

TỐI THIỂU HÓA THỜI GIAN CHẬM TRỄ TỐI ĐA KHI THỰC HIỆN GIẢI QUYẾT CÁC CÔNG VIỆC TRONG NHÀ MÁY CHỈ CÓ MỘT DÂY CHUYỀN SẢN XUẤT

Phạm Hồng Trường¹, Hoàng Thanh Hải²

Tóm tắt

Bài báo trình bày bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc có vai trò tương đương nhau trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất. Trong phạm vi bài toán này, chúng tôi nghiên cứu bài toán nên thực hiện quy trình giải quyết các công việc có vai trò tương đương nhau trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất theo thứ tự như thế nào để tối thiểu hóa được thời gian chậm trễ tối đa khi mà các công việc đã được chuẩn bị sẵn sàng để có thể ngay lập tức tham gia vào quá trình giải quyết các công việc.

Từ khóa: Sắp xếp tối ưu, tối ưu hóa, mô hình toán học, thời gian trễ.

MINIMIZING THE MAXIMUM DELAY TIME WHEN DEALING WITH PROBLEMS IN FACTORIES WITH ONLY ONE PRODUCTION LINE

Abstract

This paper addresses the problem of minimizing the maximum delay time to deal with equivalent tasks in factories with one production line. Within the scope of this research, we studied which order should be followed to deal with those equivalent tasks in factories with one production line to minimize the maximum delay time when tasks are ready for problem solving.

Keywords: Optimal arrangement, Optimization, Mathematical model, Delay time.

1. Giới thiệu

Bài toán trình tự sắp xếp là một bài toán tối ưu hóa tổ hợp quan trọng, đó là sử dụng một số dây chuyền xử lý, dây chuyền máy móc, nguồn lực để hoàn thành tối ưu một số lượng công việc hoặc công việc đã cho. Khi thực hiện giải quyết những công việc cần thỏa mãn một số điều kiện giới hạn về thời gian đạt đến, thời gian hạn định phải hoàn thành, thứ tự thực hiện các công việc... Mục đích là làm cho hàm mục tiêu đạt giá trị tối ưu, trong đó hàm mục tiêu thông thường là thời gian thực hiện, trình tự giải quyết các công việc...

Trong phân loại bài toán trình tự sắp xếp, nếu như tất cả những dữ liệu số liệu đều được biết trước khi tiến hành thực hiện thì được gọi là bài toán trình tự sắp xếp xác định. Nếu như có một vài dữ liệu số liệu chưa được biết, những số liệu đó là một vài biến lượng ngẫu nhiên, nhưng sự phân bố của chúng là đã biết, khi đó bài toán này được gọi là bài toán trình tự sắp xếp ngẫu nhiên. Dù là bài toán trình tự sắp xếp ngẫu nhiên hay xác định, ta đều có thể giả sử như sau:

(i) Số công việc và số dây chuyền sản xuất xử lý là hữu hạn.

(ii) Trong bất kỳ một khoảng thời gian, trên bất kỳ một dây chuyền xử lý nào chỉ được xử lý duy nhất một công việc hoặc thứ tự công việc nào đó.

Một trong những hàm mục tiêu quan trọng của bài toán trình tự sắp xếp trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất là cực tiểu hóa tổng

thời gian hoàn thành thực hiện của các công việc có vai trò tương đương nhau hoặc có trọng số khác nhau. Cụ thể, đối với bài toán tối thiểu hóa tổng thời gian hoàn thành thực hiện các công việc có vai trò tương đương nhau, Peter Brucker và Nguyễn Việt Hưng cùng các tác giả đã chứng minh được rằng điều kiện cần và đủ để một dãy các công việc là một trình tự tối ưu đó là các công việc phải được sắp xếp theo thứ tự không giảm thời gian hoàn thành thực hiện p_j của từng công việc; đối với bài toán tối thiểu hóa tổng thời gian hoàn thành thực hiện các công việc có vai trò khác nhau, Peter Brucker và Nguyễn Việt Hưng cùng các tác giả đã chứng minh được rằng điều kiện cần và đủ để một dãy các công việc là một trình tự tối ưu đó là các công việc phải được sắp xếp theo thứ tự không tăng của các tỉ số $\frac{\omega_j}{p_j}$, trong đó p_j và ω_j lần lượt là thời gian hoàn thành thực hiện và trọng số của công việc thứ j .

Bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc có vai trò tương đương trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất cũng là một trong những bài toán trình tự sắp xếp, đồng thời cũng là một trong những bài toán sắp xếp quan trọng, có phạm vi ứng dụng lớn, nâng cao hiệu suất lao động, có ý nghĩa cực kỳ to lớn. Việc tìm ra quy trình giải quyết các công việc theo thứ tự như thế nào để tối thiểu hóa được thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc có vai

trò tương đương trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất sẽ giúp cho nhà sản xuất đảm bảo được uy tín của cá nhân cũng như các doanh nghiệp đối với khách hàng.

Trong phạm vi bài báo này, chúng tôi nghiên cứu và đưa ra kết quả về bài toán nên thực hiện quy trình giải quyết các công việc có vai trò tương đương nhau trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất theo thứ tự như thế nào để tối thiểu hóa được thời gian chậm trễ tối đa khi mà các công việc đều đã được chuẩn bị sẵn sàng để có thể ngay lập tức tham gia vào quá trình giải quyết các công việc.

2. Bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc có thời gian đến như nhau trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất.

Cho một thứ tự gồm n công việc. Trước hết, chúng tôi đưa ra một số kí hiệu như sau.

T_j : Là công việc thứ j trong một dãy thứ tự các công việc ($j = 1, \dots, n$);

Công việc (T_j)	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Thời gian thực hiện tương ứng (p_j) (đơn vị: phút)	3	1	4	1	3	2
Kỳ hạn phải hoàn thành (d_j)	2	10	6	4	11	12

Với số liệu đã cho, thời gian hoàn thành của các công việc lần lượt tính được là:

$$C_1=3; C_2=4; C_3=8; C_4=9; C_5=12; C_6=14$$

Khi đó, thời gian chậm trễ của các công việc lần lượt là:

$$L_1=1; L_2=6; L_3=2; L_4=5; L_5=1; L_6=2$$

Vậy thời gian chậm trễ tối đa $L_{max} = 5$.

Mặt khác, nếu thay đổi thứ tự các công việc thành $T_1 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_2 \rightarrow T_5 \rightarrow T_6$, thì cũng với cách tính tương tự, thời gian chậm trễ của các công việc lần lượt là:

$$L_1=1; L_3=1; L_4=4; L_2=-1; L_5=1; L_6=2$$

Vậy trễ tối đa $L_{max} = 4$

Như vậy, có thể thấy rằng, khi thay đổi thứ tự thực hiện các công việc trên dây chuyền sản xuất, thì thời gian chậm trễ tối đa (có thể) khác nhau.

Vậy bài toán đặt ra là, khi thực hiện thực hiện một tập hợp các công việc với thời kỳ hạn của mỗi công việc đã được khách hàng định sẵn, thì mỗi nhà máy (hoặc cơ sở sản xuất, doanh nghiệp) phải tìm ra thứ tự thực hiện của các công việc đó nên sắp xếp thế nào để thời gian chậm trễ tối đa là nhỏ nhất? Có như vậy mới đảm bảo được uy tín của cá nhân cũng như các doanh nghiệp đối với khách hàng.

Sau đây chúng tôi nghiên cứu bài toán đó.

p_j : Là thời gian để thực hiện của công việc T_j ;

d_j : Là kỳ hạn phải hoàn thành của công việc T_j ;

$C_j = \sum_{s=1}^j p_s$ là thời gian hoàn thành thực hiện của công việc T_j .

Thời gian chậm trễ tối đa: $L_{max} = \max_{1 \leq j \leq n} \{L_j\}$, trong đó, $L_j = C_j - d_j$ là thời gian chậm trễ của công việc T_j .

Bài toán đưa ra là tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc có thời gian đến như nhau trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất. Nghĩa là, phải sắp xếp các công việc thực hiện trên một dây chuyền của nhà máy theo thứ tự như thế nào thì thời gian chậm trễ tối đa L_{max} sẽ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 2.1: Xem xét bài toán sau: Trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất, tìm thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc được sắp thứ tự lần lượt $T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5 \rightarrow T_6$ với các dữ liệu cho theo bảng sau:

3. Một điều kiện đủ để của bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc có thời gian đến như nhau trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất là tối ưu

Trước đây, Peter Brucker đã từng đưa ra một điều kiện đủ là các công việc cần sắp xếp theo trình tự: $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$, nghĩa là khi các công việc được sắp xếp theo trình tự không giảm của các kỳ hạn, thì sẽ thu được trình tự tối ưu đối với bài toán đưa ra. Tuy nhiên, Peter Brucker không chứng minh được điều ngược lại rằng, khi mà trình tự là tối ưu đối với bài toán đưa ra thì trình tự đó có còn thoả mãn là các công việc có còn được sắp xếp theo trình tự không giảm của các kỳ hạn hay không?

Sau đây là điều kiện của Peter Brucker đưa ra. Chúng tôi diễn giải lại cụ thể và làm sáng rõ hơn chứng minh đó.

Định lý 3.1: Trình tự $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ giải quyết bài toán tìm trình tự tối ưu đối với bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết các công việc có thời gian đến như nhau trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất.

Chứng minh: Ta chứng minh bất kỳ trình tự nào không thoả mãn quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ đều có thể chuyển hoá thành trình

tự thoả mãn quy tắc này mà hàm mục tiêu là không tăng. Giả sử rằng mỗi trình tự tối ưu π bất kỳ đều không thoả mãn quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$. Khi đó, trong trình tự này, ít nhất có 2 công việc cạnh nhau T_j và T_k trong đó T_j đứng trước T_k và $d_j > d_k$. Giả sử công việc T_j bắt đầu được thực hiện tại thời điểm t . Khi đó:

$$L_j = t + p_j - d_j$$

$$L_k = t + p_j + p_k - d_k$$

Trong trình tự π ta thay đổi như sau: Thay đổi vị trí của hai công việc T_j và T_k , giả sử ngoài vị trí của tất cả các công việc khác. Ta thu được trình tự π' , trong đó, thời gian bắt đầu thực hiện

Công việc (T_j)	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Thời gian thực hiện tương ứng (p_j) (đơn vị: phút)	3	1	4	1	3	2
Kỳ hạn phải hoàn thành (d_j)	2	10	6	4	11	12

Theo quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ ta tìm được trình tự tối ưu là:

$[T_1, T_4, T_3, T_2, T_5, T_6]$. Và cũng với tính toán tương tự, ta tìm được trễ tối đa $L_{max} = 2$.

Tiếp theo, chúng tôi đưa ra một kết quả bao gồm cả điều kiện cần và đủ đối với bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa của các công việc có thời gian đến như nhau trên mô hình dây chuyền đơn như sau.

4. Điều kiện cần và đủ của bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa của các công việc có thời gian đến như nhau trên mô hình dây chuyền đơn

Định nghĩa 4.1. Đối với một trình tự sắp xếp π cho trước, một công việc $T_{\pi(r)}$ được gọi là chủ chốt nếu nó có thời gian trễ tối đa $L_{\pi(r)} = L_{max}(\pi)$.

Định lý 4.1. Một trình tự sắp xếp π là tối ưu đối với bài toán tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa của các công việc có thời gian đến như nhau trên mô hình dây chuyền đơn nếu và chỉ nếu có một công việc chủ chốt $T_{\pi(r)}$ sao cho $d_{\pi(i)} < d_{\pi(r)}, \forall i < r$.

Chứng minh: Giả sử π là một giải pháp tối ưu. Chúng ta chứng minh điều kiện cần bằng cách đánh số các công việc chủ chốt của π . Đầu tiên, xét trường hợp chỉ có một công việc chủ chốt. Nếu có tồn tại một $i < r$ sao cho $d_{\pi(i)} > d_{\pi(r)}$, thì $\pi = (\dots, \pi(i), \dots, \pi(r), \dots)$ có thể thay đổi thành $\pi' = (\dots, \pi(r), \dots, \pi(i), \dots)$. Dễ thấy thời gian trễ của $T_{\pi(i)}$ đối với π' nhỏ hơn $T_{\pi(r)}$ đối với π và thời gian trễ của các công việc khác là không tăng.

của công việc T_k là t và T_j được thực hiện ngay sau khi thức T_k .

Do đó:

$$L'_j = t + p_j + p_k - d_j$$

$$L'_k = t + p_k - d_k.$$

Do $d_j > d_k$ nên $L_k > L'_j$ và $L_k > L'_k$. Vì vậy: $L_{max} > L'_{max}$.

Điều này chỉ ra rằng, bất kỳ trình tự nào không thoả mãn quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ đều có thể chuyển hoá thành trình tự thoả mãn quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ mà hàm mục tiêu không tăng. Điều phải chứng minh.

Quay lại với Ví dụ 2.1, với bảng số liệu ban đầu:

Vì vậy, $L_{max}(\pi') < L_{max}(\pi)$. Điều này mâu thuẫn với sự tối ưu của π .

Tiếp theo, giả sử điều kiện cần giữ nguyên tất cả các trình tự tối ưu nhỏ hơn k công việc chủ chốt và xét trường hợp π có $k \geq 2$ công việc chủ chốt. Nếu khẳng định không giữ nguyên đối với π , thì đối với công việc chủ chốt đầu tiên $T_{\pi(r)}$, tồn tại $i < r$ sao cho $d_{\pi(i)} > d_{\pi(r)}$. Như vậy, chúng tôi có thể thay đổi công việc $T_{\pi(i)}$ tới vị trí ngay sau $T_{\pi(r)}$ và làm cho $T_{\pi(r)}$ không còn là công việc chủ chốt nữa. Kết quả này trong một trình tự tối ưu π có ít hơn k công việc chủ chốt. Điều này mâu thuẫn với giả thiết quy nạp.

Ngược lại, giả sử có một công việc chủ chốt $T_{\pi(r)}$ sao cho $d_{\pi(i)} \leq d_{\pi(r)}, \forall j < r$. Chúng tôi có thể giả sử rằng $d_{\pi(i)} \leq d_{\pi(r)}, \forall j > r$. Nếu điều này không đúng đối với một vài j , thì:

$$L_{\pi(r)} = C_{\pi(r)} - d_{\pi(r)} < C_{\pi(j)} - d_{\pi(j)} = L_{\pi(j)}.$$

Điều này mâu thuẫn với $L_{\pi(r)} = L_{max}(\pi)$. Do vậy $d_{\pi(i)} \leq d_{\pi(r)} \leq d_{\pi(j)}, \forall i < r < j$.

Như vậy chúng ta có thể sắp xếp lại thứ tự các công việc trước $\pi(r)$ và các công việc sau $\pi(r)$ tương ứng, theo quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ và có được một trình tự sắp xếp mới π' . Do π' tuân theo quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ vậy nó là tối ưu. Và do thứ tự sắp xếp ở trên không làm thay đổi $L_{\pi(r)}$, dẫn đến $L_{max}(\pi) \leq L_{max}(\pi')$ và như vậy π cũng là tối ưu. Định lý được chứng minh.

Cũng với Ví dụ 2.1, xét bài toán đối với 6 công việc trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất với thông số của khách hàng cho trong bảng dưới đây. Tìm thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện giải quyết 6 công việc đó.

Công việc (T_j)	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Thời gian thực hiện tương ứng (p_j) (đơn vị: phút)	3	1	4	1	3	2
Kỳ hạn phải hoàn thành (d_j)	2	10	6	4	11	12

Thời gian chậm trễ tối đa $L_{max} = \max\{L_j\}$, trong đó, $L_j = C_j - d_j$, là thời gian chậm trễ của công việc T_j .

Ta có: $d_1 < d_4 < d_3 < d_2 < d_5 < d_6$.

Theo quy tắc $d_{\pi(1)} \leq d_{\pi(2)} \leq \dots \leq d_{\pi(n)}$ ta tìm được trình tự tối ưu là:

$[T_1, T_4, T_3, T_2, T_5, T_6]$.

Với thời gian thực hiện của các công việc là $C_1 = 3; C_4 = 4; C_3 = 8; C_2 = 9; C_5 = 12; C_6 = 14$.

Khi đó, thời gian chậm trễ của các công việc là: $L_1 = 1; L_4 = 0; L_3 = 2; L_2 = 1; L_5 = 1; L_6 = 2$.

Trễ tối đa $L_{max} = 2$.

Ngược lại, chúng ta thấy rằng, công việc T_3 có $L_3 = 2 = L_{max}$ và trong trình tự $[T_1, T_4, T_3, T_2, T_5, T_6]$ thì $d_1 < d_3$ và $d_4 < d_3$. Theo chứng minh phân trên thì mọi trình tự tối ưu khác đều phải cho kết quả của thời gian chậm trễ tối đa là $L_{max} = 2$.

5. Kết luận

Trong phạm vi bài toán này, chúng tôi nghiên cứu bài toán nên thực hiện quy trình giải quyết các công việc có vai trò tương đương nhau

trong nhà máy chỉ có một dây chuyền sản xuất theo thứ tự như thế nào để tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa khi mà các công việc đã được chuẩn bị sẵn sàng để có thể ngay lập tức tham gia vào quá trình giải quyết các công việc.

Với kết quả này, hướng nghiên cứu tiếp theo có thể xem xét, nghiên cứu đối với bài toán ngược. Tức là, khi khách hàng yêu cầu trình tự của các công việc phải cố định trước theo yêu cầu của họ (nhà máy không được thay đổi thứ tự của các công việc khi thực hiện). Như vậy, dây chuyền có thể không có được thời gian chậm trễ tối đa khi thực hiện các công việc là nhỏ nhất (việc tối thiểu hóa thời gian chậm trễ tối đa không thực hiện được). Các nhà máy (cụ thể là các chủ cơ sở) cần phải thỏa thuận, thương lượng với khách hàng thay đổi một số thông số của công việc như: Thời gian gia công hoặc kỳ hạn để trình tự mà khách hàng đưa ra là tối ưu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Việt Hưng. (2016). Một số bài toán sắp xếp lập kế hoạch gia công tối ưu trên mô hình dây chuyền đơn. *Luận văn thạc sĩ*, Toán ứng dụng. Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên.
- [2]. Hongtruong Pham & Xiwen Lu. (2014). The inverse Parallel Machine Scheduling Problem With Minimum Total Completion Time. *Journal of Industrial and Management Optimization*, Vol 10 (2), 613 - 620.
- [3]. M. Pinedo. (1995). *Scheduling: Theory, Algorithm and Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [4]. P. Brucker. (2011). *Scheduling algorithms*. Berlin: Springer.

Thông tin tác giả:

1. Phạm Hồng Trường

- Đơn vị công tác: Khoa Khoa học Cơ bản - Trường ĐH Kinh tế & QTKD
- Địa chỉ email: phamhongtruong888@gmail.com

2. Hoàng Thanh Hải

- Đơn vị công tác: Khoa Khoa học Cơ bản - Trường ĐH Kinh tế & QTKD

Ngày nhận bài: 06/10/2018

Ngày nhận bản sửa: 14/12/2018

Ngày duyệt đăng: 28/12/2018