

GS.  
TH.



AM

# PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN VÀ CÁC ỨNG DỤNG TRONG TÍNH TOÁN KỸ THUẬT



SUYỀN  
LIÊU



NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG

GS. TSKH. NGUYỄN TRÂM  
ThS. TRẦN QUỐC CA

PHƯƠNG PHÁP  
**PHẦN TỬ HỮU HẠN**  
**VÀ CÁC ỨNG DỤNG**  
TRONG TÍNH TOÁN KỸ THUẬT

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG  
HÀ NỘI - 2013

## LỜI NÓI ĐẦU

*Cuốn sách Phương pháp Phần tử hữu hạn và các ứng dụng tính toán trong kỹ thuật dùng cho sinh viên và học viên cao học hoặc các độc giả khác quan tâm tới một số công cụ của phương pháp phân tích số dùng trong tính toán các công trình kỹ thuật. Nội dung cuốn sách đề cập chủ yếu các phương pháp số thông dụng trong phân tích tính toán công trình, đặc biệt là các phương pháp Phần tử hữu hạn, phương pháp Dải hữu hạn và những ứng dụng trong tính toán kỹ thuật.*

*Nội dung bao gồm cả những khái luận cơ bản của hai phương pháp chính và áp dụng phương pháp Phần tử hữu hạn vào việc phân tích vật liệu Composite, bê tông cốt thép, cũng như các ví dụ đơn giản dễ hiểu nhất, áp dụng cho các phần tử Thanh - Dầm (1D), các phần tử Tấm - Bản (2D) và các phần tử Khô (3D) trong phân tích kết cấu về mặt tĩnh học và động lực học.*

*Cuốn sách là tài liệu học tập và tham khảo cho sinh viên, học viên cao học các ngành Cơ học ứng dụng nói chung và các ngành Xây dựng cơ bản nói riêng, sách không chỉ gồm những kiến thức cơ bản mà còn gắn liền với các chương trình phần mềm thương mại hiện đại.*

*Mục đích của cuốn sách là trang bị cho người đọc những vấn đề cốt lõi sau:*

- Cung cấp những kiến thức cơ bản về phương pháp phân tích số, chủ yếu là phương pháp Phần tử hữu hạn, Dải hữu hạn và các ứng dụng phương pháp Phần tử hữu hạn trong tính toán kỹ thuật;*
- Giúp học viên có khả năng xây dựng, thiết lập những bài toán phân tích và tính toán kết cấu theo phương pháp số;*
- Giới thiệu những phương pháp tiếp cận chủ yếu để xây dựng các ma trận đặc trưng như ma trận độ cứng, các vectơ tải nút v.v...*

*Mỗi chương mục có các bài tập ví dụ và một số đề bài tập mẫu để người học thực hành.*

*Yêu cầu học viên:*

- Hiểu được ý tưởng cơ bản của các phương pháp số;
- Biết đặc điểm và vận dụng được các loại phần tử mẫu với những ma trận đặc trưng;
- Có thể sử dụng hợp lý các mô hình của những phần tử mẫu trong các bài toán cần giải;
- Có thể biểu đạt và đánh giá được chất lượng kết quả (ý nghĩa vật lý của lời giải);
- Nhận thức được những hạn chế của từng phương pháp và không hề lạm dụng chúng.

**Tác giả**

## LỜI GIỚI THIỆU

*Thực hiện chủ trương của trường Đại học Duy Tân về công tác biên soạn giáo trình, bài giảng cho chương trình đào tạo ở bậc đại học và cao học, nhà trường cho in tập sách **"Phương pháp Phần tử hữu hạn và các ứng dụng trong tính toán kỹ thuật"** của GS.TSKH Nguyễn Trâm - Th.S Trần Quốc Ca làm tài liệu phục vụ cho môn học Phương pháp số tính toán công trình, trong chương trình đào tạo thuộc các chuyên ngành Xây dựng: Công trình Dân dụng và Công nghiệp, công trình Xây dựng Cầu đường, Công trình Ngầm, Công trình Thủy lợi, v.v...*

*Trường Đại học Duy Tân xin trân trọng giới thiệu cuốn sách mới trong tủ sách của nhà trường.*

# Phần 1

## PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN, DẢI HỮU HẠN

---

### Chương mở đầu

### KHÁI NIỆM CHUNG

Phương pháp Phần tử hữu hạn (PPPTHH) dựa trên ý tưởng phân chia vật thể phức tạp thành các phần nhỏ và có thể quản lý được nội dung, tính chất cụ thể của phần tử đó.

Phương pháp Phần tử hữu hạn là phương pháp rất tổng quát và hữu hiệu cho lời giải số gồm nhiều lớp bài toán kỹ thuật khác nhau. Phương pháp Phần tử hữu hạn được áp dụng rộng rãi trong mọi lĩnh vực của cơ học như cơ học kết cấu, động lực học về ổn định công trình, lý thuyết đàn hồi, lý thuyết dẻo, lý thuyết từ biến, cơ học chất lỏng và chất khí, cơ học đất, v.v... Do đó có thể áp dụng phương pháp Phần tử hữu hạn như công cụ để phân tích trong các bài toán kỹ thuật sau:

- Kỹ thuật xây dựng (nhà cửa, cầu đường, thủy lợi ...);
- Kỹ thuật cơ khí chế tạo máy móc (ô tô, hàng không ...);
- Kỹ thuật điện tử (các mạch điện, điện tử...);
- Địa kỹ thuật (các loại nền móng và công trình trong nền đất);
- Kỹ thuật dòng chảy, dòng nhiệt (các bài toán thấm, truyền dẫn nhiệt).

Ưu nhược điểm của phương pháp Phần tử hữu hạn

- *Ưu điểm:*

Phương pháp Phần tử hữu hạn có thể áp dụng rộng rãi cho nhiều bài toán kỹ thuật khác nhau, như:

- + Cơ học vật thể rắn biến dạng;
- + Cơ học vật thể rời (địa kỹ thuật);
- + Cơ học chất lỏng; chuyển động của sóng mặt;
- + Bài toán sóng và sóng điện từ;
- + Bài toán nhiệt học;
- + Bài toán điện tĩnh học;
- + Bài toán động lực học, v.v...

+ Phương pháp Phần tử hữu hạn có thể áp dụng cho bất kỳ vật thể có hình dạng phức tạp, điều kiện biên tùy ý và chất tải bất kỳ.

- *Nhược điểm:*

+ Lời giải nói chung dưới dạng kín, không thể thay đổi tùy ý các thông số đầu vào, chẳng hạn các bài toán với tải trọng di động;

+ Chỉ nhận được lời giải gần đúng, phương pháp có nhiều sai số “cố hữu”, chẳng hạn: Sai số về đơn giản hóa hình dạng vật thể, về chọn hàm xấp xỉ biểu thị mô hình số cho phần tử, hoặc sử dụng gần đúng giá trị tích phân...

+ Những sai sót có khi rất nghiêm trọng, tùy người sử dụng, liên quan đến lựa chọn dạng loại phần tử, điều kiện biên các gối tựa, độ cứng các phần tử khác nhau quá lớn, v.v...

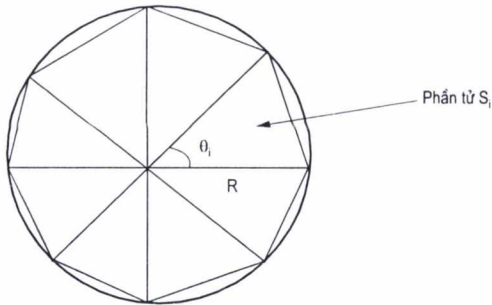
# Chương 1

## GIỚI THIỆU

### 1.1. KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Phương pháp Phần tử hữu hạn (FEM) hoặc phân tích Phần tử hữu hạn (FEA), được dựa trên ý tưởng phân chia đối tượng phức tạp thành nhiều khối nhỏ và quản lý chúng. Áp dụng các ý tưởng đơn giản này có thể được tìm thấy ở khắp mọi nơi trong cuộc sống hằng ngày cũng như trong kỹ thuật, ví dụ: trò chơi xếp hình bằng các miếng lắp ghép; Ngôi nhà xây dựng bằng những cấu kiện đúc sẵn; Xấp xỉ diện tích hình tròn bằng cách xếp khếp kín rất nhiều mảnh tam giác cân bằng nhau v.v...

*Ví dụ:* Tính xấp xỉ diện tích hình tròn



**Hình 1.1.** Xấp xỉ diện tích hình tròn

Diện tích của một tam giác:  $S_i = \frac{1}{2} R^2 \sin \theta_i$

Diện tích của hình tròn:  $S_N = \sum_{i=1}^N S_i = \frac{1}{2} R^2 N \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right) \rightarrow \pi R^2$  khi  $N \rightarrow \infty$ ,

trong đó: N - tổng số các hình tam giác (phần tử).

#### 1.1.1 Các ứng dụng của FEM vào ngành kỹ thuật

- Cơ khí / Kỹ thuật ô tô;
- Cơ cấu phân tích (Tĩnh / Động, Tuyến tính / Phi tuyến);



- Nhiệt / Dòng chảy chất lỏng;

- Điện;

v.v...

### 1.1.2. Tóm tắt lịch sử phát triển của FEM

Năm 1943 ----- Courant (phương pháp biến phân);

Năm 1956 ----- Turner, Clough, Martin và Topp (độ cứng);

Năm 1960 ----- Clough (các vấn đề về tấm phẳng);

Năm 1970 ----- Các ứng dụng trên máy tính cụ thể như sau:

Năm 1970, Franklin đã giới thiệu phương pháp Phần tử hữu hạn mô hình vết nứt bê tông.

Năm 1970, Franklin và Scordelis phân tích lực dính bám giữa bê tông và thép được mô tả bằng các phần tử liên kết dính bám. Việc phân tích đã đề cập đến ảnh hưởng của cốt thép, ảnh hưởng của thép dọc chịu kéo xuyên ngang qua vết nứt nghiêng, ảnh hưởng của cốt liệu đến mặt nứt và ảnh hưởng của vết nứt tách dọc theo cốt thép gần vị trí liên kết. Kết quả phân tích phù hợp với lý thuyết Kani.

Valliappan (1971) đã áp dụng lý thuyết dẻo dựa trên tiêu chuẩn Mises cho mô hình bê tông và cốt thép để phân tích dầm đơn giản.

Muto và Miyashita (1972) phân tích dầm Console chịu tải trọng đôi chiều bằng mô hình dẻo dựa trên tiêu chuẩn Drucker – Prager.

Fukushima (1972) và Lassker (1973) đã phân tích các dầm đơn giản với giả thiết bê tông là vật liệu trục hướng và sử dụng mô hình liên kết dính bám để mô tả lực dính bám giữa bê tông và thép.

Salem (1974) áp dụng lý thuyết dẻo cho mô hình bê tông để phân tích dầm không có cốt đai. Khi liên kết dính bám của các thanh thép dọc với bê tông được giả thiết là dính bám hoàn toàn, độ cứng của kết quả phân tích lớn hơn số liệu thực nghiệm.

Osanai và Kokusho (1980) phân tích các dầm Console bằng phương pháp Phần tử hữu hạn dùng phần tử liên kết dính bám điểm.

Saouma (1981) phát triển mô hình nứt phân bố và đề xuất phương pháp thay đổi lưới Phần tử hữu hạn dựa vào sự phát triển của vết nứt.

Blauwendrad (1981) đưa ra mô hình có khả năng dự đoán các hình thức phá hoại, vết nứt phân bố có thể phát triển theo hướng bất kỳ và cắt qua các phần tử bất kỳ.

Plauk (1981) dùng mô hình cơ học để nghiên cứu sự làm việc của dầm đơn giản.

Niwa và Okamura (1981), Maekawa (1981) đề xuất mô hình bê tông, trong đó đã đề cập đến xu hướng “mềm hoá” biến dạng sau khi đạt đến sức bền nén lớn nhất và tính trục hướng của vật liệu sau nứt bằng lý thuyết biến dạng tổng thể. So sánh dạng vết nứt

tính toán với thực nghiệm cho thấy việc phân tích có khả năng bê tông bị ép vỡ phần chân và dạng phá hoại kéo uốn. Tuy nhiên lại không thể dự đoán được sự trượt dọc theo vết nứt nghiêng.

Năm 1990 ----- Phân tích kết cấu của các hệ thống lớn hơn.

### 1.1.3. FEM trong phân tích kết cấu

- *Triển khai tính toán:*

+ Xây dựng mô hình, tải trọng và điều kiện ràng buộc;

+ Xử lý liên kết và giải phương trình của hệ;

+ Sắp xếp và hiển thị kết quả.

- *Trình tự phân tích trong phương pháp Phần tử hữu hạn có thể phân ra ba bước chính sau:*

*Bước 1:*

+ Xây dựng các phần tử mẫu (theo nhiều cách khác nhau: trực tiếp, biến phân, Galerkin, bình phương tối thiểu, hoặc từ các phương pháp số khác, v.v...);

+ Chọn phương pháp phân tích: tĩnh, động (ngắn hạn, theo mode), ổn định, tiếp xúc, nhiệt (ngắn hạn, trạng thái dừng), v.v...;

+ Chọn đặc trưng vật liệu:  $E, \nu, \rho, \alpha, v.v...$ ;

+ Quy định các điểm nút;

+ Chọn lưới kết nối giữa các phần tử;

+ Đưa các điều kiện biên vào hệ.

*Bước 2:*

Giải bài toán với các điều kiện biên cụ thể bằng máy tính trực tiếp hoặc theo các phần mềm chuyên dụng khác nhau bao gồm các trình tự sau:

+ Tính toán ma trận độ cứng phần tử  $k$  và vectơ lực nút phần tử  $f$  của mỗi phần tử;

+ Xây dựng ma trận độ cứng tổng thể  $K$  và vectơ lực nút  $F$  chung cho cả hệ (ghép nối phần tử);

+ Áp đặt các điều kiện liên kết trên biên kết cấu, bằng cách biến đổi ma trận độ cứng  $K$  và vectơ lực nút tổng thể  $F$ ;

+ Giải phương trình phương pháp Phần tử hữu hạn, xác định nghiệm của hệ là vectơ chuyển vị chung;

+ Tính toán các đại lượng khác (ứng suất, biến dạng, v.v...);

*Bước 3:*

Xử lý kết quả đã nhận được, ví dụ bao gồm: chuyển vị, ứng suất, biến dạng, tần số, nhiệt độ, v.v...