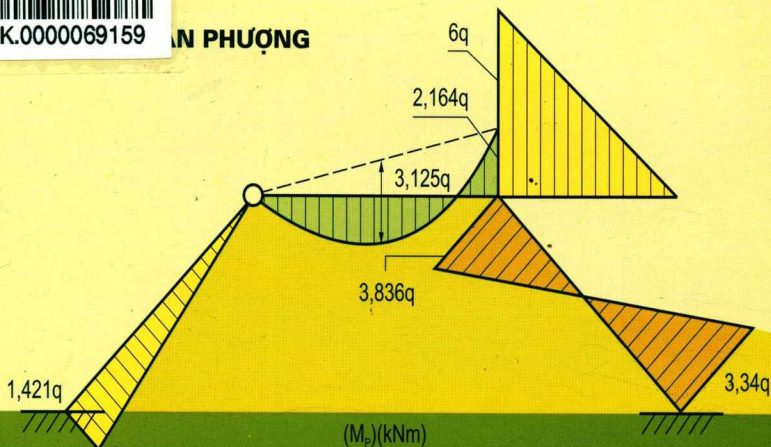


CK.0000069159

PHƯƠNG



CƠ HỌC KẾT CẤU

TẬP II

NGUYỄN
C LIỆU



NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG

TS. NGUYỄN VĂN PHƯƠNG

CƠ HỌC KẾT CẤU

TẬP II

(Tái bản)

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG
HÀ NỘI - 2013

LỜI NÓI ĐẦU

Cơ học kết cấu là môn kỹ thuật cơ sở nhằm trang bị cho kỹ sư và sinh viên thuộc ngành xây dựng công trình những kiến thức cơ bản cần thiết để kết hợp với các môn chuyên môn khác giải quyết các vấn đề liên quan đến việc thiết kế cũng như việc thi công các công trình xây dựng.

Về nội dung sách được biên soạn phù hợp với chương trình giảng dạy môn Cơ học kết cấu áp dụng cho hệ đào tạo kỹ sư các ngành xây dựng công trình.

Để phù hợp với các học phần quy định và điều kiện ấn loát, sách được biên soạn thành hai tập:

1. Cơ học kết cấu, tập 1

2. Cơ học kết cấu, tập 2

Trong mỗi chương mục, ngoài nội dung lý thuyết còn trình bày các ví dụ tính toán và đề bài tập luyện tập nhằm giúp người đọc tìm hiểu sâu những nội dung lý thuyết đồng thời nâng cao kỹ năng thực hành và vận dụng. Tuy đã có nhiều cố gắng trong biên soạn nhưng khó tránh khỏi những thiếu sót, tác giả xin chân thành cảm ơn sự quan tâm và những ý kiến đóng góp của bạn đọc và các đồng nghiệp.

Tác giả

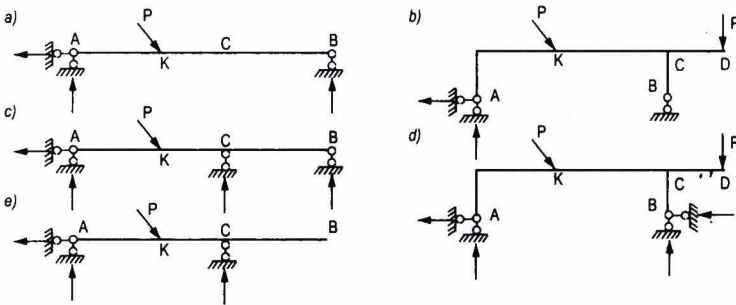
Chương 5

PHƯƠNG PHÁP LỰC TÍNH CÁC HỆ PHẪNG SIÊU TĨNH

5.1. KHÁI NIỆM VỀ HỆ PHẪNG SIÊU TĨNH

1. Định nghĩa hệ siêu tĩnh

Như đã biết một hệ kết cấu biến hình và đủ liên kết được gọi là hệ tĩnh định. Khi hệ tĩnh định (hình 5.1a, b) chịu tải trọng chỉ cần dùng ba phương trình cân bằng tĩnh học là có thể xác định được các phản lực và nội lực trong hệ.



Hình 5.1

Tuy nhiên, trong thực tế còn thường gặp những hệ kết cấu nếu chỉ dùng các phương trình cân bằng tĩnh học thì chưa thể xác định được các phản lực và nội lực trong hệ. Ví dụ hệ dầm và hệ khung trên hình 5.1c, d. Mỗi hệ có thể xem là một miếng cứng nhưng đều được nối với mặt đất bằng bốn liên kết thanh nên với ba phương trình cân bằng tĩnh học chưa đủ để tìm được bốn phản lực trong bốn liên kết thanh, do đó cũng không thể xác định được nội lực trong hệ. Riêng phần dầm thừa CD trong khung trên hình 5.1d là tĩnh định nên có thể xác định được nội lực trong phần hệ này từ ba phương trình cân bằng tĩnh học.

Về cấu tạo hình học để là hệ bất biến hình mỗi hệ chỉ cần nối với mặt đất bằng ba liên kết thanh được bố trí hợp lý là vừa đủ. Như vậy mỗi hệ thừa một liên kết thanh không cần thiết cho sự cấu tạo hình học nhưng vẫn cần cho sự làm việc của hệ. Những hệ kết cấu có chung những đặc điểm trên được gọi là hệ siêu tĩnh. Vậy:

Hệ siêu tĩnh là hệ nếu chỉ dùng các phương trình cân bằng tĩnh học thì chưa thể xác định được các phản lực và nội lực trong toàn hệ hay trong một vài phần của hệ.

Hệ siêu tĩnh là hệ bất biến hình và có liên kết thừa.

2. Bậc siêu tĩnh

Đặc trưng cho số liên kết thừa của hệ siêu tĩnh, trong cơ học kết cấu sử dụng khái niệm bậc siêu tĩnh.

Bậc siêu tĩnh của hệ siêu tĩnh bằng số liên kết thừa tương đương số liên kết thanh ngoài số liên kết cần thiết vừa đủ để hệ là bất biến hình.

Nếu kí hiệu bậc siêu tĩnh là n thì từ công thức (1-5) trong chương 1 suy ra công thức xác định bậc siêu tĩnh n của hệ siêu tĩnh là:

$$n = 3H + 2K + T + C_0 - 3D \quad (5-1)$$

Mỗi hệ trên hình 5.1c, d đều có thừa một liên kết thanh thuộc các liên kết tựa nên đều có bậc siêu tĩnh $n = 1$.

Tuy nhiên, không phải liên kết thanh nào trong hệ siêu tĩnh cũng có thể xem là liên kết thừa. Ví dụ liên kết thanh nằm ngang tại gối A của dầm siêu tĩnh trên hình 5.1c không phải là liên kết thừa vì nếu bị loại bỏ thì hệ chỉ còn nối với mặt đất bằng ba liên kết thanh thẳng đứng tại A, C và B song song với nhau nên hệ là biến hình. Do đó một trong ba liên kết thanh thẳng đứng trong hệ có thể xem là liên kết thừa vì nếu bị loại bỏ sẽ nhận được dầm tĩnh định tương ứng như trên hình 5.1a, e.

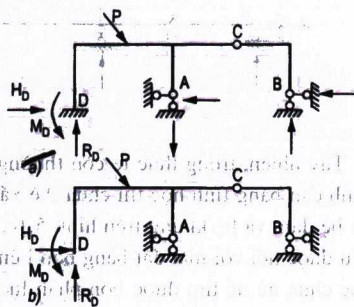
Liên kết thanh nằm ngang tại gối tựa A hay B trong khung siêu tĩnh trên hình 5.1d có thể xem là liên kết thừa vì nếu bị loại bỏ chẳng hạn tại gối B khung vẫn là hệ bất biến hình và đủ liên kết như trên hình 5.1b.

• Xét hệ siêu tĩnh trên hình 5.2a. Có thể xem hệ gồm hai miếng cứng nối với nhau bằng một khớp tại C nên $H = 0$, $K = 1$, $T = 0$, $D = 2$ và được nối với mặt đất bằng số liên kết tương đương số liên kết thanh $C_0 = 7$. Do đó theo (5-1) bậc siêu tĩnh của hệ rằng:

$$n = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 0 + 7 - 3 \cdot 2 = 3$$

Liên kết ngàm tại D tương đương ba liên kết thanh có thể xem là liên kết thừa vì khi bị loại bỏ và thay bằng các lực tương ứng như trên hình 5.2b thì hệ vẫn bất biến hình và đủ liên kết.

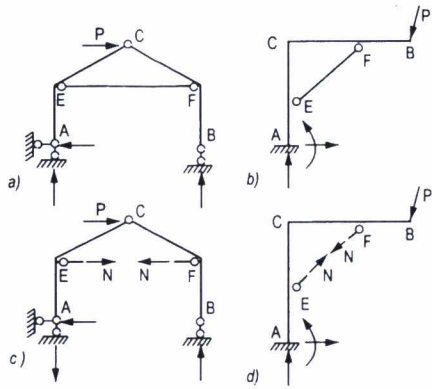
• Khi hệ siêu tĩnh có đủ số liên kết tựa nối với mặt đất thì liên kết thừa nằm trong hệ để nối các cấu kiện của hệ với nhau, ví dụ như hệ siêu tĩnh trên hình 5.3a, b. Nếu cắt liên kết



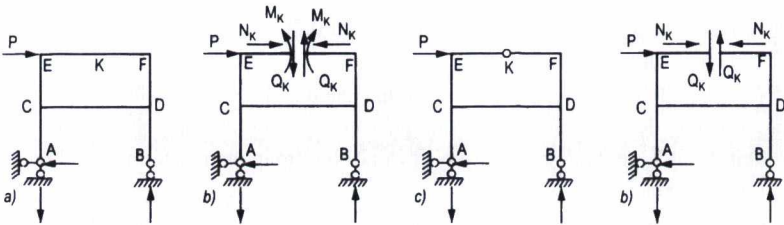
Hình 5.2

thanh EF và thay bằng lực dọc N chưa biết như trên hình 5.3c, d thì hệ vẫn là bất biến hình. Như vậy, trong mỗi hệ liên kết thanh EF được xem là liên kết thừa và mỗi hệ có bậc siêu tĩnh $n = 1$. Nếu chỉ dùng ba phương trình cân bằng tĩnh học thì chỉ xác định được các phản lực tại các liên kết tựa A, B và nội lực trong các phần AE, BF của hệ còn nội lực trong phần hệ EFC chưa thể xác định được vì chưa biết lực dọc N trong thanh EF.

Xét hệ siêu tĩnh trên hình 5.4a, hệ có đủ số liên kết tựa nối với mặt đất và có một chu vi kín CDEF. Nếu cắt liên kết hàn (tương đương với ba liên kết thanh) tại tiết diện K nào đó thuộc chu vi kín CDEF và thay bằng ba cặp lực tương ứng bằng nhau và ngược chiều như trên hình 5.4b thì hệ vẫn bất biến hình và đủ liên kết. Do đó hệ có ba bậc siêu tĩnh hay có thể nói một chu vi kín luôn có ba bậc siêu tĩnh.



Hình 5.3



Hình 5.4

Xét hệ siêu tĩnh trên hình 5.4c, hệ cũng có đủ số liên kết tựa nối với mặt đất và có một chu vi kín CDEF với một khớp tại tiết diện K. Nếu cắt liên kết khớp (tương đương hai liên kết thanh) tại K và thay bằng hai cặp lực tương ứng bằng nhau và ngược chiều như trên hình 5.4d thì hệ vẫn bất biến hình và đủ liên kết. Do đó hệ có hai bậc siêu tĩnh hay có thể nói nếu một chu vi kín có một khớp đơn giản thì bậc siêu tĩnh của chu vi kín giảm đi một đơn vị.

Như vậy nếu hệ có số chu vi kín là V thì bậc siêu tĩnh của hệ là $3V$, nếu trong V chu vi kín có K khớp đơn giản thì bậc siêu tĩnh của hệ giảm đi K đơn vị. Do đó bậc siêu tĩnh của hệ siêu tĩnh có thể được xác định theo công thức đơn giản sau:

$$n = 3V - K \quad (5-2)$$

Khi sử dụng công thức (5-2) cần luôn luôn quan niệm mặt đất là một miếng cứng hờ.

Ví dụ 5.1: Tìm bậc siêu tĩnh của hệ trên hình 5.5a, b.

- Hệ trên hình 5.5a, sau khi xác định miếng cứng mặt đất qua các liên kết ngầm tại A, B và C, có số chu vi kín $V = 3$, số khớp đơn giản $K = 0$. Theo (5-2) bậc siêu tĩnh của hệ bằng:

$$n = 3.3 - 0 = 9$$

- Hệ trên hình 5.5b, sau khi xác định miếng cứng mặt đất qua liên kết khớp tại A, liên kết thanh tại B và liên kết ngầm tại C, có số chu vi kín $V = 3$, khớp phức tạp tại E tương đương với số khớp đơn giản bằng $D - 1 = 3 - 1 = 2$ do đó số khớp đơn giản của hệ là $K = 5$. Theo (5-2) bậc siêu tĩnh của hệ bằng:

$$n = 3.3 - 5 = 4$$

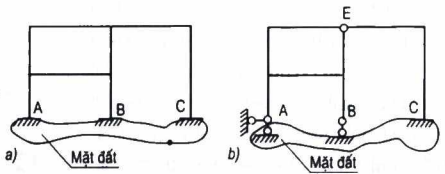
3. Tính chất của hệ siêu tĩnh

So với hệ tĩnh định tương ứng được tạo thành sau khi loại bỏ tất cả các liên kết thừa từ hệ siêu tĩnh thì hệ siêu tĩnh có những tính chất sau:

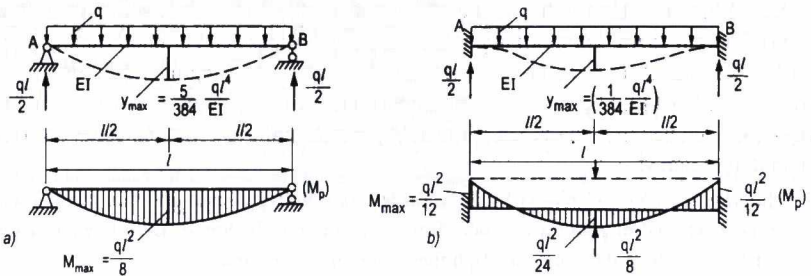
1. Chuyển vị biến dạng và nội lực trong hệ siêu tĩnh nói chung nhỏ hơn trong hệ tĩnh định có cùng kích thước và tải trọng.

Ví dụ so sánh dầm đơn giản tĩnh định có hai đầu tựa khớp và dầm siêu tĩnh có hai đầu ngầm, có cùng độ cứng EI , chiều dài nhịp l và cùng chịu tải trọng phân bố đều q như trên hình 5.6a, b, dễ dàng thấy chuyển vị và nội lực trong dầm siêu tĩnh nhỏ hơn trong dầm tĩnh định khá nhiều.

Như vậy, dùng hệ siêu tĩnh sẽ tiết kiệm được vật liệu hơn so với hệ tĩnh định tương ứng và do đó hệ siêu tĩnh hay được sử dụng trong các công trình xây dựng.



Hình 5.5



Hình 5.6

2. Trong hệ siêu tĩnh phát sinh nội lực do sự thay đổi nhiệt độ, sự chuyển vị gối tựa, sự chế tạo và lắp ráp không chính xác gây ra. Ví dụ:

- Khi chịu sự thay đổi nhiệt độ, dầm tĩnh định trên hình 5.7a bị biến dạng tự do vì nhiệt nên trong dầm không phát sinh phản lực và nội lực, còn dầm siêu tĩnh trên hình 5.7b không thể biến dạng tự do, vì có liên kết thừa tại B ngăn cản. Tại các liên kết xuất hiện các phản lực và trong dầm xuất hiện các nội lực vì nhiệt.

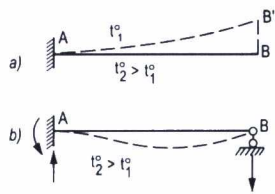
- Khi liên kết tựa có chuyển vị cưỡng bức, dầm tĩnh định trên hình 5.8a chỉ bị nghiêng tự do, trong dầm có chuyển vị nhưng không xuất hiện biến dạng và nội lực, còn dầm siêu tĩnh trên hình 5.8b không thể nghiêng tự do vì có liên kết thừa tại C ngăn cản. Dầm bị biến dạng. Tại các liên kết xuất hiện các phản lực và trong dầm xuất hiện các nội lực do chuyển vị gối tựa gây ra.

- Khi hệ siêu tĩnh có sự chế tạo và lắp ráp không chính xác, chẳng hạn chiều dài chế tạo của thanh EF trong hệ siêu tĩnh trên hình 5.9 ngắn hơn chiều dài thiết kế một đoạn Δ , thì sau khi lắp ráp thanh EF bị dãn ra và làm thanh AB bị uốn cong, do đó tại các liên kết xuất hiện các phản lực và trong hệ xuất hiện các nội lực do sự chế tạo không chính xác gây ra.

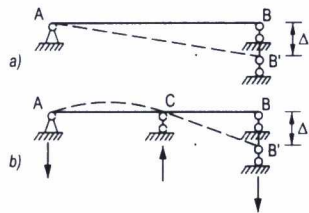
Tính chất này của hệ siêu tĩnh có thể được sử dụng để trước khi hệ chịu tải trọng tạo ra trong hệ trạng thái biến dạng và nội lực ban đầu ngược chiều với trạng thái biến dạng và nội lực trong hệ khi chịu tải trọng, làm cho biến dạng và nội lực tổng cộng trong hệ nhỏ hơn và phân bố hợp lý hơn. Do đó tiết kiệm được vật liệu hoặc tăng khả năng chịu lực của hệ. Kết cấu có trạng thái chuyển vị và nội lực ban đầu trước khi chịu tải trọng được gọi là kết cấu có ứng suất trước hay gọi tắt là kết cấu ứng suất trước.

3. Nội lực trong hệ siêu tĩnh phụ thuộc vào vật liệu và hình dáng, kích thước tiết diện của các cấu kiện trong hệ.

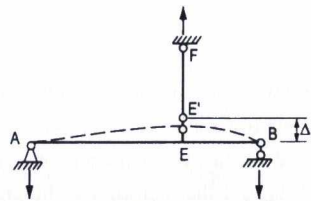
Nội dung được trình bày trong các mục tiếp theo sẽ cho thấy rõ là để xác định được các phản lực và nội lực trong hệ siêu tĩnh thì ngoài các phương trình cân bằng tĩnh học cần bổ sung thêm các phương trình biểu thị điều kiện biến dạng và chuyển vị tại một số tiết diện trong hệ. Biến dạng và chuyển vị lại phụ thuộc vào vật liệu, hình dáng và kích thước các tiết diện của các cấu kiện, tức là phụ thuộc vào các độ cứng EA, EI, GA của



Hình 5.7



Hình 5.8



Hình 5.9

các cấu kiện. Do đó việc tính hệ siêu tĩnh phức tạp hơn việc tính hệ tĩnh định, cụ thể là cần giả định trước hình dáng và kích thước của các tiết diện và chọn vật liệu. Trên cơ sở đó xác định nội lực và chuyển vị, rồi theo các kết quả nhận được kiểm tra lại kích thước tiết diện đã chọn.

5.2. NỘI DUNG PHƯƠNG PHÁP LỰC TÍNH HỆ SIÊU TĨNH CHỊU TẢI TRỌNG BẤT ĐỘNG

1. Hệ cơ bản

Giả sử cần xác định nội lực và chuyển vị trong hệ siêu tĩnh bất kỳ chịu tải trọng như trên hình 5.10a.

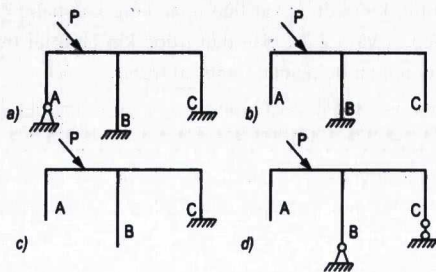
Để có thể dễ dàng xác định được nội lực và chuyển vị, quá trình tính không được thực hiện trực tiếp trên hệ siêu tĩnh mà được thực hiện trên hệ tương ứng được suy ra từ hệ siêu tĩnh đã cho bằng cách loại bỏ bớt các liên kết thừa và thiết lập các điều kiện bổ sung sao cho hai hệ làm việc giống nhau về lực và chuyển vị.

Hệ tương ứng được suy ra từ hệ siêu tĩnh bằng cách loại bỏ bớt các liên kết thừa được gọi là hệ cơ bản.

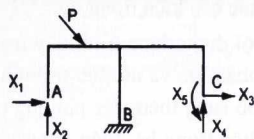
Nếu chỉ loại bỏ một số liên kết thừa thì hệ cơ bản là siêu tĩnh có bậc siêu tĩnh thấp hơn. Nếu loại bỏ tất cả các liên kết thừa thì hệ cơ bản là tĩnh định nên có thể dễ dàng xác định được nội lực và chuyển vị. Vì vậy trong đa số các trường hợp thường chọn dùng hệ cơ bản tĩnh định.

Có nhiều cách loại bỏ tất cả các liên kết thừa để có hệ cơ bản tĩnh định. Trên hình 5.10b, c, d thể hiện một số hệ cơ bản tĩnh định được suy ra từ hệ siêu tĩnh trên hình 5.10a. Vì quá trình tính được thực hiện trên hệ cơ bản nên thường chọn hệ cơ bản cho phép dễ dàng xác định được nội lực, chẳng hạn chọn hệ cơ bản là hệ tĩnh định đơn giản có một liên kết ngầm tại B như trên hình 5.10b.

Để thiết lập các điều kiện bổ sung cần so sánh hệ siêu tĩnh và hệ cơ bản sao cho hai hệ làm việc giống nhau về lực và chuyển vị.



Hình 5.10



Hình 5.11

- Về lực: Tại các vị trí loại bỏ liên kết trên hệ cơ bản không có các lực, còn trên hệ siêu tĩnh tại các vị trí tương ứng nói chung đều có các phản lực. Do đó trên hệ cơ bản cần đặt các lực tương ứng vào vị trí các liên kết bị loại bỏ và kí hiệu là X_1, X_2, \dots, X_5 như trên hình 5.11. Những lực này chưa biết chiều và trị số nên được giả định có chiều bất kì và xem là các ẩn số cần tìm. Vì lấy lực làm ẩn số nên phương pháp được gọi là phương pháp lực.

• Về chuyển vị:

Chuyển vị tại vị trí và theo phương các liên kết bị loại bỏ trên hệ cơ bản đều tồn tại, còn trên hệ siêu tĩnh các chuyển vị tương ứng đều bằng không. Do đó trên hệ cơ bản cần thiết lập các điều kiện là chuyển vị tương ứng với vị trí và phương của các liên kết bị loại bỏ phải bằng không, hay nói cách khác là trong hệ cơ bản chuyển vị tương ứng với vị trí và phương của ẩn số lực X_1, X_2, \dots, X_5 do các lực X_1, X_2, \dots, X_5 và tải trọng đã cho gây ra phải bằng không.

$$\Delta_{X_K(X_1, X_2, \dots, X_5, P)} = 0, \text{ với } K = 1, 2, \dots, 5$$

• Trường hợp tổng quát nếu hệ siêu tĩnh có n bậc siêu tĩnh và chịu tải trọng bất động thì cũng thực hiện tương tự như trên, sau khi chọn hệ cơ bản tĩnh định và từ việc so sánh hệ siêu tĩnh và hệ cơ bản để hai hệ làm việc giống nhau, điều kiện chuyển vị tương ứng với vị trí và phương của ẩn số lực X_K do các lực $X_1, X_2, \dots, X_K, \dots, X_n$ và tải trọng gây ra trên hệ cơ bản phải bằng không, sẽ là:

$$\Delta_{X_K(X_1, X_2, \dots, X_K, \dots, X_n, P)} = 0, \text{ với } K = 1, 2, \dots, K, \dots, n \quad (5-3)$$

n điều kiện (5-3) được gọi là hệ phương trình cơ bản của phương pháp lực. Hệ phương trình này nghiệm đúng với tất cả các hệ tuân theo cũng như không tuân theo nguyên lí cộng tác dụng.

Sau khi giải n phương trình cơ bản và tìm được các ẩn số lực $X_1, X_2, \dots, X_K, \dots, X_n$, các lực này được xem là ngoại lực tác dụng trên hệ cơ bản. Lúc này các lực trên hệ cơ bản đã biết nên có thể dễ dàng tìm được nội lực và chuyển vị trong hệ cơ bản, đó cũng chính là nội lực và chuyển vị trong hệ siêu tĩnh do tải trọng gây ra vì các lực X_K với $K = 1, 2, \dots, n$ thoả mãn hệ phương trình cơ bản (5-3) tức là thoả mãn điều kiện làm việc giống nhau giữa hệ siêu tĩnh đã cho và hệ cơ bản tương ứng.

2. Hệ phương trình chính tắc

Đối với hệ siêu tĩnh đàn hồi tuyến tính có thể áp dụng nguyên lí cộng tác dụng thì hệ phương trình cơ bản (5-3) có thể viết dưới dạng:

$$\Delta_{X_K(X_1, X_2, \dots, X_K, \dots, X_n, P)} = \Delta_{X_K X_1} + \Delta_{X_K X_2} + \dots + \Delta_{X_K X_K} + \dots + \Delta_{X_K X_n} + \Delta_{X_K P} = 0$$

với $K = 1, 2, \dots, n$

Hay để cho gọn có thể viết là: