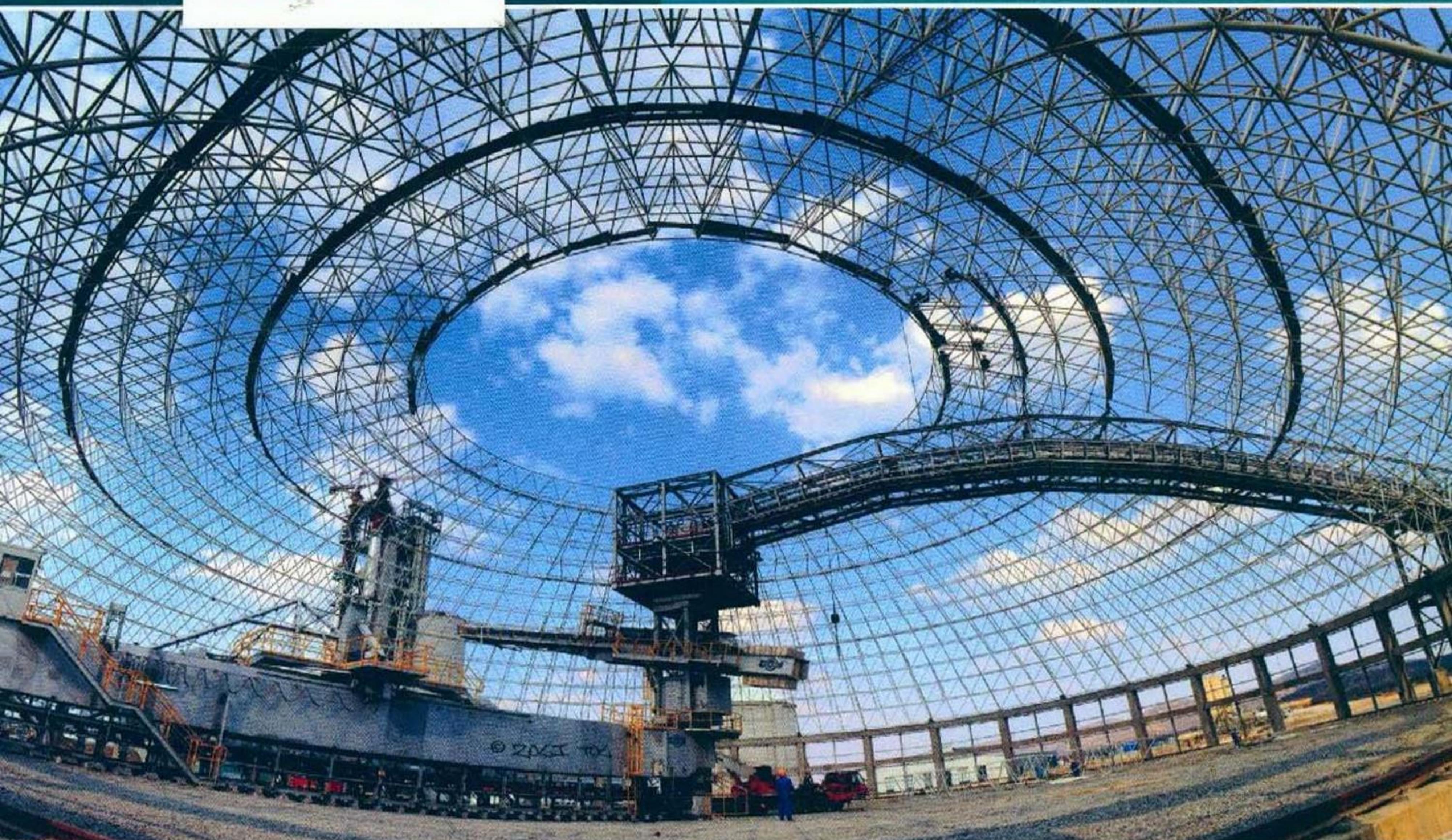


TS

CK.0000070957



# ÔN THI CAO HỌC MÔN SỨC BỀN VẬT LIỆU

TẬP 1

GUYÊN  
C LIỆU



NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG

## LỜI NÓI ĐẦU

Hiện nay nhiều trường Đại học mở hệ đào tạo cao học cho các ngành xây dựng, cầu đường, thủy lợi, cơ khí, cơ học vật rắn biến dạng... Hội cơ học Việt Nam thường xuyên tổ chức các kỳ thi Olympic cơ học toàn quốc trong đó có môn học sức bền vật liệu. Để đáp ứng một phần nhu cầu ôn tập kiến thức môn học sức bền vật liệu, chúng tôi biên soạn tài liệu này nhằm phục vụ các thí sinh có yêu cầu. Đồng thời sinh viên các ngành kỹ thuật có thể tham khảo, đi sâu nghiên cứu môn học quan trọng này phục vụ học tập cho các môn chuyên ngành.

Cuốn sách gồm 11 chương chia làm 2 tập, trong mỗi chương có 2 phần: tóm tắt lý thuyết và bài tập có lời giải. Trong các bài tập giải sẵn có chọn lọc gồm những bài thi cao học của các trường Đại học Bách Khoa TP. Hồ Chí Minh, Đại học Xây dựng Hà Nội, Đại học Thủy Lợi, Đại học Tôn Đức Thắng, một số đề thi Olympic cơ học toàn quốc và một số đề chọn lọc. Mỗi bài tập là một dạng khác nhau, có phương pháp giải tốt nhất.

Cuốn sách này chúng tôi có sử dụng bài tập của một số tác giả đã ghi trong "Tài liệu tham khảo".

Sách được xuất bản lần đầu, chắc chắn không tránh khỏi những thiếu sót, rất mong được độc giả lượng thứ và đóng góp ý kiến về Khoa Kỹ thuật Công trình Trường Đại học Tôn Đức Thắng

**Tác giả**



# Chương 1

## LÝ THUYẾT NGOẠI LỰC VÀ NỘI LỰC

### 1. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1.1. Các khái niệm cơ bản

*Ngoại lực:* là lực tác dụng của môi trường bên ngoài hay của vật thể khác lên vật thể đang xét.

*Tải trọng:* là lực tác dụng lên vật thể đã biết trị số, phương, chiều và điểm đặt.

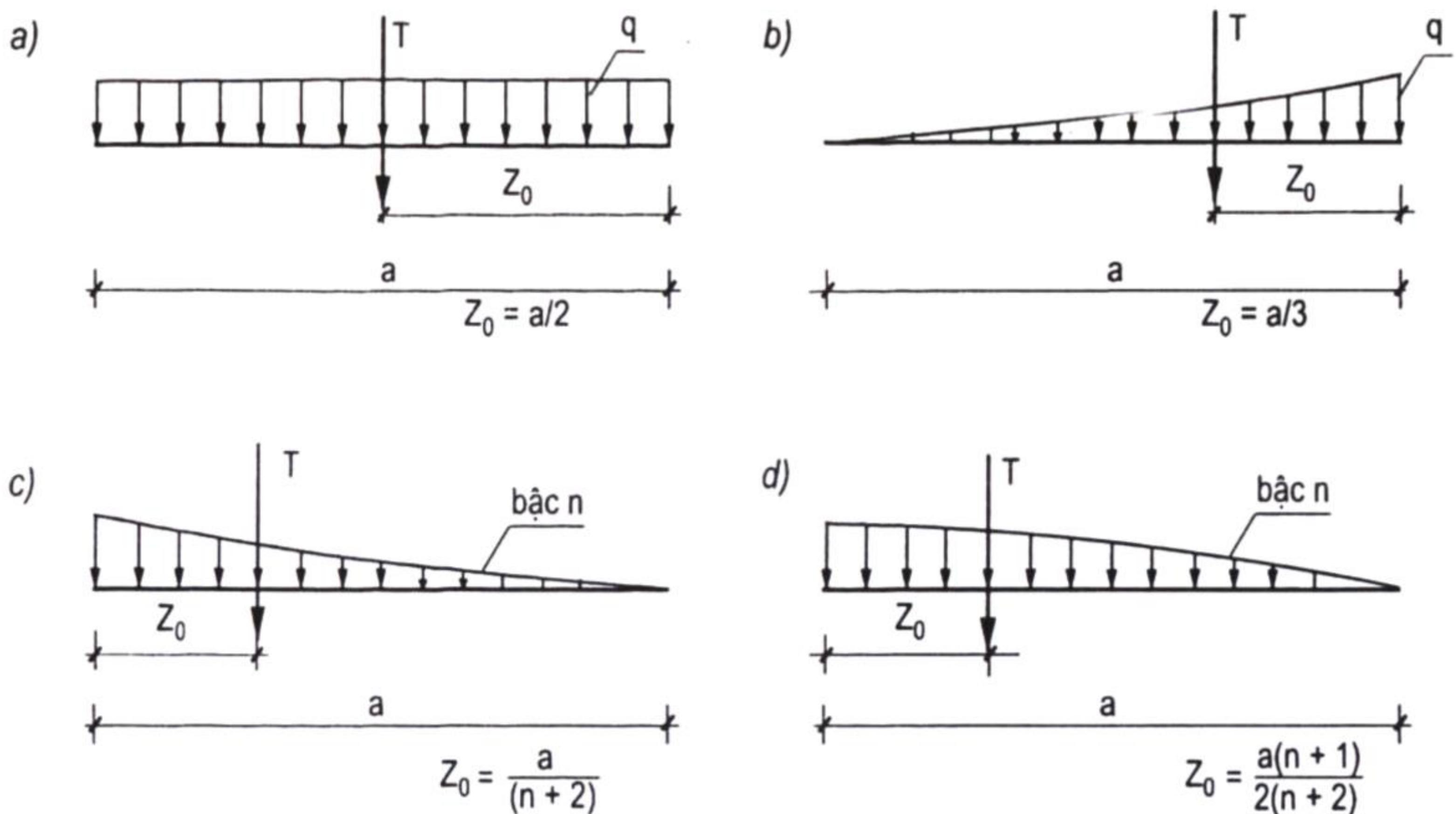
*Phản lực:* là lực phát sinh tại vị trí liên kết, tiếp giáp giữa vật thể đang xét với các vật thể khác hoặc môi trường xung quanh, xuất hiện do tác dụng của tải trọng hoặc các nguyên nhân khác.

##### 1.1.1. Theo quy luật phân bố, tải trọng được chia thành:

- Tải trọng phân bố theo thể tích, có thứ nguyên [lực/(chiều dài)<sup>3</sup>].
- Tải trọng phân bố theo diện tích, có thứ nguyên [lực/(chiều dài)<sup>2</sup>].
- Tải trọng phân bố theo chiều dài, có thứ nguyên [lực/(chiều dài)].

Hợp lực  $T$  của tải trọng phân bố theo chiều dài có trị số bằng diện tích của sơ đồ phân bố lực và di qua trọng tâm diện tích đó

Ví dụ:



*Hình 1-1*

- + Lực phân bố đều (hình 1-1a):  $T = q \cdot a$
- + Lực phân bố bậc nhất (hình 1-1b):  $T = \frac{q \cdot a}{2}$
- + Lực phân bố Parabol lõm bậc n (hình 1-1c):  $T = \frac{q \cdot a}{n+1}$
- + Lực phân bố Parabol lồi bậc n (hình 1-1d)  $T = \frac{n \cdot q \cdot a}{n+1}$

Ngoài tải trọng phân bố còn có các dạng tải trọng sau:

- + Tải trọng tập trung, có thứ nguyên [Lực].
- + Mô men tập trung, có thứ nguyên [Lực x chiều dài].
- + Mô men phân bố, có thứ nguyên [Lực x chiều dài/chiều dài].

### 1.1.2. Theo tính chất tác dụng:

- Tải trọng tĩnh: Lực tăng từ từ, không có lực quán tính.
- Tải trọng động: Lực tăng hay giảm đột ngột phát sinh lực quán tính như dao động, va chạm...

## 1.2. Nội lực và cách tính

*Định nghĩa:* Nội lực là độ biến thiên của lực liên kết giữa các phần tử của vật thể khi vật thể bị biến dạng dưới tác dụng của ngoại lực.

- Trong bài toán phẳng (ngoại lực và nội lực nằm trong mặt phẳng chứa trực thang) có ba thành phần nội lực: lực dọc ( $N_z$ ) lực cắt ( $Q_y$ ) và mômen uốn ( $M_x$ ). Hình 1-3a.

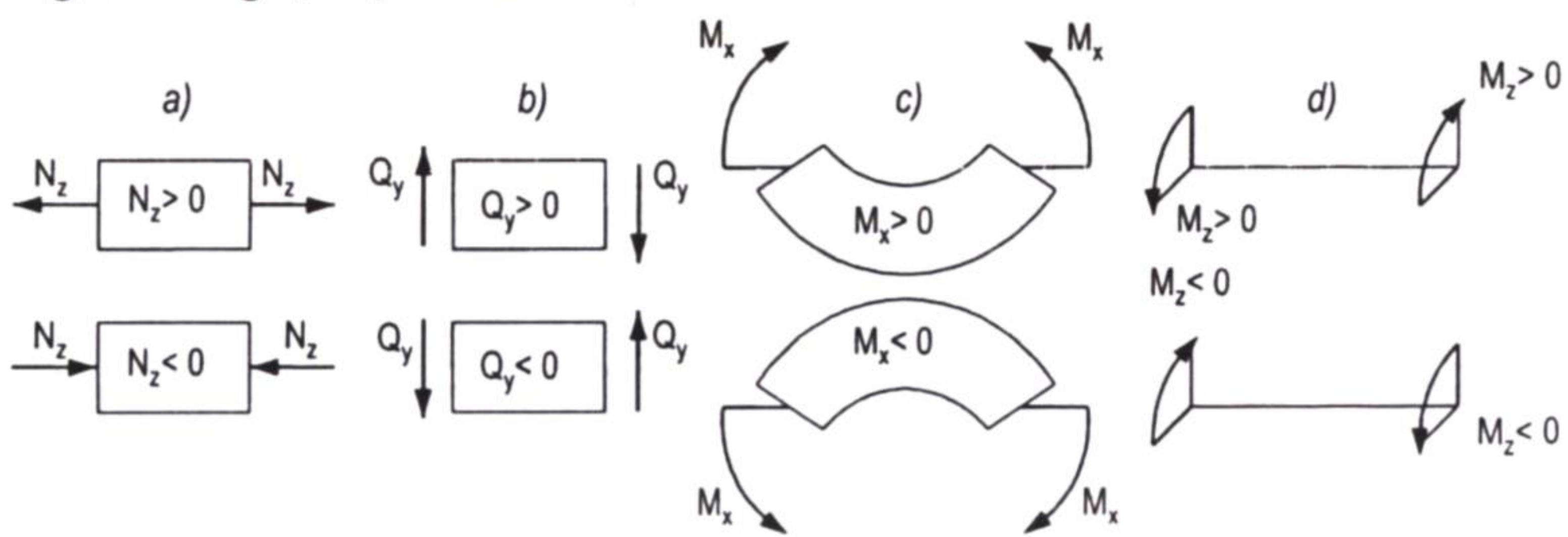
- Quy ước dấu của nội lực trên MCN như sau:

a) Lực dọc  $N_z$  là dương khi nó gây kéo phần đang xét và lực dọc là âm khi nén phần đang xét. Hình 1-2a.

b) Lực cắt  $Q_y$  là dương khi nó làm cho phần đang xét có xu hướng quay thuận chiều kim đồng hồ và ngược lại. Hình 1-2b.

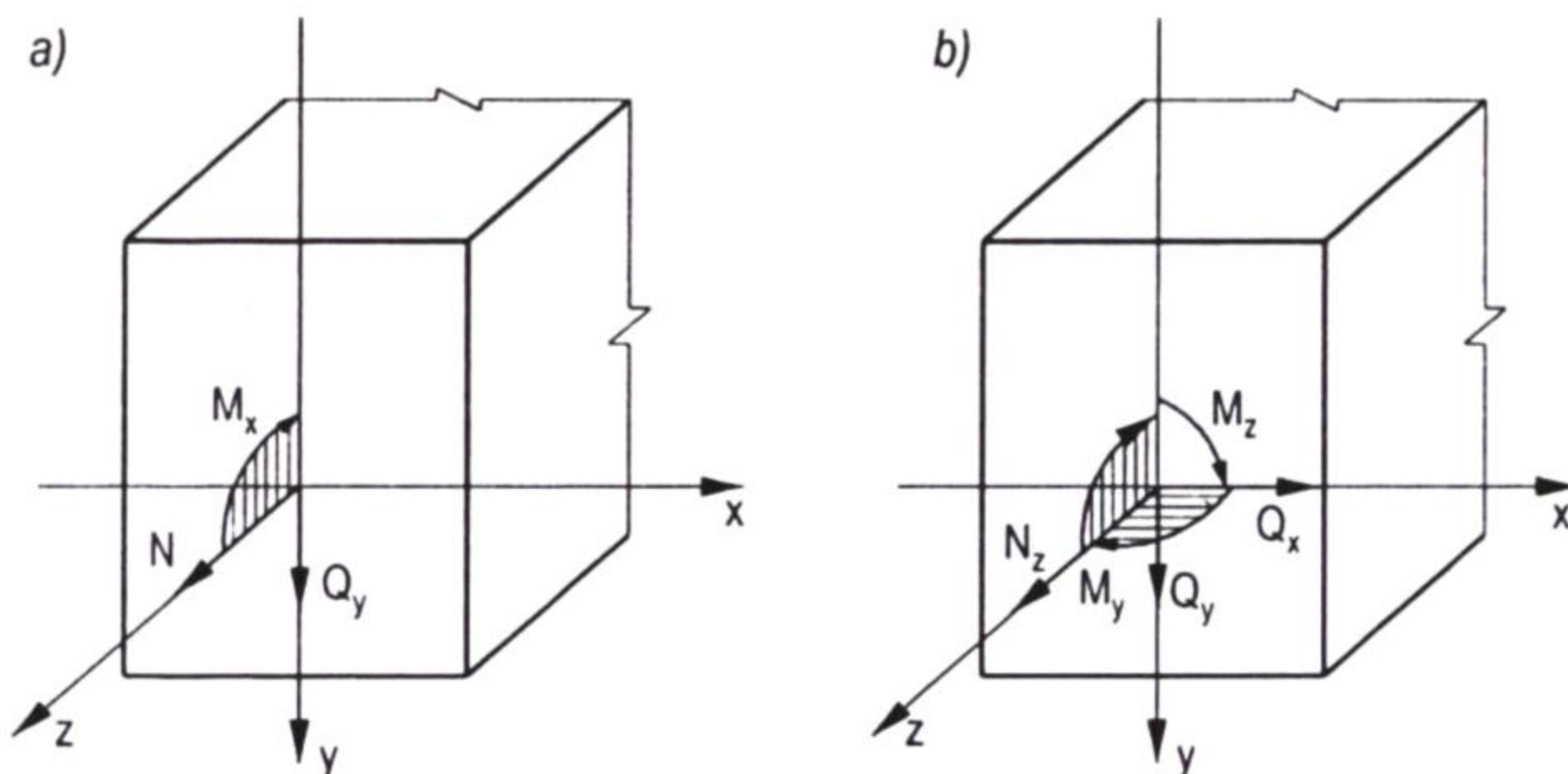
c) Mô men uốn  $M_x$  là dương khi nó làm căng các thớ phía dưới của MCN đang xét.  $M_x$  là âm khi nó làm căng các thớ về phía trên MCN. Hình 1-2c.

d) Mô men xoắn  $M_z$  được coi là dương khi nhìn vào mặt cắt,  $M_z$  quay thuận chiều kim đồng hồ và ngược lại. Hình 1-2d.



Hình 1-2

- Trong bài toán không gian, MCN có 6 thành phần nội lực là  $N_z$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ . Hình 1-3b.



**Hình 1-3**

- Xác định các thành phần nội lực: Tưởng tượng cắt thanh tại mặt cắt ngang cần tìm nội lực, giữ lại phần thanh có ngoại lực tác dụng ít nhất và đơn giản nhất. Gắn các nội lực vào MCN theo chiều dương như đã quy ước sau đó dùng các phương trình cân bằng tĩnh học sau để xác định nội lực:

$$\begin{aligned} N_z + \sum_{i=1}^n P_{iz} &= 0; & M_x + \sum_{i=1}^n m_x(P_i) &= 0 \\ Q_x + \sum_{i=1}^n P_{ix} &= 0; & M_y + \sum_{i=1}^n m_y(P_i) &= 0 \\ Q_y + \sum_{i=1}^n P_{iy} &= 0; & M_z + \sum_{i=1}^n m_z(P_i) &= 0 \end{aligned}$$

trong đó:

$P_{ix}$ ,  $P_{iy}$ ,  $P_{iz}$  - hình chiếu của lực  $P_i$  lên các trục  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;

$m_x(P_i)$ ,  $m_y(P_i)$ ,  $m_z(P_i)$  - mômen của lực  $P_i$  đối với trục  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;

$N_z$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  - sáu nội lực cần tìm.

- Biểu đồ nội lực:

*Định nghĩa:* biểu đồ nội lực là đường biểu hiện sự biến thiên của nội lực dọc theo trục thanh.

Chọn tỷ lệ trục hoành và trục tung hợp lý. Biểu đồ  $Q_y$  là dương vẽ phía trên và âm vẽ phía dưới đường chuẩn (trục hoành). Biểu đồ mômen uốn  $M_x$  là dương vẽ phía dưới và âm vẽ phía trên đường chuẩn. Trong khung biểu đồ mômen vẽ theo thớ căng.

### 1.3. Liên hệ vi phân giữa nội lực và tải trọng

#### 1.3.1. Thanh cong

Cắt đoạn thanh cong có chiều dài  $ds$  - Hình 1-4.

Từ các phương trình cân bằng tĩnh học ta có các liên hệ vi phân:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dN}{ds} = -\frac{Q}{\rho} - t \\ \frac{dQ}{ds} = \frac{N}{\rho} + q \\ \frac{dM}{ds} = Q + m \end{array} \right\} \quad (1-2)$$

trong đó:  $\rho$  - bán kính cong;

$ds = \rho d\alpha$  - vi phân cung;

$t$  - cường độ lực phân bố dọc trục thanh;

$q$  - cường độ lực phân bố ngang;

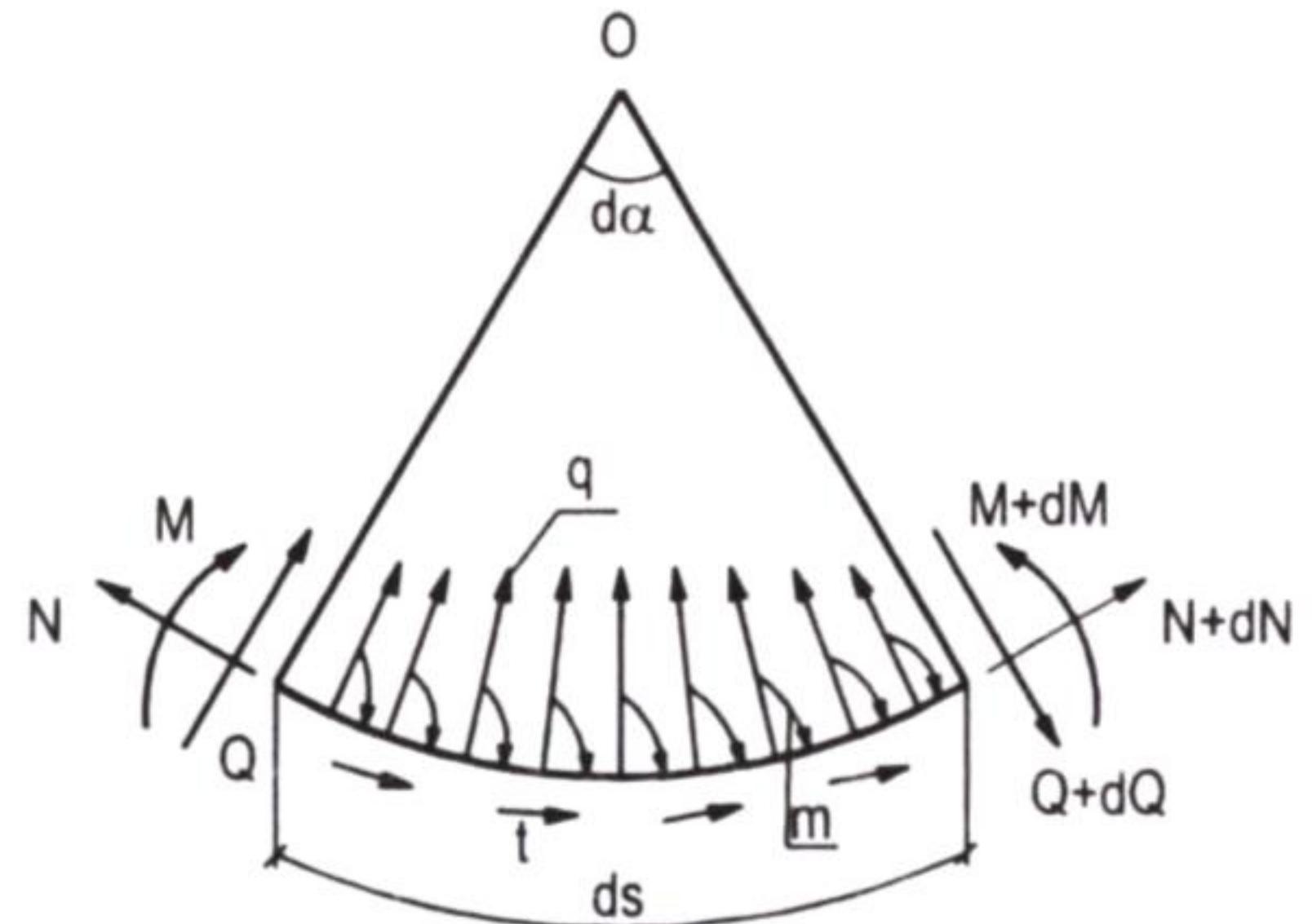
$m$  - cường độ mômen phân bố.

Từ (1-2) ta nhận thấy

+ Nếu tại MCN có  $Q = t = 0$  thì tại đó biểu đồ  $N$  có cực trị

+ Nếu tại MCN có  $N = q = 0$  thì tại đó biểu đồ  $Q$  có cực trị

+ Nếu tại MCN có  $Q = m = 0$  thì tại đó biểu đồ  $M$  có cực trị



Hình 1-4

### 1.3.2 Thanh thăng

Nếu  $\rho = \infty$  và  $ds = dz$  thì thanh cong trở thành thanh thăng. Ta có liên hệ vi phân của thanh thăng

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dN}{dz} = -t \\ \frac{dQ}{dz} = q \\ \frac{dM}{dz} = Q + m \end{array} \right\} \dots \quad (1-3)$$

Quan hệ giữa lực cắt và lực tập trung  $P_0$  (hướng lên là dương). Hình 1-5a.

$$Q_{ph} = Q_{tr} + P_0 \quad (1-4)$$

Quan hệ giữa mômen nội lực và mômen tập trung  $M_0$  (quay thuận chiều kim đồng hồ là dương). Hình 1-5b

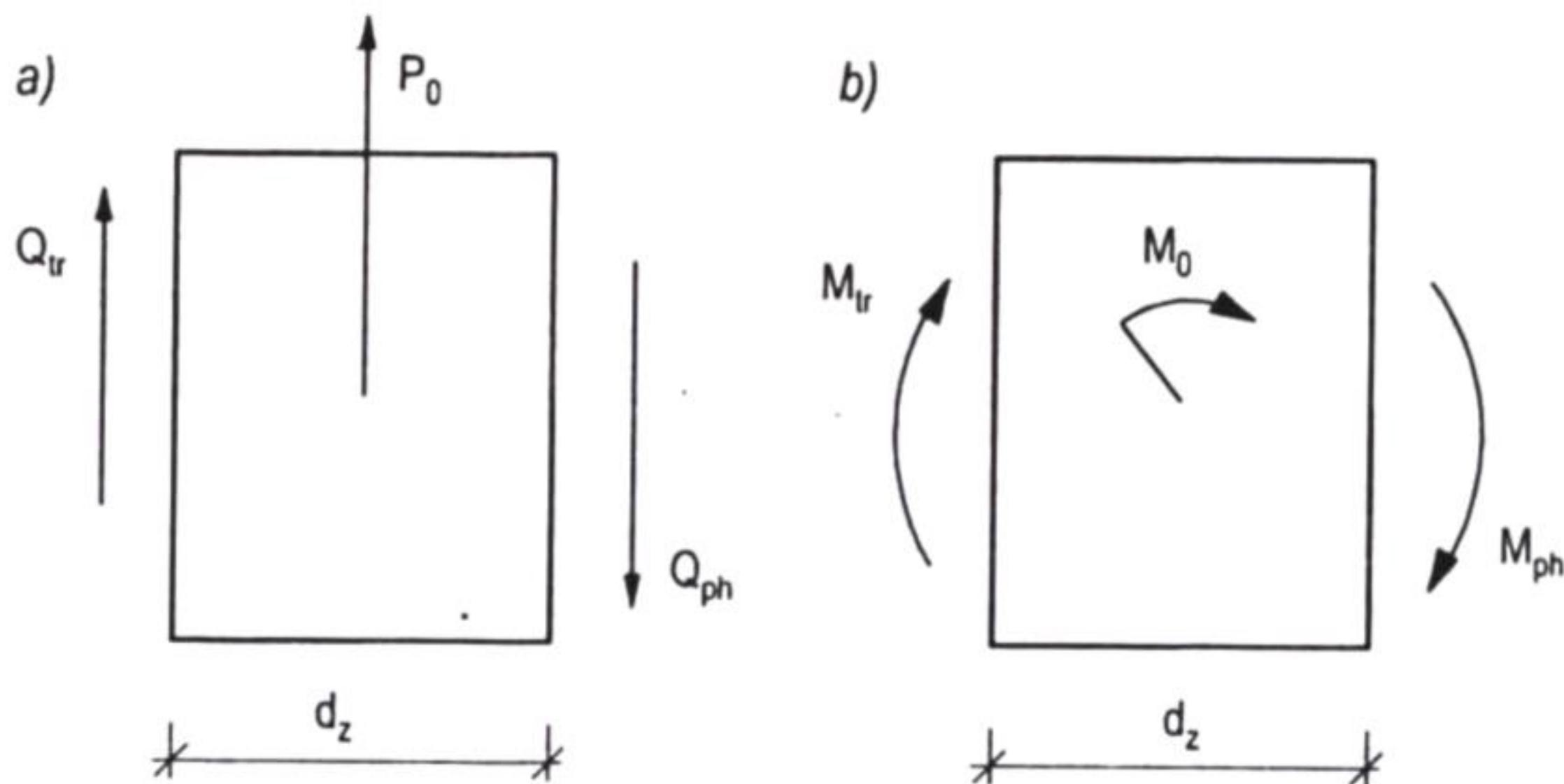
$$M_{ph} = M_{tr} + M_0 \quad (1-5)$$

Bước nhảy  $\Delta N$  của biểu đồ lực dọc với lực tập trung  $N_0$

$$\Delta N = N_{ph} - N_{tr} = N_0 \quad (1-6)$$

trong đó:  $Q_{tr}$ ,  $M_{tr}$ ,  $N_{tr}$  - lực cắt, mômen, lực dọc tại mặt cắt bên trái của lực tập trung hay mômen tập trung;

$Q_{ph}$ ,  $M_{ph}$ ,  $N_{ph}$  - lực cắt, mômen, lực dọc tại mặt cắt bên phải của lực tập trung hay mômen tập trung.



Hình 1-5

Quan hệ giữa mômen uốn, lực cắt với tải trọng phân bố trong một đoạn thanh, (trong mỗi đoạn thanh ngoại lực tác dụng không biến thiên đột ngột). Hình 1-6

Theo (1-3) ta có:

$$\begin{aligned} dQ = q dz & \text{ hay } \int_A^B dQ = \int_A^B q dz \\ \text{hay } Q_B - Q_A &= S_q^{AB} \\ \text{hay } Q_{tr}^B &= Q_{ph}^A + S_q^{AB} \end{aligned} \quad (1-7)$$

trong đó:

$Q_{tr}^B$  - lực cắt bên trái điểm B;

$Q_{ph}^A$  - lực cắt bên phải điểm A;

$S_q^{AB}$  - diện tích của tải trọng phân bố trong đoạn AB có giá trị dương nếu q hướng lên và âm nếu hướng xuống.

Từ (1-3) ta có:

$$dM = Q dz + m dz \rightarrow \int_A^B dM = \int_A^B Q dz + \int_A^B m dz$$

$$\text{hay } M_B - M_A = S_Q^{AB} + S_m^{AB}$$

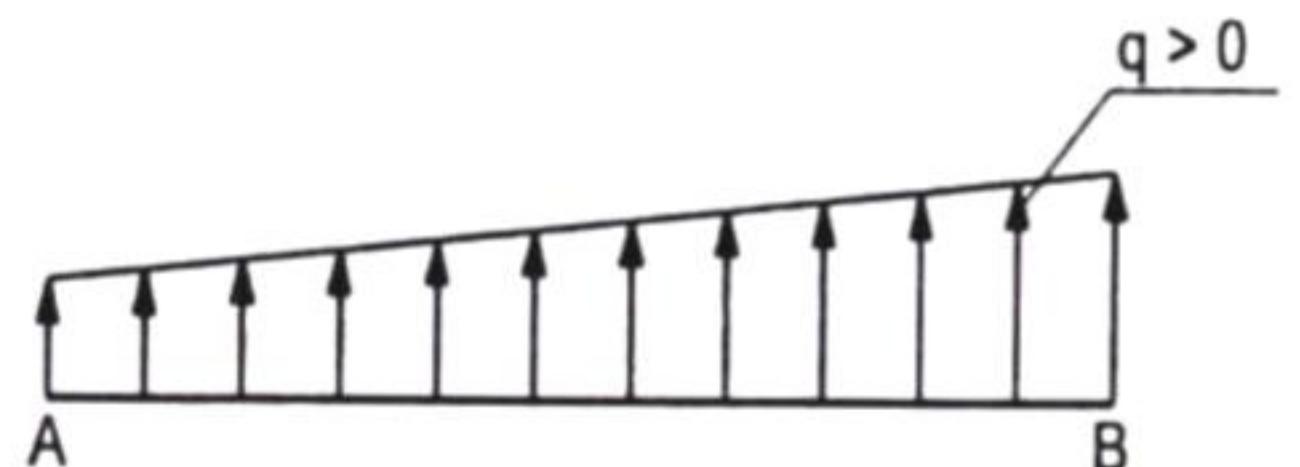
$$\text{hay } M_{tr}^B = M_{ph}^A + S_Q^{AB} + S_m^{AB} \quad (1-8)$$

trong đó:

$M_{tr}^B$  - mômen bên trái điểm B;

$M_{ph}^A$  - mômen bên phải điểm A;

$S_Q^{AB}, S_m^{AB}$  - lần lượt là diện tích biểu đồ lực cắt Q, diện tích của biểu đồ mômen do mômen phân bố tác dụng gây ra. Dấu của các diện tích này là dấu của biểu đồ tương ứng.



Hình 1-6

## 1.4. Những nhận xét cần nhớ

Những nhận xét này rút ra từ liên hệ vi phân của thanh thẳng (1-3) dùng để kiểm tra việc vẽ các biểu đồ nội lực có đúng không, ngoài ra còn dùng để vẽ nhanh các biểu đồ nội lực hoặc giải bài toán ngược (có biểu đồ mômen hẫy xác định sơ đồ tải trọng).

### 1. Đối với biểu đồ lực dọc $N$ .

- Nếu lực tiếp tuyến  $t = 0$  thì  $N = \text{const}$ .
- Nếu lực  $t = \text{const}$  (hệ lực phân bố đều) thì  $N$  là hàm bậc nhất.
- Nếu  $t$  là hàm bậc  $n$  thì  $N$  là hàm số bậc  $(n + 1)$ .

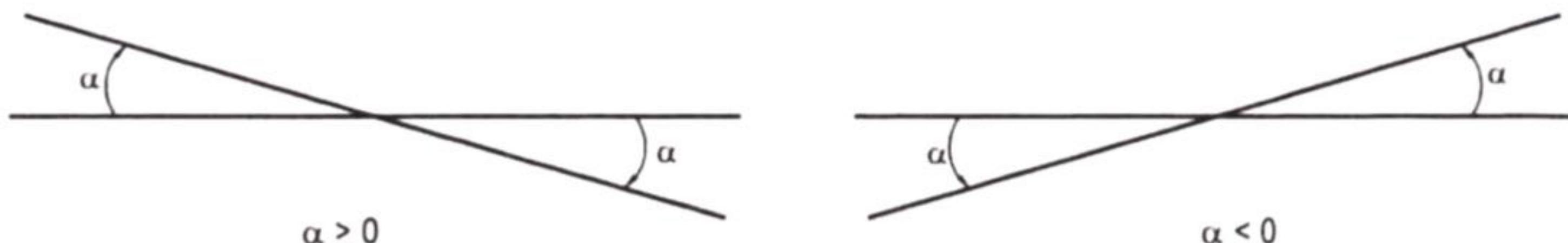
Biểu đồ  $N$  đạt đến cực trị khi tại MCN nào đó cường độ lực tiếp tuyến  $t$  triệt tiêu.

- Tại MCN có lực tập trung tác dụng thì ở đó biểu đồ lực dọc có bước nhảy, giá trị của bước nhảy bằng giá trị của lực tập trung.

### 2. Đối với biểu đồ lực cắt (xét trong từng đoạn thanh có ngoại lực không thay đổi đột ngột)

- Nếu  $q = 0$  thì  $Q = \text{const}$ .
- Nếu  $q = \text{const}$  thì  $Q$  là hàm bậc nhất.
- Nếu  $q$  là hàm bậc  $n$  thì  $Q$  là hàm bậc  $n + 1$
- Hệ số góc của đường tiếp tuyến với biểu đồ  $Q$  có giá trị bằng  $q$  ( $\tan \alpha = \frac{dQ}{dz} = q$ ).

Dấu của  $\alpha$  xác định theo hình 1-7



Hình 1-7

- Trong đoạn thanh có  $q > 0$  (có chiều hướng lên) thì hàm số  $Q$  đồng biến, ngược lại trên đoạn thanh có  $q < 0$  thì hàm  $Q$  nghịch biến. Khi hàm  $q$  có bậc lớn hơn hoặc bằng 1 thì tại mặt cắt có  $q = 0$  thì hàm  $Q$  đạt cực trị.

- Tại MCN có lực tập trung có  $P_0$  tác dụng vuông góc với trực thanh thì tại đó biểu đồ  $Q$  có bước nhảy, giá trị của bước nhảy bằng giá trị của lực tập trung. Nếu đi từ trái sang phải thì chiều của bước nhảy trùng với chiều của lực tập trung.

### 3. Đối với biểu đồ mômen (xét trong đoạn thanh có ngoại lực không thay đổi đột ngột).

- Nếu trong đoạn có  $Q = m = 0$  thì  $M = \text{const}$ .
- Nếu  $Q = \text{const}$  và  $m = \text{const}$  hoặc  $Q = 0$  và  $m = \text{const}$  hoặc  $Q = \text{const}$  và  $m = 0$  thì hàm mômen uốn  $M$  là hàm bậc nhất.
- Nếu  $Q$  hoặc  $m$  có bậc là  $n$  thì hàm mômen uốn  $M$  có bậc  $n+1$
- Nếu  $Q$  hoặc  $m$  là hàm có bậc lớn hơn hoặc bằng 1 thì tại mặt cắt có  $Q = m = 0$  hàm mômen uốn  $M$  có cực trị (cực đại khi hàm  $Q$  giảm, cực tiểu khi  $Q$  tăng).
- Hệ số góc của đường tiếp tuyến với biểu đồ mômen uốn  $M$  có trị số bằng  $Q + m$

- Trường hợp  $m = 0$  thì từ (1-3) ta có:

$$\frac{d^2M}{dz^2} = \frac{dQ}{dz} = q \quad (1-9)$$

Nếu  $q$  là hàm có bậc  $n$  thì  $Q$  có bậc  $(n + 1)$  và  $M$  có bậc  $(n + 2)$ .

- Người ta tính  $Q$  bằng hệ số góc của hàm mômen uốn

$$Q = \frac{dM}{dz} = \operatorname{tg}\alpha$$

Dấu của  $\alpha$  theo quy ước ở hình 1-7.

- Trên đoạn  $Q$  tăng thì mômen uốn  $M$  đồng biến那段 đó. Trên đoạn  $Q$  giảm thì mômen uốn  $M$  nghịch biến那段 đó.

- Tại mặt cắt có đặt mômen uốn hoặc mômen xoắn ngoại lực tập trung, biểu đồ mômen uốn hoặc xoắn tương ứng có bước nhảy, giá trị của bước nhảy bằng giá trị của mômen ngoại lực tập trung.

- Nếu di từ trái sang phải bước nhảy của biểu đồ mômen uốn hướng xuống nếu mômen ngoại lực quay thuận chiều kim đồng hồ và hướng lên nếu mômen ngoại lực quay ngược chiều kim đồng hồ.

- Nếu trên đoạn trực nào đó chịu mômen xoắn ngoại lực phân bố có dạng một đa thức bậc  $n$  thì trên đoạn đó biểu đồ mômen xoắn nội lực  $M_Z$  là hàm bậc  $(n + 1)$ .

- Đường cong biểu diễn hàm mômen uốn luôn luôn hứng lấy chiều của tải trọng phân bố  $q$ .

## 1.5. Các phương pháp vẽ biểu đồ nội lực trong thanh

### 1.5.1. Phương pháp giải tích: Ta tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Xác định phản lực và phân đoạn.

Bước 2: Dùng phương pháp mặt cắt. Lập phương trình cân bằng tĩnh học để viết biểu thức giải tích của các nội lực cho mỗi đoạn thanh.

Bước 3: Cho biến số trong biểu thức giải tích các giá trị cụ thể ta vẽ được biểu đồ nội lực.

Dùng những nhận xét ở phần trên để kiểm tra biểu đồ. Đối với khung ta dùng phương pháp tách nút để kiểm tra lại biểu đồ. Xem bài tập 1-1 đến 1-4.

### 1.5.2. Phương pháp vẽ theo các điểm đặc biệt

Điểm đặc biệt là điểm đầu, điểm cuối của mỗi đoạn và điểm có lực cắt  $Q = 0$  khi hàm  $Q$  có bậc  $\geq 1$ .

Bước 1: Xác định phản lực và chia đoạn.

Bước 2: Vẽ biểu đồ  $N$  và  $Q$  cho từng đoạn theo (1-4) và (1-7).

Bước 3: Vẽ biểu đồ mômen uốn  $M$  cho từng đoạn theo công thức (1-5) và (1-8). Xem bài tập 1-5.

### 1.5.3. Phương pháp cộng biểu đồ.

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng. Nếu thanh chịu tác dụng của nhiều ngoại lực, ta vẽ biểu đồ nội lực trong thanh của từng lực riêng lẻ gây ra và sau đó cộng đại số các biểu đồ nội lực đó lại ta sẽ có biểu đồ nội lực cần tìm. Xem bài tập 1-10.