

MỘT ỨNG DỤNG CỦA THUẬT TOÁN CHẶT CÂN BẰNG DỰA TRÊN PHÉP ÁNH XẠ LIÊN TỤC - RỜI RẠC

Vũ Ngọc Kiên

Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp - ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Những năm gần đây, đã có nhiều công trình nghiên cứu với nhiều thuật toán giảm bậc khác nhau nhằm giải quyết bài toán giảm bậc mô hình. Tuy nhiên, hầu hết các thuật toán đã được đề xuất chủ yếu chỉ áp dụng cho hệ tuyến tính ổn định, nhưng trong thực tế có nhiều bài toán yêu cầu giảm bậc hệ tuyến tính không ổn định vì vậy các thuật toán giảm bậc cần phải có khả năng giảm bậc được cho cả hệ ổn định và hệ không ổn định. Bài báo này giới thiệu thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc áp dụng cho hệ tuyến tính không ổn định như là phần mở rộng của thuật toán chặt cân bằng áp dụng cho hệ tuyến tính ổn định. Các kết quả khi ứng dụng thuật toán đúng đắn của thuật toán và mở ra khả năng ứng dụng vào thực tế.

Từ khóa: Giảm bậc mô hình, thuật toán chặt cân bằng, hệ không ổn định, phép ánh xạ liên tục - rời rạc

ĐẶT VẤN ĐỀ

Kể từ khi bài toán giảm bậc mô hình được đặt ra, đã có rất nhiều thuật toán được đề xuất để giải quyết bài toán giảm bậc theo nhiều hướng khác nhau. Trong đó thuật toán giảm bậc phổ biến nhất là thuật toán chặt cân bằng của Moore [4]. Thuật toán chặt cân bằng [4] được thực hiện bằng cách áp dụng điều kiện tương đương lên quá trình đường chéo hóa đồng thời hai ma trận Gramian điều khiển và Gramian quan sát động học của hệ trong tư duy hệ hở. Việc tương đương hóa hai ma trận đường chéo như thế cho phép chuyển mô hình gốc biểu diễn theo hệ cơ sở bất kỳ thành hệ tương đương biểu diễn theo hệ tọa độ trong không gian cân bằng nội. Từ không gian cân bằng đó, mô hình bậc thấp có thể tìm được bằng cách loại bỏ các giá trị riêng ít đóng góp cho sự tạo dựng mối quan hệ giữa đầu vào và đầu ra của hệ, tức là loại bỏ các trạng thái ít khả năng điều khiển và quan sát. Ưu điểm của thuật toán chặt cân bằng của Moore [4] là cho kết quả giảm bậc với sai số giảm bậc nhỏ. Tuy nhiên nhược điểm của thuật toán này là chỉ áp dụng được cho hệ tuyến tính ổn định tiệm cận bởi điều kiện để xác định được hai ma trận Gramian điều khiển và Gramian quan sát là hệ gốc phải ổn định tiệm cận.

Tuy nhiên, trong thực tế ta có thể bắt gặp các hệ thống tuyến tính bậc cao không ổn định như trong [5], [6], [7], ... do vậy các thuật toán giảm bậc nói chung và thuật toán chặt cân bằng nói riêng cần phải có khả năng giảm bậc cả hệ tuyến tính ổn định và hệ tuyến tính không ổn định.

Để có thể áp dụng thuật toán chặt cân bằng của Moore [4] giảm bậc cho hệ không ổn định đã có nhiều công trình nghiên cứu với nhiều hướng tiếp cận khác nhau như phương pháp cân bằng LQG [3], phương pháp chặt cân bằng của Zhou [7], phương pháp chặt cân bằng của Zilochian [8], phương pháp chặt cân bằng của Boess [1], ... Trong đó, tác giả quan tâm nhiều nhất đến hai công trình là phương pháp chặt cân bằng của Zilochian [8] áp dụng cho hệ liên tục không ổn định và phương pháp chặt cân bằng của Boess [1] áp dụng cho hệ rời rạc không ổn định. Ý tưởng của thuật toán chặt cân bằng của Zilochian [8] là thực hiện phép chiếu (dịch chuyển góc tọa độ) để chuyển hệ gốc không ổn định về dạng ổn định, sau đó thực hiện giảm bậc hệ đang ổn định theo thuật toán chặt cân bằng thu được hệ giảm bậc ổn định. Cuối cùng, thuật toán thực hiện phép chiếu ngược (dịch chuyển góc tọa độ ngược) để chuyển hệ giảm bậc ổn định về dạng không ổn định giống hệ gốc ban đầu. Ý

*Email: kienvn@tnu.edu.vn

tương của phương pháp chặt cân bằng của Boess [1] cũng gần như tương tự như thuật toán chặt cân bằng của Zilochian [8], nhưng thay đổi tương áp dụng của thuật toán từ hệ liên tục không ổn định sang hệ rời rạc không ổn định. Từ ý tưởng của hai thuật toán trên và phép ánh xạ liên tục - rời rạc, trong nội dung bài báo này tác giả giới thiệu một thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc và áp dụng thuật toán vào một bài toán giảm bậc bộ điều khiển, cụ thể là giảm bậc bộ điều khiển của hệ thống điều khiển cân bằng xe hai bánh.

Hệ rời rạc ổn định α

Xét hệ tuyến tính rời rạc như sau:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k),$$

$$y(k) = C_d x(k) + D_d u(k)$$

(1)

trong đó:

$$(A_d, B_d, C_d, D_d) \in \mathbb{R}^{n \times n} \times \mathbb{R}^{n \times m} \times \mathbb{R}^{k \times n} \times \mathbb{R}^{k \times m}.$$

$$x(k) \in \mathbb{R}^n, u(k) \in \mathbb{R}^m, y(k) \in \mathbb{R}^k.$$

Hàm truyền của hệ rời rạc là:

$$G(z) := C_d (zI - A_d)^{-1} B_d + D_d, z \in \mathbb{C}$$

Định nghĩa 1: Hệ rời rạc (1) được gọi là ổn định α khi nếu phần thực của các điểm cực $|\lambda(A_d)| < \alpha, \alpha \geq 1$. Tập hợp các hệ rời rạc ổn định α được ký hiệu là D_α .

Trong trường hợp $\alpha = 1$, hệ (1) được gọi là hệ rời rạc ổn định tiệm cận (hệ rời rạc ổn định - 0) như định nghĩa gốc. Ma trận A_d trong trường hợp này có dạng của ma trận Schur, với $|\lambda(A_d)| < 1$.

Hệ liên tục ổn định β

Xét hệ tuyến tính liên tục có dạng sau

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t)$$

$$y(t) = C_c x(t) + D_c u(t) \quad (2)$$

trong đó:

$$(A_c, B_c, C_c, D_c) \in \mathbb{R}^{n \times n} \times \mathbb{R}^{n \times m} \times \mathbb{R}^{k \times n} \times \mathbb{R}^{k \times m},$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^k$. Hàm truyền của hệ liên tục có dạng sau:

$$G(s) := C_c (sI - A_c)^{-1} B_c + D_c, s \in \mathbb{C}.$$

Định nghĩa 2. Hệ thống liên tục (2) được gọi là ổn định β nếu phần thực của các điểm cực hệ $\text{real}(\lambda(A_c)) < \beta, \beta \geq 0$. Tập hợp các hệ liên tục ổn định β được ký hiệu là C_β .

Trong trường hợp $\beta = 0$ thì hệ (2) được gọi là ổn định tiệm cận (hệ liên tục ổn định - 0) như định nghĩa gốc. Ma trận A trong trường hợp này là ma trận Hurwitz, ..., với $\text{real}(\lambda(A)) < 0$.

Phép ánh xạ liên tục - rời rạc

Định nghĩa 3. Phép ánh xạ sau

$$\Omega_{\beta, \alpha} : C_\beta \rightarrow D_\alpha$$

$$(A_c, B_c, C_c, D_c) \rightarrow (A_d, B_d, C_d, D_d)$$

Trong đó $A_d = \alpha(I - \bar{A}_c)^{-1}(I + \bar{A}_c)$,

$$B_d = \sqrt{2\alpha}(I - \bar{A}_c)^{-1} B_c,$$

$$C_d = \sqrt{2\alpha} C_c (I - \bar{A}_c)^{-1},$$

$$D_d = D_c + C_c (I - \bar{A}_c)^{-1} B_c, \bar{A}_c = A_c - \beta I$$

được gọi là phép ánh xạ liên tục - rời rạc tức là chuyển đổi hệ từ hệ liên tục ổn định β sang hệ rời rạc ổn định α .

Ngoài ra còn có một phép ánh xạ ngược như sau: Phép ánh xạ

$$\Omega_{\beta, \alpha}^{-1} : D_\alpha \rightarrow C_\beta$$

$$(A_d, B_d, C_d, D_d) \rightarrow (A_c, B_c, C_c, D_c)$$

Trong đó $A_c = \beta I + (I + \bar{A}_d)^{-1}(\bar{A}_d - I)$,

$$B_c = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}(I + \bar{A}_d)^{-1} B_d,$$

$$C_c = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} C_d (I + \bar{A}_d)^{-1},$$

$$D_c = D_d - \frac{1}{\alpha} C_d (I + \bar{A}_d)^{-1} B_d, \bar{A}_d = \frac{A_d}{\alpha}$$
 được

gọi là phép ánh xạ ngược liên tục - rời rạc tức là chuyển đổi hệ từ hệ rời rạc ổn định α về hệ liên tục ổn định β .

Trong trường hợp $\beta = 0$ và $\alpha = 1$ thì phép ánh xạ được gọi là ánh xạ song tuyến.

Thuật toán chặt cân bằng dựa trên ánh xạ liên tục - rời rạc

Thuật toán chặt cân bằng dựa trên ánh xạ liên tục - rời rạc [2] có nội dung như sau:

Đầu vào: Hệ liên tục ổn định β

$$G(s) = C_e (sI - A_e)^{-1} B_e + D_e \in C_\beta.$$

Bước 1: Chuyển đổi hệ liên tục ổn định - β

về dạng hệ rời rạc ổn định - $0 \hat{G}_d(z) \in C$

thông qua phép ánh xạ

$$(\hat{A}_d, \hat{B}_d, \hat{C}_d, \hat{D}_d) = \Omega_{\beta,1}(A_e, B_e, C_e, D_e).$$

Bước 2: Áp dụng thuật toán chặt cân bằng

cho hệ $(\hat{A}_d, \hat{B}_d, \hat{C}_d, \hat{D}_d)$, thu được hệ rời

rạc giảm bậc $\hat{G}_{rd}(z)$.

Bước 3: Chuyển đổi hệ rời rạc giảm bậc

$\hat{G}_{rd}(z)$ về dạng hệ giảm bậc ổn định - β

$\hat{G}_{rc}(s)$ thông qua phép ánh xạ

$$(\hat{A}_{rc}, \hat{B}_{rc}, \hat{C}_{rc}, \hat{D}_{rc}) = \Omega_{\beta,1}^{-1}(\hat{A}_{rd}, \hat{B}_{rd}, \hat{C}_{rd}, \hat{D}_{rd})$$

Đầu ra: Hệ liên tục giảm bậc

$$\hat{G}_{rc}(s) = \hat{C}_{rc} (sI - \hat{A}_{rc})^{-1} \hat{B}_{rc} + \hat{D}_{rc}$$

Ứng dụng thuật toán chặt cân bằng dựa trên ánh xạ liên tục - rời rạc vào bài toán điều khiển cân bằng xe hai bánh

Trong [6] đã xây dựng mô hình xe hai bánh tự cân bằng (bánh trước và bánh sau), mô hình hóa và thiết kế điều khiển bền vững để điều khiển cân bằng xe hai bánh - duy trì góc nghiêng của xe luôn tiến tới không, kết quả thu được bộ điều khiển như sau:

$$R(s) = \frac{H(s)}{D(s)} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{với} \\ H(s) = & -2.23 \cdot 10^{-7} s^{30} - 4.67 \cdot 10^{-4} s^{29} - 0.266 s^{28} \\ & - 22.96 s^{27} - 1006 s^{26} - 2.853 \cdot 10^4 s^{25} - 5.837 \cdot 10^8 s^{24} \\ & - 9.144 \cdot 10^6 s^{23} - 1.139 \cdot 10^8 s^{22} - 1.158 \cdot 10^9 s^{21} \\ & - 9.776 \cdot 10^9 s^{20} - 6.949 \cdot 10^{10} s^{19} - 4.199 \cdot 10^{11} s^{18} \\ & - 2.172 \cdot 10^{12} s^{17} - 9.663 \cdot 10^{13} s^{16} - 3.71 \cdot 10^{13} s^{15} \\ & - 1.231 \cdot 10^{14} s^{14} - 3.53 \cdot 10^{14} s^{13} - 8.74 \cdot 10^{14} s^{12} \\ & - 1.862 \cdot 10^{15} s^{11} - 3.398 \cdot 10^{15} s^{10} - 5.276 \cdot 10^{15} s^9 \\ & - 6.903 \cdot 10^{15} s^8 - 7.511 \cdot 10^{15} s^7 - 6.676 \cdot 10^{15} s^6 \\ & - 4.721 \cdot 10^{15} s^5 - 2.556 \cdot 10^{15} s^4 - 9.953 \cdot 10^{14} s^3 \\ & - 2.482 \cdot 10^{14} s^2 - 2.977 \cdot 10^{13} s - 0.00439 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(s) = & 4.971 \cdot 10^{-14} s^{30} + 2.032 \cdot 10^{-10} s^{29} \\ & + 2.663 \cdot 10^{-7} s^{28} + 1.221 \cdot 10^{-4} s^{27} + 9.72 \cdot 10^{-3} s^{26} \\ & + 0.3918 s^{25} + 10.14 s^{24} + 187 s^{23} + 2612 s^{22} \\ & + 2.862 \cdot 10^4 s^{21} + 1.088 \cdot 10^7 s^{18} + 2.523 \cdot 10^5 s^{19} \\ & + 1.82 \cdot 10^6 s^{19} + 5.428 \cdot 10^7 s^{17} + 2.273 \cdot 10^8 s^{16} \\ & + 8.005 \cdot 10^8 s^{15} + 2.372 \cdot 10^9 s^{14} + 5.9 \cdot 10^9 s^{13} \\ & + 1.225 \cdot 10^{10} s^{12} + 2.107 \cdot 10^{10} s^{11} + 2.962 \cdot 10^{10} s^{10} \\ & + 3.341 \cdot 10^{10} s^9 + 2.941 \cdot 10^{10} s^8 + 1.931 \cdot 10^{10} s^7 \\ & + 8.743 \cdot 10^9 s^6 + 2.286 \cdot 10^9 s^5 + 1.519 \cdot 10^8 s^4 \\ & - 5.226 \cdot 10^7 s^3 + 3.6 \cdot 10^{-6} s^2 + 5.32 \cdot 10^{-22} s \end{aligned}$$

Trong [6] sử dụng hệ thống điều khiển số (arduino) để điều khiển cân bằng xe hai bánh nên bộ điều khiển bậc cao (bậc 30) sẽ dẫn tới mã chương trình điều khiển phức tạp làm thời gian xử lý tăng lên, thời gian đáp ứng của hệ thống điều khiển tăng có thể dẫn tới không đáp ứng được yêu cầu về điều khiển thời gian thực và làm cho hệ thống cân bằng mất ổn định. Vì vậy để đáp ứng tốt hơn yêu cầu về điều khiển thời gian thực thì cần phải giảm bậc bộ điều khiển bậc 30. Bộ điều khiển giảm bậc được lựa chọn thay thế cho bộ điều khiển bậc 30 cân thỏa mãn các điều kiện sau:

- Bộ điều khiển giảm bậc vẫn đảm bảo chất lượng điều khiển tương đương bộ điều khiển gốc (sai lệch đáp ứng bước nhảy, sai lệch đáp ứng tần số, sai lệch chất lượng điều khiển nhỏ - thoả mãn được yêu cầu ổn định bền vững của hệ thống);

Bậc của bộ điều khiển nhỏ.

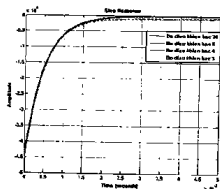
Bộ điều khiển bậc 30 là một mô hình không ổn định nên khi áp dụng thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc để giảm bậc bộ điều khiển bậc 30 thu được kết quả như sau:

Bảng 1. Kết quả giảm bậc bộ điều khiển bậc 30

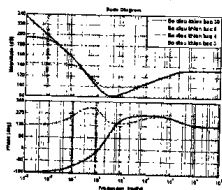
| Bậc | Mô hình hàm truyền - R _i (s) |
|-----|--|
| 5 | $\frac{-4.485 \cdot 10^4 s^5 - 6.894 \cdot 10^4 s^4 - 4.175 \cdot 10^4 s^3 - 1.215 \cdot 10^4 s^2 - 1.816 \cdot 10^4 s - 1.07 \cdot 10^4}{s^5 + 2004s^4 + 1.831 \cdot 10^4 s^3 + 1913s^2 + 1.081 \cdot 10^4 s + 2.010 \cdot 10^4}$ |
| 4 | $\frac{-4.485 \cdot 10^4 s^4 - 3.063 \cdot 10^4 s^3 - 1.158 \cdot 10^4 s^2 - 1.824 \cdot 10^4 s - 1.186 \cdot 10^4}{s^4 + 2004s^3 - 204.6s^2 + 0.4253s + 0.02271}$ |
| 3 | $\frac{-4.533 \cdot 10^4 s^3 - 2.091 \cdot 10^4 s^2 + 2.869 \cdot 10^4 s - 4.905 \cdot 10^4}{s^3 + 2140s^2 - 473s + 30.59}$ |

Lưu ý: Ta sẽ gọi bộ điều khiển giảm bậc (bậc r) là bộ điều khiển bậc r .

Để có thể chọn được bộ điều khiển giảm bậc thỏa mãn yêu cầu của bài toán giảm bậc bộ điều khiển bậc 30, tác giả tiến hành đánh giá đáp ứng bước nhảy và đáp ứng tần số của hệ gốc và các hệ giảm bậc, kết quả được thể hiện trong Hình 1 và Hình 2 như sau:



Hình 1. Đáp ứng bước nhảy của bộ điều khiển bậc 30 và các bộ điều khiển giảm bậc



Hình 2. Đáp ứng tần số của bộ điều khiển bậc 30 và các bộ điều khiển giảm bậc

Nhận xét: Dựa trên kết quả Hình 1 và Hình 2, ta thấy:

- Đáp ứng bước nhảy của bộ điều khiển bậc 5 và bậc 4 trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng bước nhảy của bộ điều khiển bậc 30.
- Đáp ứng bước nhảy của bộ điều khiển bậc 3 có sai lệch với đáp ứng bước nhảy của bộ điều khiển bậc 30 từ khoảng thời gian $t > 1s$ với giá trị sai lệch tăng dần khi thời gian tăng.
- Đáp ứng tần số (biên độ và góc pha) của bộ điều khiển bậc 5 trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng tần số của bộ điều khiển bậc 30.
- Trong khoảng tần số $\omega > 0,0212$ rad/s thì đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc

4 trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 30; trong khoảng tần số $\omega < 0,0212$ rad/s thì đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 4 có sai lệch so với đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 30 và biên độ sai lệch tăng dần khi tần số giảm.

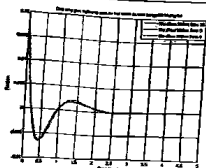
- Đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển giảm bậc 4 trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển bậc 30.
- Đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 3 có sai lệch với đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 30 trong khoảng tần số $\omega < 69,6$ rad/s, đặc biệt với vùng tần số $\omega < 0,206$ rad/s thì biên độ sai lệch tăng dần khi tần số giảm. Với khoảng tần số $\omega > 69,6$ rad/s thì đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 3 trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 30.

Đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển giảm bậc 3 có sai lệch so với đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển bậc 30 trong khoảng tần số $\omega < 541$ rad/s. Với khoảng tần số $\omega > 541$ rad/s thì đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển giảm bậc 3 trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển bậc 30.

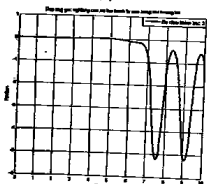
Thực hiện mô phỏng Matlab – Simulink hệ thống điều khiển xe hai bánh tự cân bằng sử dụng bộ điều khiển bậc 30 và các bộ điều khiển giảm bậc (bảng 1) dựa theo [6], kết quả mô phỏng được thể hiện trong Hình 3 như sau:

Chất lượng đáp ứng của hệ thống điều khiển cân bằng xe hai bánh (gọi tắt là hệ thống điều khiển) sử dụng bộ điều khiển bậc 30 và bộ điều khiển bậc 5 là: Biên độ dao động cực đại lần 1: - 0,00653 radian; Biên độ dao động cực đại lần 2: + 0,00175 radian; Số lần dao động: 2 lần; Thời gian quá độ: 2,3 s; Sai lệch tĩnh: 0%.

Chất lượng đáp ứng của hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 4 là: Biên độ dao động cực đại lần 1: - 0,0064 radian; Biên độ dao động cực đại lần 2: + 0,00207 radian; Số lần dao động: 2 lần; Thời gian quá độ: 2,3 s; Sai lệch tĩnh: 0%.



(a)



(b)

Hình 3. Đáp ứng góc nghiêng của hệ thống điều khiển cân bằng xe hai bánh sử dụng bộ điều khiển bậc 30 và các bộ điều khiển giảm bậc

Nhận xét: Qua kết quả hình 3, ta thấy:

- Hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 5 và sử dụng bộ điều khiển bậc 30 có đáp ứng góc nghiêng trùng khớp hoàn toàn.
- Đáp ứng góc nghiêng của hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 4 bám sát đáp ứng góc nghiêng của hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 30.
- Hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 5 và sử dụng bộ điều khiển bậc 4 đều có khả năng duy trì cân bằng ổn định xe hai bánh tự cân bằng.
- Hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 3 chỉ duy trì được trạng thái cân bằng của xe hai bánh trong khoảng thời gian $t < 5s$, khi thời gian $t > 5s$ hệ thống điều khiển không có khả năng duy trì cân bằng ổn định xe hai bánh.

Kết luận: Từ các kết quả ở trên, ta thấy:

- Bộ điều khiển bậc 4 và bậc 5 thỏa mãn yêu cầu của bài toán giảm bậc bộ điều khiển bậc 30. Bộ điều khiển bậc 3 không thỏa

mãn yêu cầu của bài toán giảm bậc bộ điều khiển bậc 30.

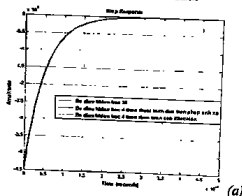
- Nếu ưu tiên yêu cầu bậc bộ điều khiển nhỏ nhất có thể thì ta có thể sử dụng bộ điều khiển bậc 4 thay thế bộ điều khiển bậc 30. Nếu ưu tiên sai lệch đáp ứng bước nhảy, sai lệch đáp ứng tần số, sai lệch chất lượng điều khiển nhỏ nhất có thể thì ta có thể sử dụng bộ điều khiển bậc 5 thay thế bộ điều khiển bậc 30.

So sánh hiệu quả giảm bậc bộ điều khiển của thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc và thuật toán chặt cân bằng của Zilochian.

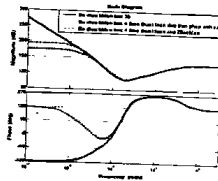
Áp dụng thuật toán chặt cân bằng của Zilochian [8] để giảm bậc bộ điều khiển bậc 30 ta thu được bộ điều khiển bậc 4 như sau:

$$R_4(s) = \frac{-4.485.10^4 s^2 - 2.858.10^3 s - 1.285.10^2 s - 2.091.10^1 s - 1.402.10^0}{s^4 + 2000s^3 + 473.9s^2 + 30.25s + 0.2572}$$

Đánh giá đáp ứng bước nhảy, đáp ứng tần số của các bộ điều khiển bậc 4, đáp ứng góc nghiêng của hệ thống điều khiển sử dụng các bộ điều khiển bậc 4 thu được các kết quả thể hiện trong Hình 4, Hình 5 như sau:

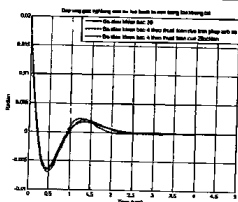


(a)



(b)

Hình 4. Đáp ứng bước nhảy, đáp ứng tần số của bộ điều khiển bậc 30 và các bộ điều khiển bậc 4



Hình 5. Đáp ứng góc nghiêng của hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 30 và các bộ điều khiển bậc 4

Chất lượng đáp ứng của hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng của Zilochian là: Biên độ dao động cực đại lần 1: - 0,00696 radian; Biên độ dao động cực đại lần 2: + 0,00237 radian; Biên độ dao động cực đại lần 3: - 0,00019 radian; Số lần dao động: 3 lần; Thời gian quá độ: 2,3 s; Sai lệch tĩnh: 0%.

Nhận xét: Từ Hình 4 và Hình 5 ta thấy:

Đáp ứng bước nhảy của bộ điều khiển bậc 4 theo hai thuật toán đều trùng khớp với đáp ứng bước nhảy của bộ điều khiển bậc 30.

- Khi cùng so sánh với đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 30 thì đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc có vùng sai lệch ($\omega < 0,0212$ rad/s so với $\omega < 0,156$ rad/s) và biên độ sai lệch nhỏ hơn so với đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng của Zilochian.

- Đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng của Zilochian có sai lệch so với đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển bậc 30 (từ vùng tần số $\omega < 67,4$ rad/s) trong khi đáp ứng tần số biên độ của bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng tần số góc pha của bộ điều khiển bậc 30.

- Đáp ứng góc nghiêng của hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc có biên độ dao động và số lần dao động nhỏ hơn so với đáp ứng góc nghiêng của hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng của Zilochian.

KẾT LUẬN

Bài báo đã giới thiệu thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc với ý tưởng kết hợp hai thuật toán chặt cân bằng của Zilochian [8] và thuật toán chặt cân bằng của Boess [1]. Kết quả ứng dụng thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc vào bài toán giảm bậc bộ điều khiển của hệ thống điều khiển cân bằng xe hai bánh cho thấy bộ điều khiển bậc 5, bậc 4 thỏa mãn yêu cầu của bài toán giảm bậc bộ điều khiển bậc 30 và có thể sử dụng hai bộ điều khiển này thay thế cho bộ điều khiển bậc 30. Đồng thời qua mô phỏng Matlab - Simulink cho thấy chất lượng hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng dựa trên phép ánh xạ liên tục - rời rạc có chất đáp ứng góc nghiêng tốt hơn hệ thống điều khiển sử dụng bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán chặt cân bằng của Zilochian [8].

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Boess C., Nichols N. K., Bunse-Gerstner (2010), "Model reduction for discrete unstable control systems using a balanced truncation approach", https://www.reading.ac.uk/web/FILES/maths/Prep_rint_10_06_Nichols.pdf date 11/1/2014
2. B. B. Minh, C. B. Minh, "Balanced Truncation Method for Unstable Linear-time-invariant Systems", Proceedings of the International Conference on High Performance Scientific Computing, March 16-20, 2015, Hanoi, Vietnam
3. Jonckheere E. A., Silverman L. M. (1983), "A New Set of Invariants for Linear System - Application to Reduced Order Compensator Design", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC- 28, No. 10, pp. 953 - 964.
4. Moore B. C. (1981), "Principal component analysis in linear systems: Controllability,

observability, and model reduction". *IEEE Trans. Auto. Contr.*, AC-26, pp 17-32.

5. Nguyễn Hiến Trung (2012), *Ứng dụng lý thuyết điều khiển tối ưu Rikco để nâng cao chất lượng của hệ điều khiển ổn định hệ thống điện PSS*, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên.

6. Vũ Ngọc Kiên (2015), *Nghiên cứu thuật toán giảm bậc mô hình và ứng dụng cho bài toán điều khiển*, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên.

7. Zhou K., Salomon G., Wu E. (1999), "Balanced realization and model reduction method for unstable systems", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 9, No. 3, pp. 183-198.

8. Zilochian A. (1991), *Balanced Structures and Model Reduction of Unstable Systems*, IEEE Proceedings of Southeastcon '91, Vol 2, pp. 1198 - 1201.

SUMMARY

AN APPLICATION OF BALANCED TRUNCATION ALGORITHM BASED ON CONTINUOUS - DISCRETE MAPPING

Vũ Ngọc Kiên*

College of Technology - TNU

In recent years, there have many researches with many order reduction algorithms to solve the problem of model order reduction. However, most of these proposed algorithms mainly applied to stable linear system, but in fact, there are many problems which request to reduce unstable linear system, so order reduction algorithms must be able to reduce both stable linear system and unstable linear system. This paper introduces balanced truncation algorithm based on continuous - discrete mapping applied to unstable linear system which is extensions of balanced truncation algorithm applied to stable linear system. The results when applying balanced truncation algorithm based on continuous - discrete mapping to reduce order controller show the correctness of the algorithm and give the possibility to practical applications.

Keywords: Model order reduction, balanced truncation algorithm, the unstable system, continuous - discrete mapping

Ngày nhận bài: 14/4/2016. Ngày nhận biên: 12/5/2016. Ngày duyệt đăng: 30/5 2016

Phân hiệu khoa học: PGS.TS. Vũ Ngọc Kiên - Đại học Thái Nguyên

* Email: kienvn@tnu.edu.vn