

Ts. NGUYỄN ĐỨC MINH

# KỸ THUẬT TÍNH TOÁN TRONG TRẮC ĐỊA BẢN ĐỒ



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT  
HÀ NỘI - 2004

*Chịu trách nhiệm xuất bản* : Pgs, Ts. TÔ ĐĂNG HẢI  
*Biên tập* : THANH ĐỊNH, BÌNH SƠN  
*Kỹ mỹ thuật* : ĐỖ PHÚ  
*Sửa bản in* : THANH NGÀ  
*Trình bày bìa* : HƯƠNG LAN

$\frac{60 - 601}{\text{KHKT} - 04}$  6 - 271 - 04

---

In 500 cuốn, khổ 14,5 x 20,5 cm,  
tại Xí nghiệp in II, Nhà in KH&CN.  
Giấy phép xuất bản số: 6-271 cấp ngày 5/1/2004.  
In xong và nộp lưu chiểu tháng 7 năm 2004.

## LỜI NÓI ĐẦU

Phương pháp tính ngày càng được sử dụng nhiều trong khoa học kỹ thuật, nhất là trong thời kỳ máy tính ngày càng được sử dụng rộng rãi. Nhưng để đưa các phương pháp toán vào từng chuyên ngành cần phải đưa ra được và giải quyết được những những bài toán trong từng ứng dụng cụ thể.

Trong ngành trắc địa, bản đồ, xử lý toán học những số liệu đo đạc và tự động hoá thành lập bản đồ là công việc quan trọng bậc nhất. Để thực hiện được nhiệm vụ này, cần phải đưa ra được các bài toán, giải quyết các bài toán đó. Cụ thể hơn, cần phải thuật toán hoá được các lời giải cụ thể. Có làm được như vậy hai toán mới giải quyết được trọn vẹn và mới giúp tiến hành được quá trình tự động hoá, từ đó có thể giúp chúng ta thành lập các phần mềm ứng dụng cụ thể.

Ở nước ta khi nhập các thiết bị trắc địa, bản đồ thì nhập các phần mềm kèm theo. Vì vậy có lúc không hiểu được bản chất nên bị hạn chế trong sử dụng và khai thác.

Trong quá trình đào tạo ngành trắc địa, bản đồ kể cả ở các trường đại học, tài liệu phục vụ học tập và giảng dạy về tự động hoá xử lý tính toán, thành lập phần mềm tự động hoá thành lập bản đồ còn thiếu. Vì vậy những vấn đề trong cuốn sách nhỏ này phần nào đáp ứng được yêu cầu trên.

Sách được biên soạn thành năm phần:

- Phần một trình bày một số công cụ toán học cơ bản, chủ yếu là phương pháp toán nội suy dựa trên ý tưởng của phương pháp phân tử hữu hạn.

- Phần hai trình bày phương pháp xử lý số liệu trắc địa, bình sai. Những phương pháp này được thuật toán hoá giúp

Chúng ta thành lập các phần mềm xử lý và bình sai những bài toán trong trắc địa

- Phần ba trình bày về mô hình số địa hình ở dạng chung nhất phục vụ tự động hoá thiết kế quy hoạch đường. Tuy nhiên, mô hình số địa hình có thể xây dựng dựa trên phần tử tam giác. Một trong các phương pháp xây dựng các thành phần tam giác có đề cập ở phần bốn.

- Phần bốn trình bày một số thuật toán giúp tự động hoá thành lập bản đồ. Đó là những thuật toán giúp chúng ta hiểu được phương pháp toán của quá trình tự động hoá bản đồ và giúp chúng ta thành lập các phần mềm ứng dụng tương ứng.

- Cuối cùng là phần phụ lục đưa ra một số phương pháp toán có động, với ví dụ cụ thể nhằm hỗ trợ tối nhất cho người sử dụng trong ứng dụng khi cần thiết.

Chúng tôi biên soạn cuốn sách này để nhớ ơn những thầy người Bungari, trong đó có giáo sư G. Zlatanov. Tài liệu chính dùng để biên soạn là cuốn “**Kỹ thuật tính toán điện tử trong trắc địa**” của Giáo sư G. Zlatanov và các tài liệu toán học trong phần “**Tài liệu tham khảo**”.

Do trình độ có hạn và nhiều điều kiện khác hạn chế, nên không thể đáp ứng được đầy đủ yêu cầu và không thể tránh khỏi sai sót. Chúng tôi chân thành cảm ơn khi được chỉ bảo, góp ý, giúp đỡ.

Cuốn sách này có thể sử dụng làm tài liệu tham khảo học tập cho sinh viên, học sinh các trường đại học, cao đẳng, trung học có giảng dạy, học tập môn trắc địa, bản đồ. Nó cũng là tài liệu có ích cho các nhà nghiên cứu, những người làm toán ứng dụng, sản xuất phần mềm trong trắc địa, bản đồ nói riêng và toán ứng dụng nói chung.

**TÁC GIẢ**

## Chương 1

# MỘT SỐ CÔNG CỤ TOÁN HỌC CƠ BẢN

### 1.1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ ĐƯỜNG VÀ MẶT TRONG KHÔNG GIAN BA CHIỀU

#### 1.1.1. Mô tả tham số của đường và mặt

Trong hàm ở dạng tham số mỗi điểm của đường (dạng tổng quát) biểu diễn như hàm của một hay một vài tham số. Với đường có một tham số có thể viết dưới dạng sau [7]

$$\begin{aligned}x &= x(t), \\y &= y(t), \\z &= z(t).\end{aligned}\tag{1.1.1}$$

ở đây  $t$  là tham số.

Khi đó véc tơ của vị trí điểm của đường xác định ở dạng

$$P = P(t) = [x(t) \ y(t) \ z(t)].\tag{1.1.2}$$

Các thành phần  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  được xem như tọa độ Đề các của véc tơ  $P$ .

Với khoảng xác định thường sử dụng tham số chuẩn hoá, tức là

$$0 \leq t \leq 1.\tag{1.1.3}$$

Tương tự mô tả đường  $P$  trong không gian hai chiều. Sự khác nhau với đường không gian, là đường hai chiều véc tơ vị trí  $P$  bao gồm hai thành phần.

Cũng tương tự như thế mô tả mặt qua hàm dạng tham số. Ở đây sử dụng hai tham số, ví dụ  $u$  và  $v$ . Khi đó mặt mô tả với hàm véc tơ của hai tham số [7]

$$P \equiv P(u, v) = [x(u, v) \ y(u, v) \ z(u, v)]. \quad (1.1.4)$$

Thông thường cũng hay sử dụng tham số chuẩn hoá, tức là

$$0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1. \quad (1.1.5)$$

Đường trên mặt cũng có thể xác định nhờ cố định của tham số  $u$  hay  $v$ . Ví dụ, hàm  $P(u, v)$  biểu diễn đường với  $u = u_1 = \text{const.}$  còn hàm  $P(u, v_1)$  - đường với  $v = v_1 = \text{const.}$

Điểm trên mặt có thể xác định với việc cho trị giá của hai tham số, tức  $P(u_1, v_1)$ .

Mô tả tham số của đường và mặt có ưu việt sau: Khi muốn có biểu diễn đồ họa của đường hay mặt thực hiện tính tuần tự các điểm tương ứng với các tham số xác định. Với dịch chuyển và xoay của hệ tọa độ không làm biến lệch hàm sử dụng tham số.

Với các đường hay mặt phức tạp không có khả năng mô tả bằng hàm cơ bản. Vì vậy phân chia nhỏ ra nhiều phần nhỏ. Đó là ý tưởng của phương pháp phần tử hữu hạn.

## 1.1.2 Đa thức Bernstein - Beze

Trong một chứng minh của định lý thứ nhất của Vairstras sử dụng đa thức để xuất bởi Bernstein

$$B_n(x) = \frac{n!}{n!(n-k)!} f\left(\frac{k}{n}\right) x^k (1-x)^{n-k}. \quad (1.1.6)$$

Đa thức Bernstein  $B_n(x)$  có bậc  $n$ , các hệ số của nó phụ thuộc vào  $(n+1)$  giá trị của hàm  $f(x)$ , được tính trong khoảng  $0 \leq x \leq 1$  với  $x = 0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1$ .

Từ chứng minh đó dẫn đến, rằng với mỗi số  $\varepsilon > 0$  có thể tìm số  $N$ , sao cho

$$|f(x) - B_n(x)| < \varepsilon, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (1.1.7)$$

với mỗi số  $n > N$ , ở đây  $f(x)$  liên tục và đơn trị trong khoảng  $[0, 1]$ . Nếu  $n$  chọn đủ lớn, thì hiệu giữa  $f(x)$  và  $B_n(x)$  có thể nhỏ hơn số  $\varepsilon$  nhỏ tùy ý.

Nếu đại lượng  $f\left(\frac{k}{n}\right)$  thay đổi véc tơ  $r_k$ , thì trong khoảng

$0 \leq x \leq 1$  đa thức

$$r(x) = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} x^k (1-x)^{n-k} r_k \quad (1.1.8)$$

mô tả đoạn đường cong và gọi là dạng Bernstein-Beze. Vì vậy đoạn đường cong có thể xem như xấp xỉ theo Bernstein cho đa giác, đỉnh là  $r_k$ . Từ đó suy ra rằng thay đổi vị trí đỉnh dẫn đến thay đổi đường theo cách tương ứng.

Chính nhờ sự kiện này mà lần đầu tiên Beze đã đưa chứng minh định lý thứ nhất của Weierstrass vào ứng dụng trong thực tiễn, ứng dụng đầu tiên để thiết kế tự động của hãng Reno. Cũng lần đầu tiên tác giả biên soạn sách này để xướng ứng dụng trong lĩnh vực trắc địa bản đồ để xấp xỉ, nội suy mặt địa hình và đường bình độ.

$$\text{Hàm } \varphi(x) = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} x^k (1-x)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n \quad (1.1.9)$$

tạo thành cơ sở Bernstein cho tập hợp tất cả đa thức bậc  $n$ , tức tất cả đa thức bậc  $n$  có thể biểu diễn ở dạng tổ hợp tuyến tính bởi các hàm này.

### 1.1.3. Đường cong Beze

1) Phương trình tham số của đường cong Beze ở dạng tổng quát là [7]

$$r \equiv r(t) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{(n-i)!i!} t^i (1-t)^{n-i} r_i, \quad (1.1.10)$$

ở đây  $r_0, r_1, \dots, r_n$  là véc tơ bán kính  $n + 1$  đỉnh  $P_0, P_1, \dots, P_n$  của đa giác đặc trưng.

Có thể chứng minh [7]

$$r(0) = r_0,$$

$$r(1) = r_n,$$

$$r'(0) = n(r_1 - r_0), \quad (1.1.11)$$

$$r'(1) = n(r_n - r_{n-1}).$$

Và đường cong Beze luôn luôn nằm trong đa giác của Beze.

Từ (1.1.11) dẫn đến đường cong qua điểm  $P_0$  và  $P_n$  và có hướng tiếp tuyến theo cạnh  $P_0P_1$  và  $P_{n-1}P_n$ .

2) Đường cong Beze bậc ba

Với  $n = 3$  nhận được đường cong Beze bậc ba ở dạng sau:

$$r = r(t) = (1-t)^3 r_0 + 3t(1-t)^2 r_1 + 3t^2(1-t) r_2 + t^3 r_3. \quad (1.1.12)$$

Trên cơ sở (1.1.11) có:

$$r(0) = r_0,$$

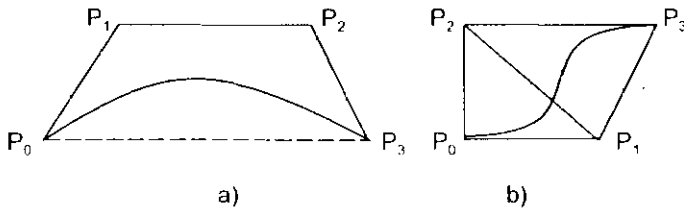
$$r(1) = r_3,$$

$$r'(0) = 3(r_1 - r_0), \quad (2.1.13)$$

$$r'(1) = 3(r_3 - r_2).$$



Tức đường cong bậc ba Beze qua điểm  $P_0$  và  $P_3$  và hướng tuyến tính tại điểm  $P_0$  trùng với cạnh  $P_0P_1$ , còn hướng tiếp tuyến tại điểm  $P_3$  trùng với cạnh  $P_3P_2$  (hình 1.1)



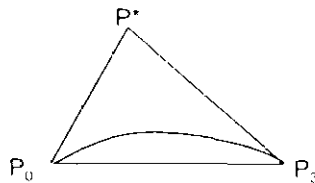
**Hình 1.1**

Đường cong bậc ba Beze luôn luôn nằm trong đa giác tạo thành bởi các điểm  $P_0, P_1, P_2, P_3$  (hình 1.1).

Khi đỉnh  $P_1$  và  $P_2$  thay đổi thì tạo ra một họ đường Beze. Nếu điểm  $P_2$  và  $P_3$  gần đoạn  $P_0P_1$  thì đường cong càng gần  $P_0P_1$ , điểm  $P_1, P_2$  càng xa  $P_0P_1$  thì đường cong càng xa đoạn  $P_0P_1$ . Điều này có ý nghĩa đặc biệt trong thiết kế, tạo sản phẩm, điều khiển theo quỹ đạo, v.v..

Khi đỉnh đa giác nằm trên đường thẳng, đường cong biến thành đường thẳng. Ví dụ nếu trong (1.1.12) đặt  $r_1 = (2r_0 + r_3)/3$  và  $r_2 = (r_0 + 2r_3)/3$  thì nhận được phương trình đường thẳng tham số dạng

$$r = (1 - t)r_0 + tr_3 \quad (1.1.14)$$



**Hình 1.2**

Khi tiếp tuyến cắt ở điểm  $P^*$  (hình 1.2) và nếu đặt

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{r_0 + 2r^*}{3}, \\ r_2 &= \frac{r_3 + 2r^*}{3}, \end{aligned} \quad (1.1.15)$$

nhận được cung parapol với các điểm cuối  $P_0P_3$ :

$$r = (1-t)^2 r_0 + 2t(1-t)r^* + t^3 r_3. \quad (1.1.16)$$

Nếu ký hiệu

$$\begin{aligned} J_0 &= (1-t)^3, \\ J_1 &= 3t(1-t)^2, \\ J_2 &= 3t^2(1-t), \\ J_3 &= t^3, \end{aligned} \quad (1.1.17)$$

công thức (1.1.12) nhận dạng

$$r = r(t) = r_0 J_0 + r_1 J_1 + r_2 J_2 + r_3 J_3. \quad (1.1.18)$$

#### 1.1.4. Mặt Beze

Phương trình của mặt Beze bao quanh bởi bốn đường cong biên (hình 1.3) có dạng sau [7]

$$r(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 r_{ij} g_i(u) g_j(v), \quad (1.1.19)$$

$$0 \leq u, v \leq 1,$$

ở đây

$$g_k = \frac{3}{k!(3-k)!} t^k (1-t)^{3-k}, \quad (1.1.20)$$

$$k = 0, 1, 2, 3.$$

Hàm  $g_k$  là đa thức cơ sở bậc ba theo Bernstein.