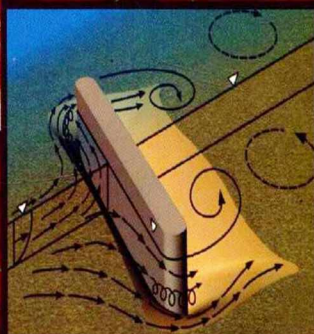
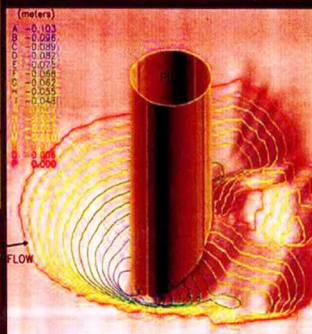
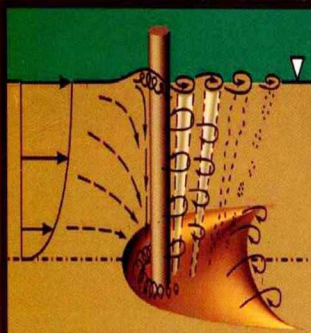




PG CK.0000068396 NGHIÊN

# XÓI CỤC BỘ TRỤ CẦU



NGUYỄN  
OC LIÊU

PGS. TS. TRẦN ĐÌNH NGHIÊN

**XÓI CỤC BỘ  
TRỤ CẦU**

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG  
HÀ NỘI - 2013

## LỜI GIỚI THIỆU

Cuốn sách "Xói cục bộ trụ cầu" được xem như cuốn sách chuyên khảo cung cấp cho các kỹ sư, nghiên cứu sinh, học viên cao học và bạn đọc trong và ngoài ngành xây dựng công trình giao thông cơ sở khoa học và thực tiễn, những thông tin chuyên sâu, cơ bản và cập nhật về cơ chế xói cục bộ, các thông số cơ bản ảnh hưởng đến xói cục bộ, cách tiếp cận vấn đề xói cục bộ và công thức dự đoán xói cục bộ trụ cầu qua sông từ trụ đơn đến trụ phức tạp đối với đất không dính và bước đầu đề cập tới đất dính ở trong và ngoài nước để mong được góp phần bé nhỏ vào công tác nghiên cứu, thiết kế công trình cầu qua sông đảm bảo được yêu cầu kỹ thuật, kinh tế, an toàn và hiệu quả. Cuốn sách có một số nội dung đã được sử dụng để giảng dạy cho học viên cao học của ngành xây dựng công trình giao thông từ khóa 1 đến khóa 19. Cuốn sách gồm năm chương: Chương 1. "Lý thuyết dòng thể", giới thiệu vấn đề cơ bản của chất lỏng lý tưởng cần thiết để tiếp cận vấn đề xói cục bộ trụ và thủy lực cầu, đường. Chương 2. Giới thiệu "Vai trò của nhớt (chất lỏng thực)" đối với trụ cầu nói riêng và công trình cầu nói chung, áp lực nước vào trụ cầu, ảnh hưởng của trụ cầu đến nước dâng tại cầu. Chương 3. "Nhận thức cơ bản về xói cục bộ". Chương này tập trung vào vấn đề cơ bản nhất của cuốn sách, phân tích và đưa ra công thức dự đoán xói cục bộ ở chân trụ cầu đối với trụ đơn và trụ phức tạp. Chương 4 tập trung vào giải quyết vấn đề "Xói ở nhóm cọc" - xói tại chân nhóm trụ cọc. Chương 5 giải quyết vấn đề "Xói cục bộ ở trụ phức tạp", một vấn đề đang tốn nhiều công sức và giá trị mực của các nhà nghiên cứu và thực hành xây dựng cầu đường.

Tác giả xin bày tỏ sự cảm ơn đến tác giả của các công trình và bài báo trong các trang thông tin của tạp chí ASCE, TRB, JHR mà tác giả đã được sử dụng trong quá trình biên soạn sách. Lời cảm ơn cũng được gửi đến bộ môn Thủy lực - Thủy văn nơi tôi công tác, nơi tạo điều kiện thuận lợi cho công việc của tôi, đến các anh chị em làm công tác in ấn của Nhà xuất bản Xây dựng để cuốn sách đến tay bạn đọc. Do trình độ hạn chế nên trong quá trình biên soạn không tránh khỏi sai sót, rất mong nhận được sự góp ý của bạn đọc để lần tái bản tới cuốn sách được hoàn thiện hơn. Góp ý xin gửi về Bộ môn Thủy lực - Thủy văn, khoa Công trình Trường đại học Giao thông Vận tải, Láng Thượng, Đống Đa, Hà Nội. Điện thoại Bộ môn: 0437662536, số di động của tác giả 0912491456.

**Tác giả.**  
**Trần Đình Nghiên**

# Chương 1

## LÝ THUYẾT DÒNG THỂ

### 1.1. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

#### 1.1.1. Phương trình Olee (Euler) động của chất lỏng không nhớt

Phương trình đối với chất lỏng không nhớt là trường hợp riêng của phương trình Naviê-Stóc (Navier-Stokes). Đối với chất lỏng không nhớt ứng suất pháp tại bất kỳ điểm nào trong chất lỏng cũng không phụ thuộc vào phương chuyển động, tức là ứng suất tiếp bằng không,  $\tau = 0$ . Ứng suất pháp được thay thế bằng  $-p$  là áp suất nén.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p \quad (1.1a)$$

Phương trình Olee động khi lực khối là trọng lực (thay  $F = g$ )

$$g - \frac{\nabla p}{\rho} = \left[ \frac{\partial V}{\partial t} + (\nabla V)V \right] \quad (1.1b)$$

trong đó  $\nabla p$  là grad  $p$ , là một toán tử biến một đại lượng vô hướng thành một đại lượng véc tơ.

#### 1.1.2. Phương trình Béc-nu-li (Bernoulli)

Trong trường hợp chất lỏng lý tưởng, chảy ổn định, không chịu nén, dọc theo một đường dòng thì tích phân Béc-nu-li viết dưới dạng cột nước khi phương trục  $z$  ngược chiều và song song với phương gia tốc trọng lực rút ra từ phương trình Olee động (1.1b) có dạng:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u}{2g} = \text{const} = H_d \quad \text{hay ở dạng áp suất: } \rho g z + p + \rho \frac{u^2}{2} = \text{const} \quad (1.2)$$

Phương trình viết cho hai điểm (1) và (2) dọc theo đường dòng:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (1.3)$$

Đối với chất lỏng không xoáy có  $\nabla \times V = 0$ , phương trình không chỉ áp dụng cho đường dòng mà còn áp dụng cho 2 điểm bất kỳ trong dòng chảy.

### 1.1.3. Chuyển động thế, thể vận tốc, hàm dòng.

Dòng chảy mà các phần tử chất lỏng không có chuyển động quay đơn thuần gọi là chuyển động không xoáy hay chuyển động thế, có véc tơ xoáy bằng không,

$$\zeta = \nabla V = 0 \text{ hay } \omega_x = 0; \omega_y = 0; \omega_z = 0 \text{ hay } RotV = 0 \text{ (trong đó } \omega = RotV / 2) \quad (1.4)$$

Trong chất lỏng không xoáy  $\nabla \times V = 0$  hay:

$$\left( \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) i + \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) j + \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) k = 0 \quad (1.5)$$

$Rot$  là một toán tử, biến một véc tơ thành một véc tơ khác:

$$RotV = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix} \quad (1.6)$$

$$RotV = 0 \text{ tức là: } \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial z}; \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x}; \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (1.7)$$

Biểu thức (1.7) là điều kiện cần và đủ để tồn tại hàm  $\varphi(x, y, z, t)$  sao cho:

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (1.8)$$

Hàm  $\varphi$  được gọi là hàm thế tốc độ, do đó:

$$V = grad\varphi = \nabla\varphi \quad (1.9)$$

Trường tốc độ gọi là dòng thế (hay dòng không xoáy). Thế tốc độ là hệ quả không xoáy của chất lỏng mà tại đó hàm dòng là hệ quả của bảo toàn khối lượng. Một chuyển động tồn tại hàm  $\varphi(x, y, z, t)$  thỏa mãn (1.7) gọi là chuyển động thế hay chuyển động không xoáy, trong đó:

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = u_x dx + u_y dy + u_z dz \quad (1.10a)$$

Mặt có  $\varphi = const$  hay  $d\varphi = 0$  là mặt đẳng thế vận tốc.

Đối với dòng chảy phẳng (dòng chảy hai chiều) thường ký hiệu trục tung là  $y$  và trục hoành là  $x$ , do đó góc quay quanh trục  $z$  đối với dòng thế:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (1.11)$$

Phương trình đường đẳng thế vận tốc của dòng chảy phẳng chảy ổn định là:

$$d\varphi = u_x dx + u_y dy = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy = 0 \quad (1.10b)$$

Đặt 
$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{và} \quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.12)$$

thì (1.13) thỏa mãn (1.12) và hàm  $\psi(xy)$  được gọi là hàm dòng.

Đối với đường dòng ta có: 
$$V \times dr = 0 \quad (1.13)$$

rút ra 
$$u_x dy - u_y dx = 0 \quad (1.14a)$$

Thay (1.12) vào (1.14a) ta được: 
$$dq = d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} dy + \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = 0 \quad (1.14b)$$

hay  $d\psi = 0$ , tức là  $\psi = \text{const}$  hay hàm dòng giữ giá trị không đổi dọc theo đường dòng. Hiệu số của hai đường dòng ( $\psi_2 - \psi_1$ ) là lưu lượng giữa hai đường dòng,

$$q = \int_{\psi_1}^{\psi_2} d\psi = \psi_2 - \psi_1$$

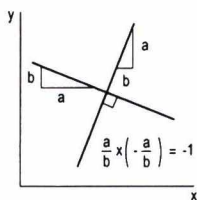
Trong chuyển động phẳng có thể có sự liên hệ giữa hàm thế và hàm dòng:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

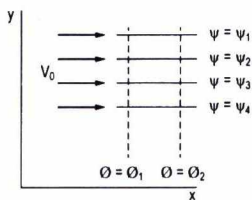
dẫn đến: 
$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \quad (1.16)$$

Biểu thức (1.16) chỉ ra họ đường dòng  $\varphi = \text{const}$  và họ đường  $\psi = \text{const}$  trực giao với nhau tạo thành lưới thủy động trong dòng chảy phẳng; nghĩa là tất cả các điểm giao cắt đều hình thành góc vuông vì tích độ dốc (hay hệ số góc) của chúng bằng -1 (Hình 1.1).

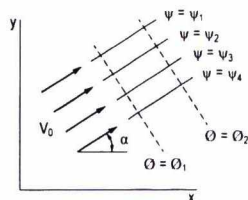
Dọc theo đường dòng  $\psi = \text{const}$  
$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\psi = \text{const}} = \frac{u_x}{u_y} \quad (1.17)$$



**Hình 1.1a.** Sơ đồ đường trực giao



**Hình 1.1b.** Dòng đều // với trục x



**Hình 1.1c.** Dòng đều tạo góc  $\alpha$  với trục x

$$\text{Dọc theo đường đẳng thế } \varphi = \text{const} \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\varphi = \text{const}} = -\frac{u_x}{u_y} \quad (1.18)$$

Dòng đều tạo góc  $\alpha$  với trục x ta có:

$$\text{Thế tốc độ} \quad \phi = V_0 (x \cos\alpha + y \sin\alpha)$$

$$\text{Hàm dòng} \quad \psi = V_0 (y \cos\alpha - x \sin\alpha)$$

$$\text{Thành phần tốc độ} \quad u_x = V_0 \cos\alpha, \quad u_y = V_0 \sin\alpha$$

$$\text{Trong tọa độ cực thì} \quad \psi = f(r, \theta)$$

$$\text{và} \quad d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial r} dr + \frac{\partial\psi}{\partial\theta} d\theta \quad (1.19)$$

#### 1.1.4. Lưu số và xoáy

$$\text{Lưu số được định nghĩa là: } \Gamma = \int u_x ds \quad (1.20a)$$

Trong dòng chảy phẳng ở tọa độ Oxy có  $d\omega = dx dy$

$$\Gamma_{ABCD} = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy = \zeta_z d\omega \quad (1.20b)$$

Đây là định lý Stokes. Đối với đường cong C bất kỳ:

$$\Gamma_C = \int u \cos\theta ds = \int \zeta_z d\omega \quad (1.20c)$$

## 1.2. ĐIỂM NGUỒN VÀ ĐIỂM TỤ

Điểm nguồn là điểm mà chất lỏng từ đó chảy đi theo mọi hướng dọc theo phương bán kính. Ngược lại nếu chất lỏng từ mọi hướng chảy về theo phương bán kính ta có điểm tụ.

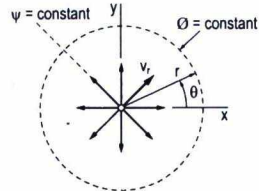
### 1.2.1. Hàm $\varphi$ và $\psi$ cho điểm nguồn ( $q > 0$ )

Tại điểm  $M(r, \theta)$  có tốc độ:

$$u_x = V \cos \theta = \frac{q}{2\pi r} \cos \theta = \frac{q}{2\pi r} \frac{x}{r} = \frac{qx}{2\pi r^2}$$

$$u_y = V \sin \theta = \frac{q}{2\pi r} \sin \theta = \frac{q}{2\pi r} \frac{y}{r} = \frac{qy}{2\pi r^2}$$

$$\psi_{\text{nguồn}} = \frac{q}{2\pi} \theta \quad \text{hay} \quad \psi_{\text{nguồn}} = \frac{q}{2\pi} \arctg \frac{y}{x}$$



Hình 1.2. Điểm nguồn

Định nghĩa cho ta lưu lượng  $q$  từ điểm nguồn là tâm của vòng tròn có bán kính  $r$

$$q = 2\pi rV \quad (1.21)$$

do đó: 
$$d\varphi = \frac{q}{2\pi r^2} (x dx + y dy)$$

Tích phân cho 
$$\varphi = \frac{q}{2\pi} \ln r + C$$

Ta có: 
$$\varphi_{\text{nguồn}} = \frac{q}{2\pi} \ln r = \frac{q}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1.22)$$

Tìm hàm dòng  $\psi$  :

Biết: 
$$d\psi = u dy - v dx = \frac{q}{2\pi r^2} (x dy - y dx)$$

Vì dọc theo đường dòng  $\psi = \text{const}$  làm cho  $x dy = y dx$

Tích phân cho  $\ln y = \ln x + C$  hay  $y = Cx$

là phương trình đường thẳng qua gốc tọa độ, đường dòng là đường thẳng dọc theo phương bán kính.

Hàm  $\psi(x, y) = C$  thay đổi theo  $\theta$  do đó  $\psi = C_1 \theta$  hay  $\psi = C_1 \text{tg} \frac{y}{x}$ .

Tìm hằng số  $C_1$ . Biết  $q = \psi_2 - \psi_1$  với  $\psi_1|_{\theta=0}$ ;  $\psi_2|_{\theta=2\pi}$  thì:  $q = C_1 2\pi$ , rút ra

$$C_1 = \frac{q}{2\pi}, \text{ do đó hàm dòng } \psi \text{ có dạng: } \psi_{\text{nguồn}} = \frac{q}{2\pi} \theta \quad (1.23a)$$

hay 
$$\psi_{\text{nguồn}} = \frac{q}{2\pi} \arctg \frac{y}{x} \quad (1.23b)$$



### 1.2.2. Hàm $\varphi$ và $\psi$ cho điểm tụ ( $q < 0$ )

Tương tự ta có hàm  $\varphi$  và  $\psi$  cho điểm tụ với chiều ngược lại:

$$\varphi_{tu} = -\frac{q}{2\pi} \ln r = -\frac{q}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1.24)$$

và 
$$\psi_{tu} = -\frac{q}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad (1.25)$$

Trong tọa độ cực ta có  $\psi = f(r, \theta)$  do đó:  $d\psi = u_r (rd\theta) - u_\theta dr$  (1.26)

Do dòng chảy theo phương bán kính  $U_\theta=0$ , đối với nguồn  $u_r = \frac{q}{2\pi r}$  làm cho

$$d\psi = \frac{q}{2\pi r} r d\theta$$

Tích phân cho  $\psi = \frac{q}{2\pi} \theta + C$  khi  $\theta=0$  thì  $C=0$ , do đó đối với điểm nguồn ta có:

$$\psi_{nguồn} = \frac{q}{2\pi} \theta \quad \text{và} \quad \varphi_{tu} = -\frac{q}{2\pi} \theta \quad (1.27)$$

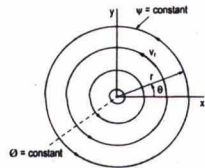
### 1.3. XOÁY TỰ DO

Trong xoáy tự do lưu số  $\Gamma > 0$  (quay ngược chiều kim đồng hồ),  $\Gamma < 0$  (quay thuận chiều kim đồng hồ).

Thế tốc độ: 
$$\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad (1.28)$$

Hàm dòng: 
$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r \quad (1.29)$$

Các thành phần tốc độ:  $v_r = 0, v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (1.30)$



Hình 1.3 Xoáy tự do

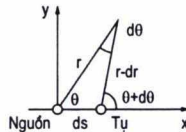
### 1.4. LƯỚING CỰC

#### 1.4.1. Vấn đề lý thuyết (Hình 1.4)

Đặt nguồn tại gốc tọa độ, tụ cách nguồn  $ds$  về phía dương trục  $x$

$$\psi(r, \theta) = \frac{q}{2\pi} \theta - \frac{q}{2\pi} (\theta + d\theta)$$

$$\psi(r, \theta) = -\frac{qd\theta}{2\pi}$$



Hình 1.4

Quy luật hàm sin cho  $\frac{\sin \theta}{ds} = \frac{\sin \theta}{r - dr}$ . Khi  $ds \rightarrow 0 \Rightarrow \sin d\theta \rightarrow \theta$  và  $r-dr \rightarrow r$  dẫn đến

$$d\theta = \frac{ds \sin \theta}{r}$$

do đó 
$$\psi(r, \theta) = -\frac{qd\theta}{2\pi} = -\frac{qds \sin \theta}{2\pi r} = -m \frac{\sin \theta}{r} \quad (1.31a)$$

trong đó  $m = \frac{qds}{2\pi}$  là cường độ của lưỡng cực, thể hiện hàng loạt vòng tròn có tâm ở trục oy, 
$$\psi(x, y) = -\frac{m \sin \theta}{r} = -m \frac{y/r}{r} = -m \frac{y}{x^2 + y^2} \quad (1.31b)$$

Tọa độ

$$u(x, y) = m \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} \dots, v(x, y) = -2m \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} \quad (1.32)$$

### 1.4.2. Hàm dòng và thế tốc độ khi nguồn và tụ đối xứng

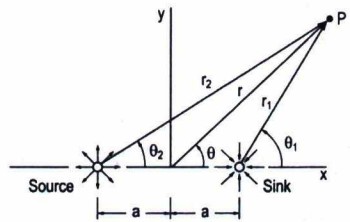
Gọi cường độ lưỡng cực là  $m = \frac{qa}{\pi}$  (1.33)

Thế tốc độ: 
$$\varphi = \frac{m \cos \theta}{r} \quad (1.34)$$

Hàm dòng: 
$$\psi = \frac{m \sin \theta}{r} \quad (1.35)$$

Thành phần tốc độ:

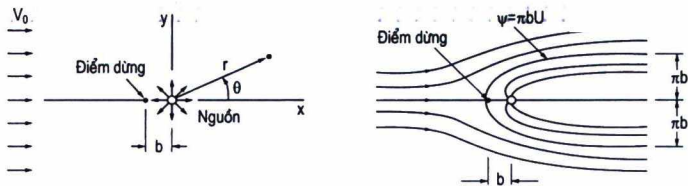
$$v_r = -\frac{m \cos \theta}{r^2}; v_\theta = -\frac{m \sin \theta}{r^2} \quad (1.36)$$



Hình 1.5 Nguồn đối xứng tụ qua trục y

### 1.4.3. Dòng đều kết hợp với nguồn

Dòng đều song song với trục ox có tốc độ ở xa vô cùng là  $V_0$  kết hợp với nguồn tại gốc tọa độ Oxy ta được:



Hình 1.6. Dòng đều kết hợp với nguồn