PHẠM DUY LÁC

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

Phần : **Thuyết tương đối hẹp,**
Lý thuyết lượng tử,
Vật lý nguyên tử,
Hạt nhân nguyên tử

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT HÀ NỘI - 2000

Chương I

THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP EINSTEIN (ANHSTANH)

MỞ ĐẦU

Vật lý học cổ điển dựa trên cơ sở của hai lý thuyết cơ bản: 1- cơ học Newton[1]: gồm các định luật Newton là cơ sở cho toàn bộ cơ học và cũng là cơ sở cho nhiệt học, nếu bổ sung vào phương pháp thống kê ; 2- thuyết điện từ Maxwell[2]: gồm hệ thống phương trình Maxwell về điện từ trường là cơ sở lý thuyết tổng quát cho các hiện tượng điện từ và quang học. Vào năm 1865 phương trình Maxwell ra đời, nhưng lúc bấy giờ cấu trúc toán học quan trọng của nó vẫn chưa được hiểu đúng hoàn toàn vào thời gian đó. Thật ra, cấu trúc của phương trình Maxwell đã được nhiều nhà khoa học nghiên cứu, như Hendrich Antoon Lorentz (18.7.1853 - 4.2.1928) người Hà Lan và H. Poincaré (29.4.1854 - 17.7.1912) người Pháp, nhưng họ chỉ đưa ra khái niệm tương đối của không gian, mà chưa đi đến khái niệm tương đối của thời gian, đã phát minh ra phép biến đổi Lorentz nhưng không phát minh ra thuyết tương đối hẹp.

Vào năm 1905 Alber Einstein (Anhxtanh) (14.3.1879 - 18.4.1955) người Đức quốc tịch Mỹ (từ năm 1940) đã đưa ra thuyết tương đối hẹp đề cập đến khái niệm không gian và thời gian là tương đối và gắn liền với vật chất, nhờ đó các phương trình Maxwell mới được hiểu rõ đúng với ý nghĩa của nó.

Lý thuyết tương đối hẹp của A.Einstein được đặc trưng bởi vận tóc ánh sáng (hay vận tốc truyền tương tác). Thuyết tương đối này sử dụng được cho cả các vật chuyển động với vận tốc v cỡ vận tốc ánh sáng c(v - c), khi đó không gian, thời gian, khối lượng đều phụ thuộc vào chuyển động và cơ học Newton là trường hợp giới hạn khi áp dụng cho các vật chuyển động với vận tốc nhỏ so với vận tốc ánh sáng ($v \ll c$).

1-1 CÁC TIÊN ĐỀ EINSTEIN

Thuyết tương đối hẹp Einstein được xây dựng đưa trên hai nguyên lý (hai tiên đề) sau đây:

1. Nguyên lý tương đối (tiên đề 1): Các định luật vật lý là bất biến (có cùng dạng) trong các hệ quy chiếu quán tính ;

2. Nguyên lý vô sự bất biến của vận tốc ánh sáng (tiên đề 2): Đối với mọi hệ quán tính, vận tốc ánh sáng trong chân không đều bằng nhau và có giá trị bằng (c =) 3.10^8 m/s, không phụ thuộc vào chuyển động của nơtron sáng.

---

1. Isaac Newton (Nguồn) (4.l.1963 - 31.3.1727) người Anh.

2. James Clerk Maxwell (Macxoen) (I3.6.1831 - 5.11.1879) người Anh (NBT).

Các định luật Newton về chuyển động là phù hợp với nguyên lý tương đối, nhưng các phương trình Maxwell cũng như phép biến đổi Galilei[1] lại mâu thuẫn với nguyên lý đó. Do sự khác nhau căn bản đó giữa các định luật của động lực học và của điện từ học không lý giải được nên Einstein đã đưa ra tiên đề 2 ở trên.

Ở đây còn thấy rằng, nguyên lý tương đối Einstein đã mở rộng nguyên lý tương đối Galilei. Vì nguyên lý tương đối Galilei chỉ đề cập đến các hiện tượng cơ học, còn nguyên lý tương đối Einstein đã đề cập đến các hiện tượng vật lý nói chung, trong đó có các hiện tượng cơ học.

Theo cơ học cổ điển, tương tác được truyền đi tức thời, nghĩa là vận tốc truyền tương tác lớn vô hạn. Nhưng theo thuyết tương đối Einstein, vận tốc truyền tương tác là hữu hạn và là như nhau trong tất cả các hệ quán tính. Điều này phù hợp với thực nghiệm và đó là vận tốc cực đại, và bằng vận tốc truyền ánh sáng trong chân không.

1-2. PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

1. Sự cần thiết phải thay phép biến đổi Galilei bằng phép biến đổi Lorentz

Các phép biến đổi Galilei cho biết:

- Thời gian diễn biến của một quá trình vật lý đều như nhau (t = t’) trong các hệ quy chiếu quán tính O và O' (thời gian có tính chất tuyệt đối, không phụ thuộc vào hệ quy chiếu).

- Khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ trong không gian không phụ thuộc hệ quy chiếu (khoảng không gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc hệ quy chiếu).

- Vận tốc chuyển động của một chất điểm phụ thuộc hệ quy chiếu: vận tốc tuyệt đối $\vec{v}$ của chất điểm bằng tổng vectơ các vận tốc tương đối $\vec{v}$ và vận tốc theo $\vec{V}$ của hệ quán tính O' đối với hệ O: $\vec{v} = \vec{v} \;\; + \vec{V}$

Những kết luận ở trên chỉ đúng đối với các chuyển động chậm (v < < c) và mâu thuẫn với các tiên đề của thuyết tương đối Einstein. Quả vậy, theo thuyết tương đối thì thời gian không có tính tuyệt đối, khoảng thời gian diễn biến của một quá trình vật lý phụ thuộc vào các hệ quy chiếu, vận tốc truyền của ánh sáng không phụ thuộc vào hệ quán tính và đặc biệt các hiện tượng xảy ra đồng thời ở trong hệ quán tính này nói chung sẽ không xảy ra đồng thời ở trong hệ quán tính khác.

Qua đây ta thấy phép biến đổi Galilei không thỏa mãn yêu cầu của thuyết tương đối. Do đó đòi hỏi phải có biến đổi khác chuyển các tọa độ không gian và thời gian từ hệ quán tính này (O) sang hệ quán tính khác (O’), thỏa mãn yêu cầu của thuyết tương đối Einstein. H.A.Lorentz đã tìm ra phép biến đổi đó.

---

1. Galileo Galilei (Galilê) (16.2.1564 - 8.1.1642) người Ilalia (NBT).

2. Phép biến đổi Lorentz

Giả sử có hệ quy chiếu quán tính O'x'y'z' chuyển động đều với vận tốc $\vec{V}$ so với hệ quán tính Oyxz theo trục Ox và ban đầu (t = t' =O) hai gốc O và O' trùng nhau (x=x'=O) (h.l l). Gọi x,y,z,t và x y,z, t, là các tọa độ không gian và thời gian tương ứng trong hệ O và O'. Như vậy rõ ràng y'=y, z'=z. Bây giờ ta tìm mối liên hệ giữa x', t' và x, t. Giả sử tọa độ x' liên hệ với x và t theo phương trình:

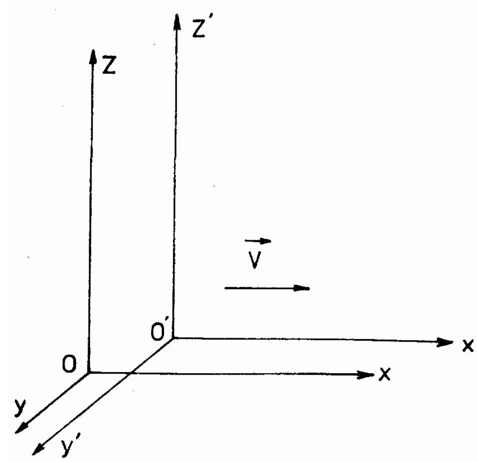
$$x' = f(x,t) \qquad (1\text{-}1)$$

Dạng của phương trình (1-1) tìm được khi ta viết được phương trình chuyển động của các gốc tọa độ O và O' trong hai hệ Oxyzt và o y,z t, (h.1-1).

Đối với hệ O, gốc O' chuyển động với vận tốc V, nên tọa độ của nó đối với hệ O là x = Vt, hay

x – Vt = 0 (1-2)

Đối với hệ O ', gốc O' là đứng yên, nên tọa độ xe của nó bao giờ cũng bằng 0 (x = O)



Hình 1-1

Để phương trình (1- 1) áp dụng đúng cho hệ O', nghĩa là khi thay x' = 0 vào (1-1) (x' = f(x,t) = O), ta phải thu được (1- 2), thì f(x, t) chỉ có thể khác (x - Vt) một hệ số nhân α nào đó: f(x,t) = a(x - Vt), suy ra

$$x' = \alpha(x - Vt). \qquad (1\text{-}3)$$

Đối với hệ O', gốc O chuyển động với vận tốc (- V) ; còn *đối với hệ* O, gốc O là đứng yên. Lập luận tương tự như trên, ta có:

$$x' = \beta(x' + Vt'), \qquad (1\text{-}4)$$

với β là hệ số nhân .

Theo nguyên lý tương đối (tiên đề 1) mọi hệ quy chiếu quán tính đều tương đương nhau, nên từ (1-3) có thể suy ra (1-4) và ngược lại (bằng cách thay V ⇔ -V, x'⇔ x, t ⇔ t'), ta rút ra α = β. Trong hệ O và hệ O', theo tiên đề 2 ta có:

$$\left.\begin{aligned} x &= c.t, \\ x' &= c.t'. \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}5)$$

Thay (1-5) vào (1-3) và (1- 4), ta có:

$$\left.\begin{aligned} ct' &= \alpha(ct - Vt) = \alpha t(c - V)\ ; \\ ct &= \alpha(ct' + Vt') = \alpha t'(c + V). \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{–}6)$$

Từ (1–6) ta được:

$$c^2t't = \alpha^2t't(c^2 - V^2),$$

$$\alpha^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2} = \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}\ .$$

Do đó:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}\ . \qquad (1\text{–}7)$$

Kết quả thu được:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}\ ; \quad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \\ t' &= \frac{t - \dfrac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}\ ; \quad t = \frac{t' + \dfrac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{–}8)$$

Cuối cùng ta có phép biến đổi Lorentz:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}\ ; \ y' = y\ ;\ z' = z\ ; \\ t' &= \frac{t - \dfrac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}\ , \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{–}9)$$

Cho phép biến đổi tọa độ và thời gian từ hệ O sang hệ O' ;

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}\ ;\ y = y';\ z = z';\ t = \frac{t' + \dfrac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}\ , \qquad (1\text{–}10)$$

Cho phép biến đổi tọa độ và thời gian từ hệ O' sang hệ O.

Như vậy qua phép biến đổi Lorentz, ta thấy được mối liên hệ mật thiết giữa không gian và thời gian. Đồng thời phép biến đổi đó đã thỏa mãn các kết luận của thuyết tương đối Einstein về tính tương đối của không gian và thời gian, và nhấn mạnh về thời gian không có tính chất tuyệt đối, mà trái lại phụ thuộc vào hệ quy chiếu, nên thời gian trôi đi trong hai hệ O và O' sẽ khác nhau: t ≠ t.

Ở đây ta cần lưu ý rằng, các phương trình Maxwell là không bất biến đối với phép biến đổi Galilei nhưng chúng đều bất biến đối với phép biến đổi Lorentz (xem 1,2 của phụ lục) .

Nhận xét: Từ phép biến đổi ở trên ta thấy với điều kiện $c \to \infty$ (tương ứng với quan niệm tương tác tức thời) hay điều kiện $\frac{V}{c} \to 0$ (tương ứng với sự gần đúng cổ điển), thì các công thức (1-9), (1-10) chuyển thành các công thức của phép biến đổi Galilei, còn khi $V \geq c$, trong các công thức (1-9), (1-10) các tọa độ x, x' và thời gian t, t' trở nên mất ý nghĩa vật lý (trở nên ảo hoặc mẫu số bằng 0), điều đó chứng tỏ không thể có vật thể nào chuyển động nhanh hơn hoặc bằng vận tốc ánh sáng.

1-3. KHOẢNG KHÔNG GIAN VÀ THỜI GIAN

Theo thuyết tương đối Einstein thì không gian và thời gian có tính chất tương đối và bây giờ dựa vào phép biến đổi Lorentz (1-9) hoặc (1-10) chúng ta so sánh độ dài của một vật và khoảng thời gian của một biến cố (quá trình) ở trong hai hệ quán tính O và O'.

1. Tính tương đối của khoảng không gian

Giả sử có một thước nằm dọc theo trục x và A, B là các đầu mút của thước, khi đó độ dài *l* của thước trong hệ O (thước đứng yên so với hệ O) bằng $x_B - x_B$ ($l = x_B - x_A$).

Gọi *l*' là độ dài của thước đó đo được trong hệ O' chuyển động với hệ O với vận tốc V dọc theo trục chung x - x'. Theo phép biến đổi Lorentz (1-9), (1- 10), ta xác định được các đầu mút của thước trong hệ O' tại cùng thời điểm t' là:

$$x'_B = x_B \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} - V.t' \ ;$$

$$x'_A = x_A \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} - V.t' \ .$$

Khi đó

$$l' = x'_B - x'_A = (x_B - x_A) \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \ ,$$

hay

$$l' = l\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \ . \qquad (1\text{-}11)$$

$$\text{Do } \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < 1, \text{ ta có } l' < l.$$

Vậy độ dài (dọc theo phương chuyển động) của thước trong hệ quy chiếu mà thước chuyển động ngắn hơn độ dài của thước đó ở trong hệ mà thước đó đứng yên, nghĩa là khi vật chuyển động thì kích thước của nó bị co ngắn theo phương chuyển động (gọi là sự co ngắn Lorentz).

Ví dụ: Một vật hình lập phương có thể tích V = 1000 cm^3.

Xác định thể tích của vật đối với hệ O' chuyển động so với vận tốc 0,8c theo phương song song với một trong các cạnh của vật: Đối với hệ O', độ dài của cạnh hình lập phương song song với phương chuyển động của vật là:

$$l'_x = l_x\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = (10\ \text{cm})\ \sqrt{1 - 0{,}8^2} = 6\ \text{cm}.$$

Các độ dài của các cạnh khác đều không thay đổi: $l'_y = l_y = l'_z = l_z = 10$ cm.

Suy ra thể tích của vật đối với hệ O' là:

V' = $l'_x l'_y l'_z$ = (6 cm) . (10 em) . (10 cm) = 600 cm^3 .

Do đó V' = 0,6 V.

Như vậy một hình lập phương chuyển động với vận tốc lớn, nó có dạng một hình hộp chữ nhật. Nếu quan sát một khối cấu chuyển động nhanh như vậy ta sẽ thấy nó có dạng một elipxôit tròn xoay. Nói một cách tổng quát, không gian có tính chất tương đối tùy thuộc vào chỗ ta quan sát nó ở trong hệ đứng yên hay chuyển động. Trường hợp giới hạn v/c $\rightarrow$ 0 (vận tốc V của chuyển động nhỏ), từ công thức (l-ll) ta trở về kết quả trong cơ học cổ điển với không gian được coi là tuyệt đối, không phụ thuộc vào chuyển động (*l' = l).*

2. Tính tương đối của khoảng thời gian

Giả sử trong hệ quy chiếu O' ở một điểm A có tọa độ x', y', z', xảy ra một biến cố và kéo dài trong khoảng thời gian Δt' = t'_2-t'_1 (được đo bởi một đồng hồ đứng yên trong hệ O'). Bây giờ ta tính khoảng thời gian kéo dài của cũng biến cố đó trong hệ O (hệ O' chuyển động với vận tốc V đối với hệ O). Từ phép biến đổi Lorentz, ta có:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \ ,$$

suy ra

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \ ,$$

hay

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < \Delta t. \qquad (1\text{-}12)$$

Như vậy trong hệ quy chiếu mà địa điểm xảy ra biến cố đứng yên (trong hệ O’), thời gian trôi chậm hơn so với trong hệ quy chiếu là địa điểm xảy ra biến cố chuyển động (trong hệ O). Nếu trong hệ O' có gắn một đồng hồ và trong hệ O cũng gắn một đồng hồ thì ta có thể nói: đồng hồ chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ đứng yên. Điều đó nói lên tính chất tương đối của khoảng thời gian nó phụ thuộc vào chuyển động. Trường hợp vận tốc của chuyển động nhỏ v < < c, từ công thức (1 - 12) ta trở về kết quả trong cơ học cổ điển với khoảng thời gian được coi là tuyệt đối, không phụ thuộc vào chuyển động ($\Delta t' \approx \Delta t$).

Ví dụ: Ánh sáng phát đi từ miền xa nhất của Thiên Hà chúng ta, phải mất 10^5 năm để đến Trái Đất. Nếu một hành khách du hành vũ trụ với vận tốc v = O,999998c thì sẽ mất bao lâu để đến được miền xa xôi đó và khi ấy trên Trái Đất thời gian đã trôi qua bao nhiêu năm ?

Đối với hệ đứng yên, trên mặt đất ánh sáng đã vượt qua quãng đường $d = c(\Delta t) = 10^5c$ trong 10^5 năm (ở đây c được đo bằng km/năm). Với một khách du hành chuyển động với vận tốc v đối với Trái Đất, khoảng cách sẽ ngắn lại và bằng:

$$d' = d\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = (10^5c)\sqrt{1 - (0{,}999998)^2} \approx (10^5c).4{,}999999.10^{-4}.$$

Thời gian khách du hành đến miền xa nhất của Thiên Hà là:

$$\Delta t' = \frac{d'}{V} = \frac{(10^5c).4{,}999999\,.\,10^{-4})}{0{,}9999998c} = 50 \text{ năm.}$$

Khi đó trên Trái Đất thời gian đã trôi qua là:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{50}{4{,}999999} \approx 10^5 \text{ năm.}$$

3. Tính tương đối của sự đồng thời

Giả sử hai biến cố A và B xảy ra đồng thời $t_A = t_B$ ở hai điểm có tọa độ x_A và x_B trong hệ O. Theo phép biến đổi Lorentz, trong hệ O' chuyển động đối với O với vận tốc V dọc theo trục chung x - x, sẽ quan sát thấy biến cố A và B xảy ra ở các thời điểm:

$$t'_A = \frac{t_A - \frac{V}{c^2}x_A}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{và} \quad t'_B = \frac{t_B - \frac{V}{c^2}x_B}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Ta thấy, nếu x_A - x_B thì $t'_A = t'_B$, nghĩa là nếu trong hệ O hai biến cố xảy ra đồng thời ở một địa điểm thì trong hệ O' sẽ quan sát thấy hai biến cố xảy ra đồng thời. Nói chung $x_A \neq x_B$ nên $t'_A \neq t'_B$, nghĩa là nếu trong hệ O hai biến cố xảy ra ở hai nơi khác nhau thì trong hệ O' quan sát thấy hai biến cố đó xảy ra không đồng thời.

Tóm lại, khái niệm đồng thời chỉ là một khái niệm tương đối, hai biến cố có thể đồng thời xảy ra ở một hệ quy chiếu này, nói chung có thể không đồng thời xảy ra ở trong một hệ quy chiếu khác.

4. Định lý cộng vận tốc

Từ các phép biến đổi Lorentz ta có thể tìm được quy tắc cộng vận tốc trong thuyết tương đối. Giả sử có một chất điểm chuyển động với vận tốc u và u' tương ứng ở trong các hệ quy chiếu O và O' (hệ O' chuyển động với vận tốc V so với hệ O dọc theo trục chung x – x'). Gọi các thành phần của u và u' tương ứng ở trong hai hệ O và O' là: u_x, u_y, u_z và u'_x, u'_y, u'_z.

Theo (1 - 9), (1 - 10), ta có:

$$dx' = \frac{dx - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad dt' = \frac{dt - \frac{V}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

do đó:

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - Vdt}{dt - \frac{V}{c^2}dx} = \frac{u_x - V}{1 - \frac{V}{c^2}u_x} \qquad (1\text{-}1$$

Tương tự ta có:

$u'_y = \dfrac{dy'}{dt'}$ mà y' = y, suy ra dy' = dy, cho nên

$$\left.\begin{aligned} u'_y &= \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt'} = \frac{dy\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt - \frac{V}{c^2}dx} = \frac{u_y\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V}{c^2}u_x} ; \\ u'_z &= \frac{u_z\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V}{c^2}u_x} \end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}14)$$

Bằng phép biến đổi ngược, ta có:

$$\left.\begin{aligned} u_x &= \frac{u'_x + V}{1 + \frac{V}{c^2}u'_x} ; \quad u_y = \frac{u'_y\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2}u'_x} ; \\ u_z &= \frac{u'_z\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2}u'_x} \end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}15)$$

(V > 0 nếu như O' chuyển động theo chiều dương của trục x và V < 0 trong trường hợp ngược lại) .

Các công thức (1-13.), (1-14) và (1-15) cho ta phép biến đổi các vận tốc từ hệ O sang hệ O' và ngược lại. Như vậy muốn biến đổi các vận tốc từ hệ O' sang hệ O, ta chỉ cần thay các đại lượng có dấu phẩy bằng các đại lượng không có dấu phẩy và ngược lại, đồng thời thay v bằng (-v). Đó chính là các biểu thức biến đổi tương đối tính về vận tốc trong thuyết tương đối.

Khi v < < c, ta trở lại công thức vận tốc trong cơ học cổ điển: $u'_x = u_x - v$; $u'_y = u_y$; $u'_z = u_z$, còn khi $u_x = c$ thì từ (l-13) ta có:

$$u'_x = \frac{c - V}{1 - \frac{V}{c^2}c} = c \ .$$

Như vậy đối với hệ O', vận tốc của ánh sáng vẫn là c. Điều này biểu thị tính chất bất biến của vận tốc ánh sáng c trong chân không đối với các hệ quán tính.

1-4. ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH

1. Tính tương đối của khối lượng

Một trong những hệ quả quan trọng nhất của thuyết tương đối hẹp là khối lượng của một vật thay đổi theo vận tốc của nó. Để hiểu rõ vấn đề đó ta xét ví dụ đơn giản sau đây. Một viên đạn được bắn theo hướng y' vào một vật giả sử đứng yên đối với người bắn ở trong hệ O'. Khi đó thành phần theo trục y' của động lượng của viên đạn $p'_y = m'u'_{y'}$ với m' là khối lượng của viên đạn đo được trong O'. Đối với hệ O, người bắn súng (gắn liền với hệ O' chuyển động với vận tốc v dọc theo trục chung x - x', ta có $p_y = mu_y$, với m là khối lượng của viên đạn đo được trong O. Theo phép biến đổi Lenrentz về vận tốc, vì $u'_x = 0$, nên ta có:

$$u_y = u'_y \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x} = u'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

và

$$p_y = mu'_y\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Vì $p'_y = m'u'_{y'}$ nên nếu coi viên đạn có cùng khối lượng trong hai hệ O' và O, nghĩa là m' = m, thì $p'_y \neq p_{y'}$. Như vậy tính chất bảo toàn của động lượng không có hiệu lực ở những vận tốc lớn. Vấn đề đặt ra là: Làm thế nào để các tính chất của động lượng vẫn có hiệu lực trong thuyết tương đối hẹp. Để giải quyết vướng mắc đó, Einstein đã chỉ ra rằng, các tính chất cổ điển của động lượng vẫn có hiệu lực đối với mọi hệ quy chiếu, nếu như khối lượng m của vật thay đổi với vận tốc u của nó theo