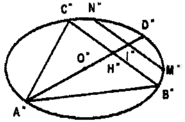
Lời giải đúng.

- Vẽ cung $M''N''$ và lấy I'' là trung điểm của đoạn thẳng $M''N''$.

- Nối $O''I''$ cắt đường tròn (O'') tại hai điểm A'' và D''.

- Lấy H'' là trung điểm của đoạn thẳng $O''D''$. Từ H'' kẻ $B''C''$ song song với $M''N''$.

Khi đó, tam giác $A''B''C''$ là hình biểu diễn của tam giác đều ABC *(Hình 4)*.



Hình 4

Sai lầm khi khai thác các giả thiết của bài toán không chính xác

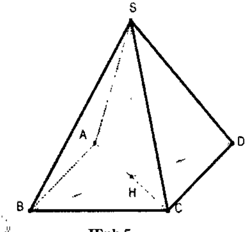
Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$, SA có độ dài bằng x, các cạnh còn lại bằng a. Tính độ dài đường cao SH của hình chóp theo a và x.

Một HS giải như sau. Gọi H là giao của hai đường chéo AC và BD. Do $\triangle SBD$ là tam giác cân nên ta có $SH \perp$ BD. Vậy, SH là đường cao của hình chóp. Do đó, ta có:

$$SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Phân tích sai lầm. Do SH không vuông góc với $(ABCD)$ nên SH được xác định như trên không phải là đường cao của hình chóp $S.ABCD$ (Nếu SH là đường cao sẽ dẫn đến mâu thuẫn $\triangle SAC$ là tam giác cân nên $SA = SC$ mà theo giả thiết $x \neq a$).

Lời giải đúng. Gọi $O = AC \cap BD$. Do $AC \perp BD$ và $SO \perp BD$ nên $BD \perp (SAC)$. Do đó, ta có $(SAC) \perp (SBD)$.



Hình 5

Trong (SAC), qua S kẻ đường thẳng vuông góc với AC, cắt AC tại H. Khi đó, ta có $SH \perp AC$. Suy ra, $SH \perp (SBD)$. Do đó, $SH \perp BD$. Vậy $SH \perp (ABCD)$ hay SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SO^2 = SD^2 - OD^2 = a^2 - OD^2$,

$$OC^2 = CB^2 - OD^2 = a^2 - OD^2,$$

$$OA^2 = AB^2 - OB^2 = a^2 - OD^2,$$

Do đó, ta có $OS = OA = OC$. Suy ra, ta có O là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle SAC$. Hay $\triangle SAC$ là tam giác vuông tại S. Suy ra, ta có

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} \Leftrightarrow SH = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}.$$

MỘT SỐ BIỆN PHÁP GIÚP HS PHÒNG TRÁNH VÀ SỬA CHỮA NHỮNG SAI LẦM THƯỜNG GẶP KHI GIẢI TOÁN HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Hạn chế và khắc phục những sai lầm thường mắc phải cho HS thông qua phân tích các bài toán có chứa sai lầm

Nhiệm vụ của GV là dự đoán được những sai lầm mà HS thường mắc phải khi giải toán, phân tích để giúp cho HS thấy được nguyên nhân các sai lầm đó. Từ đó, HS biết cách hạn chế và khắc phục được những sai lầm mà bản thân thường mắc phải. Biện pháp này nhằm mục đích hạn chế và khắc phục những sai lầm mà HS thường xuyên mắc phải trong giải toán HHKG. Từ đó, giúp HS cảm thấy tự tin khi giải các bài toán liên quan đến chủ đề này. Hoạt động này cần cho HS thực hiện thường xuyên và khi tìm ra sai lầm đó cần phải nhấn mạnh giúp HS tránh được những sai lầm để lần sau không lặp lại. Có như vậy mới giúp HS hiểu một cách sâu sắc bản chất của từng tri thức đã lĩnh hội, cũng như việc kiểm tra lại từng bước suy luận trong quá trình tìm lời giải của mình.

Để giúp HS có phương pháp phát hiện sai lầm trong lời giải, GV cần yêu cầu HS tự trả lời những câu hỏi như:

+ Kết quả của bài toán có mâu thuẫn với kết quả trong trường hợp riêng hay không?

+ Trường hợp riêng của kết quả có thỏa mãn bài toán hay không?

+ Kết quả lời giải có chứa kết quả trong trường hợp riêng hay không?

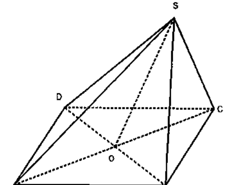
+ Kết quả của lời giải này có khác kết quả của lời giải khác hay không?

Khi biết bản thân mắc sai lầm, HS mới thực sự "thấm thía" việc cần thiết phải hiểu sâu sắc bản chất của từng tri thức đã lĩnh hội, cũng như việc kiểm tra lại từng bước suy luận trong quá trình tìm lời giải của mình.

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\angle BAD = 60^0$, $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng ($ABCD$) và độ dài đoạn SC.

GV có thể tổ chức các hoạt động dạy học cho HS như sau:

GV: Hãy cho biết lời giải sau đã chính xác chưa? Nếu sai hãy đưa ra lời giải đúng.



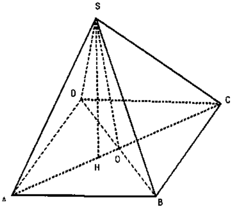
Hình 6

Do ΔSBD cân tại S nên SO $\perp$ BD. Do BD $\perp$ AC nên BD $\perp$ (SAC). Do BD$\subset$(ABCD) nên (SAC)$\perp$(ABCD). Suy ra SO $\perp$ (ABCD). Vậy d(S,(ABCD) = SO (Hình 6).

HS: Lời giải của bạn HS trên là chưa chính xác do HS đó đã ngộ nhận SO $\perp$ (ABCD).

GV: Lời giải đúng bài toán trên như thế nào?

HS: Do $\angle$BAD = 60^0 nên ΔABD là tam giác đều cạnh a (Hình 7).



Hình 7

Do SA = SB = SD nên ta có SABD là tứ diện đều. Do đó, ta có SH $\perp$ (ABD) với H là tâm của ΔABD. Suy ra, ta có SH $\perp$ (ABCD).

Vậy d(S, (ABCD)) = SH.

Ta có $SH^2 = SA^2 - AH^2$. Do H là tâm của tam giác đều ABD cạnh a nên ta có AH $= \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó,

$$SH^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3} = \frac{5a^2}{12} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{6}$$

GV: Tính SC?

HS: Do ΔSHC vuông tại H nên

$$SC^2 = SH^2 + HC^2.$$

Do HC = HO + OC = $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ nên ta có

$$SC^2 = \frac{5a^2}{12} + \frac{4a^2}{3} = \frac{7a^2}{4} \Leftrightarrow SC = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Trang bị đầy đủ, chính xác kiến thức "nền" cho HS

Kiến thức "nền" là những tri thức nền tảng, làm "bàn đạp" để HS có thể tiếp thu được những tri thức khoa học khác. Nội dung kiến thức "nền" phải đáp ứng được những yêu cầu chung nhất, có thể vận dụng linh hoạt trong các bài toán cụ thể và trong các hoạt động thực tiễn. Trong các bài học, kiến thức "nền" là những khái niệm, định lý, hệ quả, công thức liên quan trực tiếp đến bài học.

Dạy học là một công việc vừa có tính khoa học lại vừa có tính nghệ thuật, nó đòi hỏi ở người GV sự sáng tạo trong quá trình dạy học. Việc chuẩn bị tốt trước khi lên lớp không những là điều cần thiết mà còn là điều bắt buộc đối với GV. Để làm tốt việc trang bị kiến thức "nền" cho HS, GV cần lưu ý một số điểm:

-Cần phải căn cứ vào trình độ, tri thức, kỹ năng, kỹ xảo của các HS tại thời điểm xuất phát của quá trình dạy học. Việc này có thể thực hiện bằng biện pháp theo dõi từ trước hoặc bằng kiểm tra. Ngoài ra, người GV cũng cần quan tâm đến thái độ, hành vi, thói quen, niềm tin… của HS.

- Những khái niệm cơ bản với những dấu hiệu đặc trưng của chúng cần được lặp lại trong các bài học khi có cơ hội; GV cần xác định những khái niệm nào cần đào sâu, mở rộng, những khái niệm nào chỉ mang tính chất thông báo cho HS; thường xuyên nhấn mạnh những khái niệm then chốt cho HS; sử dụng các hoạt động trên lớp để củng cố kiến thức mới học cho HS.

Ví dụ 6. Sau khi dạy học khái niệm hai đường thẳng vuông góc trong không gian GV có thể cho HS làm bài toán nhỏ sau.

Các phát biểu sau đúng hay sai, nếu sai sửa lại cho đúng.

a) Hai đường thẳng vuông góc trong không gian thì cắt nhau.

b) Hai đường thẳng vuông góc trong không gian thì chéo nhau.

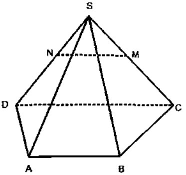
Phát biểu a) và b) đều chưa chính xác. Vì trong không gian, hai đường thẳng vuông góc có thể hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau (trong mặt phẳng, hai đường thẳng vuông góc thì cắt nhau).

-GV cần giúp HS nắm vững bản chất của các khái niệm, tính chất và vận dụng chính xác kiến thức đã học.

Ví dụ 7. Cho hình chóp đỉnh S, đáy hình thang ABCD với AB song song với CD. Mặt phẳng (α) qua AB cắt SC và SD lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng MN song song với AB.

Lời giải của HS. Do MN // (ABCD) và AB $\subset$ (ABCD) nên ta có AB // MN (Hình 8).

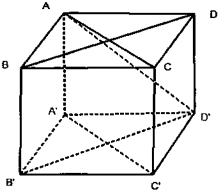
Phân tích sai lầm. Cách lập luận trên là chưa chính xác vì HS đã áp dụng tính chất: "Đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) thì a sẽ song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α)" để chứng minh MN // AB.



Hình 8

Ta có thể lấy phản ví dụ minh họa cho mệnh đề "a // (α) $\Leftrightarrow$ a // b, b $\subset$ (α)" mà HS dùng để chứng minh bài tập trên.

Trong hình hộp ABCD.A'B'C'D' ta thấy CC'//(ADD'A') nhưng CC' không song song với AD, A'D', AD' (Hình 9).



Hình 9

Lời giải đúng. Ta có AB $\subset$ (α), CD $\subset$ (SCD) mà AB // CD. Hơn nữa (α) $\cap$ (SCD) = MN. Do đó, ta có MN // AB.

Biện pháp khắc phục sai lầm. Khi dạy đến những định lí này thì nên đưa ra ví dụ như trên để nhấn mạnh cho HS. Ta có đường thẳng a song song với (α) suy ra tồn tại đường thẳng b nằm trong (α), sao cho a // b.

- GV cần giúp HS tạo "đường dẫn" giữa kiến thức mới với kiến thức đã học. Thực tế, một lượng không nhỏ HS có tâm lí "ngại" tiếp nhận kiến thức mới, đặc biệt là các kiến thức về HHKG. Nếu HS có thể liên hệ với những kiến thức cũ thì việc học kiến thức mới sẽ diễn ra dễ dàng và thuận lợi hơn. Do đó, GV nên tổ chức cho HS tự lực hình thành hoặc giúp đỡ họ hình thành tri thức mới, sử dụng tư duy logic khi cần thiết, giúp HS thấy được thông tin nào cần ghi nhớ máy móc, thông tin nào có thể được suy luận nhờ tư duy logic.

Ví dụ 5. Trong quá trình dạy học, GV có thể giúp HS thấy được mối liên hệ giữa các kiến thức về quan hệ song song và quan hệ vuông góc trong hình học phẳng và HHKG. Qua đó, HS có thể lĩnh hội được các kiến thức HHKG được thuận lợi.

Hình học phẳng	HHKG
1. a // b và a // c	1. a // b và a // c
⇒ a // c	⇒ a // c
2. a // b; c ⊥ a	2. a//b; a ⊥ (α)
⇒ c ⊥ b	⇒ b⊥ (α)
....	....

Việc trang bị kiến thức "nền" cho HS là vô cùng quan trọng, trực tiếp hướng vào việc giúp HS phòng tránh được những sai lầm do không nắm vững nội hàm các khái niệm toán học; sai lầm do áp dụng máy móc các công thức, định lí hoặc áp dụng không chính xác; sai lầm do cảm nhận trực quan.

Hệ thống hóa các dạng toán và phương pháp giải từng dạng toán

Việc phân dạng các dạng toán và phương pháp giải cho từng dạng toán sẽ góp phần hạn chế sai lầm cho HS, giúp HS tự tin, chủ động trong quá trình giải toán.

Trong nội dung HHKG, chúng ta có thể phân ra một số dạng toán cơ bản như: Bài toán xác định giao điểm, giao tuyến; Bài toán chứng minh quan hệ song song; Bài toán chứng minh quan hệ vuông góc...

Trong mỗi dạng toán đó, chúng lại có thể phân nhỏ thành từng dạng cụ thể. Chẳng hạn, đối với dạng toán quan hệ song song (vuông góc), chúng ta có thể chia thành các dạng toán như: Chứng minh hai đường thẳng song song (vuông góc); Chứng minh đường thẳng song song (vuông góc) với mặt phẳng; Chứng minh hai mặt phẳng song song (vuông góc)... Với mỗi dạng toán đó, chúng ta có thể giúp HS nắm được các phương pháp thường dùng để giải dạng toán đó.

Ví dụ 6. Để chứng minh hai đường thẳng song song trong không gian, GV có thể giúp HS nắm vững một số phương pháp thường dùng để chứng minh hai đường thẳng song song trong không gian như:

1) *Sử dụng định nghĩa.*

2) *Sử dụng tính chất bắc cầu:* Chứng minh hai đường thẳng đó là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba.

3) *Ta chứng minh hai đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng song song với một mặt phẳng khác.*

4) *Ta chứng minh đường thẳng này là giao tuyến của hai mặt phẳng song song với đường thẳng kia.*

5) *Chứng minh hai đường thẳng đồng phẳng, sau đó áp dụng các phương pháp chứng minh song song trong hình học phẳng.*

6) *Sử dụng phương pháp chứng minh bằng phản chứng.*

7) Ngoài ra, chúng ta có thể sử dụng phương pháp véctơ, phương pháp tọa độ và phương pháp sử dụng các phép biến hình.

Để giúp HS nắm vững cách giải bài toán hai đường thẳng song song trong không gian, GV có thể hướng dẫn HS làm một số bài tập minh hoa, chẳng hạn như:

Bài toán. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AC lấy điểm M và trên BF lấy điểm N sao cho $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = k$. Một mặt phẳng (α) qua MN và song song với AB cắt AD tại M' và cạnh AF tại N'. Chứng minh $M'N' // DF$.

Lời giải. Mặt phẳng (α) song song với giao tuyến AB của hai mặt phẳng *(ABCD)* và *(ABEF)* nên cắt hai mặt phẳng này theo hai giao tuyến song song.

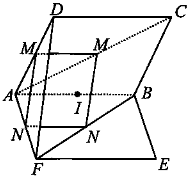
Do $MM' // NN // AB$ nên ta có:

$$\frac{AM'}{AD} = \frac{AM}{AC} = k$$

$$\frac{AN'}{AF} = \frac{BN}{BF} = k$$

$$\Rightarrow \frac{AM'}{AD} = \frac{AN'}{AF}.$$

Áp dụng định lý đảo của định lý Talét vào ΔADF ta có $M'N' // DF$ (Hình10).



Hình 10

Rèn luyện cho HS kĩ năng tìm lời giải theo 4 bước giải toán của G.Polya

Trong chương trình môn toán ở trường phổ thông, nhiều bài tập toán chưa có hoặc không có thuật giải và cũng không có một thuật giải tổng quát nào để giải tất cả các bài toán. Chúng ta chỉ có thể thông qua việc dạy học giải một số bài toán cụ thể mà dần truyền thụ cho HS cách thức, kinh nghiệm trong việc suy nghĩ, tìm tòi lời giải cho mỗi bài toán. Dạy học giải bài tập toán không có nghĩa là GV cung cấp cho HS lời giải bài toán. Biết lời giải bài toán không quan trọng bằng làm thế nào để giải được bài toán, vì vậy cần trang bị những hướng dẫn chung, gợi ý các suy nghĩ tìm tòi, phát hiện cách giải bài toán là cần thiết. Dựa trên những tư tưởng tổng quát cùng với những gợi ý chi tiết của G.Polya về cách thức giải toán, phương pháp tìm tòi lời giải cho một bài toán thường được tiến hành theo bốn bước [2]:

- *Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán.* Để tìm hiểu nội dung của bài toán, cần chú ý các yếu tố như: Phân biệt cái đã cho, cái phải tìm và cái phải chứng minh; Có thể dùng công thức, kí hiệu, hình vẽ... để diễn tả đề bài; Phân biệt các thành phần khác nhau của điều kiện. Có thể diễn tả các điều kiện đó thành công thức?...

- *Bước 2: Xây dựng chương trình giải.* Yếu tố quan trọng khi giải được bài toán là việc xây dựng chương trình giải cho bài toán đó. Vì vậy khi thực hiện, chúng ta cần chú ý: Phân tích bài toán đã cho thành nhiều bài toán đơn giản quen thuộc; Lựa chọn những kiến thức đã học (Định nghĩa, định lí, quy tắc...) gần gũi với dữ kiện của bài toán rồi dự đoán kết quả; Sử dụng những phương pháp đặc thù với từng dạng toán như chứng minh (phản chứng, qui nạp toán học...), toán dựng hình, toán quỹ tích...

- *Bước 3: Trình bày lời giải.* Trình bày lại lời giải sau khi đã điều chỉnh những chỗ cần thiết.

- *Bước 4: Kiểm tra và nghiên cứu lời giải.*

+ Kiểm tra lại kết quả, xem lại các lập luận trong quá trình giải.

+ Nhìn lại toàn bộ các bước giải, rút ra tri thức phương pháp để giải một bài toán nào đó.

+ Tìm thêm cách giải khác (nếu có thể).

+ Khai thác kết quả có thể có của bài toán.

+ Đề xuất bài toán tương tự, bài toán đặc biệt hoặc khái quát hoá bài toán...

Giúp HS có được kĩ năng tìm lời giải, đây là kĩ năng quan trọng bởi nếu GV chỉ chú trọng đến việc cho HS luyện tập giải bài tập thì việc luyện tập đó bao nhiêu cũng không đủ, khi gặp tình huống là bài toán mới HS vẫn có thể lúng túng, không giải được hoặc giải sai. Vì vậy biện pháp này giúp cho HS có được cả tri thức phương pháp về việc tìm tòi lời giải vừa có được các kĩ năng chung của việc tìm tòi lời giải và tránh được một số sai lầm trong quá trình giải toán.

- GV làm mẫu việc thực hiện các bước trong quá trình dạy học giải bài tập HHKG cho HS.

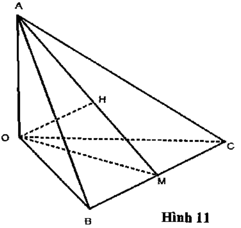
- GV hướng dẫn HS thực hiện tuần tự các bước khi dạy học giải bài tập HHKG. GV cần xây dựng hệ thống câu hỏi dẫn dắt giúp HS lựa chọn những kiến thức phù hợp với bài toán trong hệ thống các kiến thức đã được trang bị.

- Yêu cầu HS luyện tập giải các bài tập theo các bước trên.

Ví dụ 7. Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một và có độ dài theo thứ tự là a, b, c.

a) Gọi S, S_a, S_b, S_c theo thứ tự là diện tích các mặt ABC, OBC, OAC, OAB. Chứng minh rằng $S^2 = S_a^2 + S_b^2 + S_c^2$

b) Gọi h là khoảng cách từ O đến (ABC). Chứng minh rằng $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.



Hình 11

Bước 1. Tìm hiểu nội dung bài toán

GV: Yêu cầu HS vẽ hình, xác định giả thiết, kết luận của bài toán.

HS: Vẽ hình, xác định giả thiết, kết luận.

Bước 2. Xây dựng chương trình giải bài toán

GV: Tính S_c, S_a, S_b tính theo a, b, c?

HS: Ta có $S_c=\frac{ab}{2}$, $S_a=\frac{bc}{2}$, $S_b=\frac{ac}{2}$.

GV: Vậy ta tính được gì trong biểu thức cần chứng minh?

HS: $S_a^2+S_b^2+S_c^2=\frac{b^2c^2}{4}+\frac{a^2c^2}{4}+\frac{b^2a^2}{4}$.

GV: Tính diện tích tam giác ABC?

HS: Gọi AM là đường cao của ΔABC, ta có

$$S=\frac{AM.BC}{2}.$$

GV:Tính AM theo a, b, c?

HS: Do ΔAOM vuông tại O nên ta có

$$AM^2=OA^2+OM^2$$

Do OM là đường cao của ΔOBC nên ta có $OM^2=\frac{b^2.c^2}{b^2+c^2}$. Suy ra, ta có

$$AM^2=\frac{a^2.b^2+a^2.c^2+b^2.c^2}{b^2+c^2}.$$

GV: Tính diện tích ΔABC tính theo a, b, c?

HS: Ta có $BC^2=b^2+c^2$

$$\Rightarrow S=\sqrt{\frac{a^2.b^2+a^2.c^2+b^2.c^2}{4}}.$$

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán

Dễ thấy, $S_c=\frac{ab}{2}$, $S_a=\frac{bc}{2}$, $S_b=\frac{ac}{2}$.

$$\Rightarrow S_a^2+S_b^2+S_c^2=\frac{b^2c^2}{4}+\frac{a^2c^2}{4}+\frac{b^2a^2}{4}.$$

Gọi AM là đường cao của ΔABC. Khi đó, ta có $S=\frac{AM.BC}{2}$. Do ΔAOM vuông tại O nên ta có $AO\perp OM$. Do $AM^2=OA^2+OM^2$ và OM là đường cao của ΔOBC nên $OM^2=\frac{b^2.c^2}{b^2+c^2}$.

Suy ra, ta có $AM^2=\frac{a^2.b^2+a^2.c^2+b^2.c^2}{b^2+c^2}$

và $BC^2=b^2+c^2$.

$$\Rightarrow S=\sqrt{\frac{a^2.b^2+a^2.c^2+b^2.c^2}{4}}.$$

$$\Rightarrow S^2=\frac{a^2.b^2+a^2.c^2+b^2.c^2}{4}=S_a^2+S_b^2+S_c^2$$

Bước 4: Nghiên cứu sâu lời giải. Nếu sử dụng kết quả của phần a) cho bài toán liên quan đến thể tích, ta có thể gợi ý HS chứng minh phần b) như sau:

Gọi V là thể tích của khối đa diện OABC, ta có $V=\frac{abc}{6}=\frac{OH.S}{3}$. Do đó, ta có

$$OH=\frac{abc}{2.S}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{OH^2}=\frac{4.S^2}{a^2.b^2.c^2}=\frac{a^2.b^2+a^2.c^2+b^2.c^2}{a^2b^2c^2}$$

$$=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}.$$

Qua việc tìm lời giải theo 4 bước của G.Polya mà điểm chú trọng là bước 1 nhằm giúp HS phát hiện ra vấn đề một cách cụ thể, chính xác và bước 4 để HS có thể vận dụng kết quả của bài toán trong những trường hợp mới, GV có thể giúp HS khắc phục được những khó khăn đó và bước đầu làm quen với cách làm việc có hệ thống. Từ việc tự mình phát hiện ra vấn đề và giải quyết vấn đề, thì dù là một bài toán nhỏ cũng giúp HS hứng thú hơn khi làm bài tập, đặc biệt làm bài tập phần HHKG.

KẾT LUẬN

Trong chương trình phổ thông, HHKG là một trong những nội dung có khối lượng kiến thức lớn và đòi hỏi ở HS khả năng tư duy, khả năng tưởng tượng cao. Do đó, HS thường "ngại" học và hay mắc những sai lầm trong quá trình giải toán HHKG. Việc GV xác định được những sai lầm HS thường mắc phải trong quá trình giải toán, thường xuyên vận dụng những biện pháp sư phạm phù hợp nhằm giúp HS khắc phục được những sai lầm đó trong quá trình giải toán sẽ giúp cho HS không những hết "ngại" học HHKG mà còn tránh được những sai lầm khi giải toán HHKG.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Nguyễn Hà Thanh, Phan Văn Viện (2007), *Hình hoc 11,* Nxb Giáo dục.
2. G. Polya (1995). *Giải một bài toán như thế nào?* Nxb Giáo dục, Hà Nội.
3. Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Tạ Mẫn (2007), *Hình học nâng cao 11,* Nxb Giáo dục.

SUMMARY

PEDAGOGICAL MEASURES TO HELP STUDENTS CORRECT COMMON MISTAKES ON SOLVINGGEOMETRIC PROBLEMS

Tran Viet Cuong*, Nong Bich Thieu
College of Education - TNU

From the identification of erroneous form, students often make mistakes solving space geometry, we propose a number of measures to help them in solving geometry space for secondary students.
Key word. *Geometry of space, students, mistakes.*

Ngày nhận bài:18/01/2016; Ngày phản biện:25/01/2016; Ngày duyệt đăng: 31/3/2016
Phản biện khoa học: *TS. Đỗ Thị Trinh – Trường Đai hoc Sư phạm - ĐHTN*

* *Tel: 0978626727*