Hiê

BÙI HUY HIỀN

BÀI TẬP
ĐẠI SỐ ĐẠI CƯƠNG

(Tái bản lần thứ ba)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

11 – 2007/CXB/203 – 2119/GD Mã số : 7K150T7 – DAI

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn *Đại số đại cương* của tác giả Hoàng Xuân Sính từ lâu nay đã là một tài liệu hữu ích cho nhiều người làm toán và cả những người học toán. Đặc biệt nó đã là "sách cẩm nang" của nhiều giáo viên dạy toán trong các trường Đại học Sư phạm, Cao đẳng Sư phạm và của sinh viên các trường này.

Trong cuốn sách đó tác giả đã đưa ra một khối lượng bài tập tương đối phong phú, đa dạng và đầy đủ. Tuy vậy, trong đó có nhiều bài tập nhiều độc giả chưa tự giải được. Để giúp cho độc giả có một tài liệu hoàn chỉnh về bộ sách Đại số Đại cương và thuận lợi trong khi sử dụng nó, chúng tôi biên tập cuốn *Bài tập đại số đại cương* này.

Ngoài việc giải tường minh tất cả các bài tập trong cuốn *Đại số đại cương* của tác giả Hoàng Xuân Sính chúng tôi có lựa chọn đưa thêm một số bài tập nhằm giúp độc giả tham khảo và đi sâu hơn vào những nội dung cơ bản trong cuốn sách lí thuyết đã đề cập đến. Chúng tôi không có tham vọng đưa vào đây những bài tập quá khó hoặc có nội dung không gắn với mục đích đã nêu trên.

Cuốn sách này gồm hai phần. Phần I tóm tắt lí thuyết và các đề toán, phần II là lời giải và hướng dẫn. Mỗi phần gồm sáu chương, thứ tự các chương được trình bày theo đúng thứ tự các chương mục trong cuốn *Đại số đại cương*.

Trong phần đề toán, đầu mỗi chương có giành một phần để tóm tắt lí thuyết. Trong phần lời giải đối với những bài tập dễ hoặc cách giải đơn giản chúng tôi chỉ cho lời giải vắn tắt. Đối với những bài có nhiều cách giải khác nhau chúng tôi chỉ trình bày một cách giải ngắn gọn nhất.

Khi viết cuốn sách này chúng tôi đã nhận được nhiều điều chỉ dẫn quý báu của Giáo sư Tiến sĩ Khoa học Hoàng Xuân Sính, tác giả cuốn Đại số Đại cương. Chúng tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành đối với Giáo sư.

Hà Nội, tháng 3 năm 1996
Tác giả

LỜI TỰA CHO LẦN TÁI BẢN CHỈNH LÍ

Cuốn *Bài tập Đại số Đại cương* được xuất bản lần đầu vào năm 1996. Từ khi phát hành, nó đã được nhiều độc giả tìm đọc và sử dụng. Vì lí do đó cho tới nay cuốn sách đã được tái bản nhiều lần với số lượng phát hành khá lớn.

Do sự phát triển không ngừng của Toán học hiện đại nên chương trình giảng dạy môn Toán ở nhiều trường Đại học luôn thay đổi. Đặc biệt, gần đây chương trình Đại số và Số học ở Khoa Toán của các trường Đại học đã có sự thay đổi và điều chỉnh đáng kể nhằm đáp ứng sự phát triển chung của Toán học và phù hợp với năng lực học tập của sinh viên trong giai đoạn mới.

Theo yêu cầu của Nhà xuất bản Giáo dục và theo yêu cầu của nhiều độc giả, một lần nữa, chúng tôi cho tái bản cuốn sách này và bổ sung thêm nhiều bài tập mang tính chất định tính.

Chúng tôi xin chân thành cám ơn những độc giả đã có nhiều ý kiến đóng góp cho cuốn sách trong những lần phát hành trước. Hi vọng cuốn sách này vẫn sẽ là tài liệu học tập và tham khảo hữu ích cho sinh viên và học viên Cao học ở các trường Đại học.

Hà Nội, tháng 1 năm 2005
Tác giả

BẢNG KÍ HIỆU

Kí hiệu	*Định nghĩa*
$\neg$, $\overline{}$	Kí hiệu của phép phủ định
$\neg p$, $\overline{p}$	Phủ định của p
$\wedge$	Kí hiệu của phép hội
$p \wedge q$	p và q
$\vee$	Kí hiệu của phép tuyển
$p \vee q$	p hoặc q
$\rightarrow$	Kí hiệu của phép kéo theo
$p \rightarrow q$	p kéo theo q
$\leftrightarrow$	Kí hiệu của phép tương đương
$p \leftrightarrow q$	p tương đương q
$\models p$	p là một luật lôgic
$\exists$	Lượng từ tồn tại
$\exists x\, P(x)$	Tồn tại x, P(x)
$\forall$	Lượng từ tổng quát
$\forall x\, P(x)$	Với mọi x, P(x)
$P(x, y, \ldots, z) \equiv Q(x, y, \ldots, z)$	P (x, y, ..., z) bằng Q(x, y, ..., z) P (x, y, ..., z) tương đương lôgic với Q(x, y, ..., z)
$\mathbb{N}$	Tập hợp các số tự nhiên
$\mathbb{Z}$	Tập hợp các số nguyên

$\mathbb{Q}$	Tập hợp các số hữu tỉ
$\mathbb{R}$	Tập hợp các số thực
$\mathbb{C}$	Tập hợp các số phức
$a \backslash b$	a là ước của b
$\begin{cases} A \subset B\ (A \subseteq B) \\ B \supseteq A\ (B \supseteq A) \end{cases}$	A là tập con của tập hợp B
$A - B$	Hiệu của hai tập hợp A và B
$A \cup B$	Hợp của hai tập hợp A và B
$A \cap B$	Giao của hai tập hợp A và B
$\varnothing$	Tập hợp rỗng
$C_A B$	Phần bù của tập hợp B trong A
$A \times B$	Tích Đề-các của hai tập hợp A và B
$(a_i)_{i \in I}$	Họ phần tử chỉ số hoá bởi tập I
$(A_i)_{i \in I}$	Họ tập hợp chỉ số hoá bởi tập I
(a, b)	Cặp phần tử
A^2	Bình phương Đề-các của tập A
$\prod_{i \in I} A_i$	Tích Đề-các của họ tập hợp A_i
A^I	Luỹ thừa Đề-các bậc I của tập hợp A
$\left. \begin{array}{r} f: X \to Y \\ X \xrightarrow{f} Y \end{array} \right\}$	Ánh xạ f từ X đến Y

1_X, id_X	Ánh xạ đồng nhất của tập X
Hom (X, Y)	Tập hợp các ánh xạ từ X đến Y
S(X)	Tập hợp các song ánh từ X đến Y
$\langle A \rangle$	Nhóm sinh bởi tập hợp A
$\langle x \rangle$	Nhóm xyclic sinh bởi phần tử x
S_n	Nhóm các phép thế bậc n
$\mathscr{P}(X)$	Tập hợp các bộ phận của tập hợp X
C(G)	Tâm của nhóm G
(a)	Iđêan chính sinh bởi phần tử a
$A \cong B$	Hai nhóm (vành, trường) A và B đẳng cấu với nhau
A[x]	Vành đa thức của ẩn x trên vành A
A(x)	Trường phân thức của ẩn x trên miền nguyên A
$A[x_1, x_2, \ldots, x_n]$	Vành đa thức của n ẩn $x_1, x_2, \ldots, x_n$ trên vành A
$\left.\begin{matrix} C(a) \\ \bar{a} \end{matrix}\right\}$	Lớp các phần tử tương đương với phần tử a
Imf	Ảnh của đồng cấu f
Kerf	Hạt nhân của đồng cấu f
G/H	Nhóm thương của nhóm G trên nhóm con chuẩn tắc H
V/I	Vành thương của vành V trên iđêan I

Chương I
CƠ SỞ LÔGIC TOÁN
TẬP HỢP VÀ QUAN HỆ

A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

I. Cơ sở lôgic toán

Những câu phản ánh đúng hoặc sai thực tế khách quan được gọi là những *mệnh đề*. Ta quy ước mệnh đề có giá trị 1 nếu nó đúng và có giá trị 0 nếu nó sai. Mỗi mệnh đề có một và chỉ một trong hai tính chất đúng hoặc sai nên nó chỉ có thể nhận một trong hai giá trị 1 hoặc 0. Các giá trị 1 và 0 được gọi là *giá trị chân lí* của mệnh đề.

Từ các mệnh đề đã cho, bằng một quy tắc nhất định, ta có thể tìm được mệnh đề mới hoàn toàn xác định. Một quy tắc như vậy gọi là một *phép toán lôgic*.

Định nghĩa. *Phủ định* của mệnh đề p, kí hiệu là $\overline{p}$ hoặc $\rceil p$ (đọc là không p), là một mệnh đề sai khi p đúng và đúng khi p sai.

Định nghĩa. *Hội* của hai mệnh đề p và q, kí hiệu là $p \wedge q$ (đọc là p và q), là một mệnh đề đúng khi cả p và q đều đúng và sai trong các trường hợp còn lại.

Định nghĩa. *Tuyển* của hai mệnh đề p và q, kí hiệu là $p \vee q$ (đọc là p hoặc q), là một mệnh đề sai khi cả p và q đều sai và đúng trong các trường hợp còn lại.

Định nghĩa. *Mệnh đề kéo theo* $p \rightarrow q$ (đọc là p kéo theo q) là một mệnh đề chỉ sai khi p đúng và q sai, còn đúng trong mọi trường hợp còn lại.

Mệnh đề p *tương đương với* q, kí hiệu là $p \leftrightarrow q$, là một mệnh đề đúng khi và chỉ khi cả hai mệnh đề p và q cùng đúng hoặc cùng sai.

Ta có bảng giá trị chân lí đối với các phép toán lôgic trên như sau :

p	q	$\overline{p}$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

Định nghĩa. Mỗi *công thức của đại số mệnh đề* là một dãy các kí hiệu thuộc bốn loại :

- Các hằng 1, 0 kí hiệu của mệnh đề đúng hoặc sai ;
- Các biến mệnh đề p, q, i, s, t...;
- Các kí hiệu của các phép toán lôgic $\overline{}$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$;
- Các dấu ngoặc () chỉ thứ tự các phép toán.

Một cách chính xác hơn ta định nghĩa các *hằng* và các *biến mệnh đề* là những *công thức*. Nếu p là công thức thì $\overline{p}$ cũng là công thức. Nếu p và q là những công thức thì $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, $(p \rightarrow q)$, $(p \leftrightarrow q)$ là những công thức.

Định nghĩa. Cho P (a, b, c, ... , g) và Q(a, b, c, ...,g) là hai công thức của các biến mệnh đề a, b, c,..., g. Công thức P(a, b, c,..., g) gọi là *bằng* hay *tương đương lôgic* với công thức Q(a, b, c, ..., g), kí hiệu là

$$P(a, b, c, \ldots, g) \equiv Q(a, b, c, \ldots, g),$$

nếu chúng nhận giá trị bằng nhau với mọi hệ những giá trị có thể có của các biến mệnh đề.