I. TỔNG QUAN TÌNH HÌNH NGHIÊN CỨU LIÊN QUAN ĐẾN ĐỀ TÀI

- Giải tích A2 là học phần quan trọng bắt buộc đối với sinh viên ngành cử nhân Toán, Toán-Tin và Vật lí ở trường đại học Khoa học cũng như ngành Toán, Toán-Tin và Vật lí ở các trường Đại học và Cao đẳng khác.

- Hiện nay nhiều trường Đại học ở nước ta đã và đang tiến hành đổi mới phương pháp giảng dạy và hình thức thi, giảm thiểu thi tự luận và tích cực chuyển đổi sang hình thức trắc nghiệm, vì vậy đề tài nhằm tạo nên hệ thống ngân hàng đề thi trắc nghiệm môn Giải tích A2 trong hệ thống các đề thi trắc nghiệm của trường đại học Khoa học, đại học Thái Nguyên

II. TÍNH CẤP THIẾT VÀ MỤC TIÊU CỦA ĐỀ TÀI

1. Tính cấp thiết của đề tài.

Hiện nay trường đại học Khoa học nói riêng, Đại học Thái Nguyên nói chung đang tích cực tiến hành chuyển đổi phương thức đào tạo theo niên chế sang hình thức đào tạo theo tín chỉ và khuyến khích sử dụng hình thức thi trắc nghiệm khách quan. Vì vậy, việc xây dựng ngân hàng đề thi trắc nghiệm học phần Giải tích A2 cho sinh viên năm thứ nhất các ngành Toán, Toán-Tin và Vật lí là rất cần thiết và có ý nghĩa thực tế.

2. Mục tiêu của đề tài.

Xây dựng ngân hàng đề thi trắc nghiệm học phần Giải tích A2 cho sinh viên năm thứ nhất ngành cử nhân Toán, Toán-Tin và Vật lí, góp phần vào việc đổi mới phương pháp giảng dạy và kiểm tra, đảm bảo tính khách quan và công bằng trong thi cử.

III. SẢN PHẨM CỦA ĐỀ TÀI

Sản phẩm của đề tài bao gồm ngân hàng câu hỏi dùng để tổ hợp thành các đề thi, phần mềm trộn đề MCMIC. Dưới đây là ngân hàng câu hỏi sử dụng làm đề thi:

1. Tôpô và hàm liên tục trong $\mathbf{R}^n$

Câu 1. Giả sử d(x,y) là một mêtric trên X, nếu đặt $d_1(x,y)=\ln(d(x,y)+1)$ và $d_2(x,y)=\min\{d(x,y),1\}$ thì khẳng định nào sau đây đúng

A. d_1 là khoảng cách trên X và d_2 không là khoảng cách trên X

B. d_1 và d_2 là các khoảng cách trên X

C. d_1 không là khoảng cách trên X và d_2 là khoảng cách trên X

D. Cả d_1 và d_2 không là các khoảng cách trên X

Câu 2. Cho tập A = $\left\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\right\}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\mathrm{int}(A)=\varnothing$, $A'=\varnothing$, $\partial(A)=A$, $\overline{A}=A$

B. $\mathrm{int}(A)=\varnothing$, $A'=\{0\}$, $\partial(A)=A$, $\overline{A}=A$

C. $\mathrm{int}(A)=\varnothing$, $A'=\varnothing$, $\partial(A)=A\cup\{0\}$, $\overline{A}=A$

D. $\mathrm{int}(A)=\varnothing$, $A'=\{0\}$, $\partial(A)=A\cup\{0\}$, $\overline{A}=A\cup\{0\}$

Câu 3. Cho tập hợp $A=\{m+\frac{1}{n}:m,n=1,2,...\}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\mathrm{int}(A)=\varnothing$, $A'=\varnothing$, $\partial(A)=A$, $\overline{A}=A$

B. $\mathrm{int}(A)=\varnothing$, $A'=\{1,2,3,...\}$, $\partial(A)=A\cup\{1,2,3,...\}$, $\overline{A}=A\cup\{1,2,3...\}$

C. $\text{int}(A)=\varnothing$, $A'=\varnothing$, $\partial(A)=A\cup\{0\}$, $\overline{A}=A\cup\{0,1,2,...\}$

D. $\text{int}(A)=\varnothing$, $A'=\{0\}$, $\partial(A)=A\cup\{0,1,2,3,...\}$, $\overline{A}=A\cup\{0,1,2,...\}$

Câu 4. Trong không gian R cho tập hợp A $=\{\frac{1}{n}$: n = 1,2,..$\}\cup[2,3]$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng

A. $\text{int}(A)=(2,3)$, $A'=\{0\}\cup[2,3]$, $\partial(A)=\{2,3,0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A\cup\{0\}$

B. $\text{int}(A)=(2,3)$, $A'=\{0\}\cup[2,3]$, $\partial(A)=\{2,3,0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A$

C. $\text{int}(A)=(2,3)$, $A'=\{0\}\cup[2,3]$, $\partial(A)=\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A\cup\{0\}$

D. $\text{int}(A)=(2,3)$, $A'=[2,3]$, $\partial(A)=\{2,3,0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A\cup\{0\}$

Câu 5. Cho tập A=$(0,2]\cup\{3\}$ trong R. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng

A. $\text{int}(A)=(0,2)$, $A'=[0,2]$, $\partial(A)=\{0,2,3\}$, $\overline{A}=[0,2]\cup\{3\}$

B. $\text{int}(A)=(0,2)$, $A'=(0,2]$, $\partial(A)=\{0,2,3\}$, $\overline{A}=[0,2]\cup\{3\}$

C. $\text{int}(A)=(0,2)$, $A'=[0,2)$, $\partial(A)=\{0,2,3\}$, $\overline{A}=[0,2]$

D. $\text{int}(A)=(0,2]$, $A'=[0,2]$, $\partial(A)=\{0,1,2,3\}$, $\overline{A}=[0,2]\cup\{3\}$

Câu 6. Cho các hàm số $f(x,y)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{|x||y|}}, & xy\neq 0 \\ 0, & xy=0 \end{cases}$, $g(x,y)=x+\sin\frac{1}{x^2+y^2+1}$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng

A. miền liên tục của f và g là R^2

B. miền liên tục của f là R^2 và miền liên tục của g là R^2 bỏ đi hai trục tọa độ

C. miền liên tục của f là R^2 bỏ đi hai tục tọa độ và miền liên tục của g là R^2

D. miền liên tục của f là $R^2\setminus\{(0,0)\}$ và g là R^2

Câu 7. Giới hạn $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to a}}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}, a\in R$ bằng

A. e

B. 2

C. $\frac{1}{e}$

D. 2e

Câu 8. Cho các hàm số $f(x,y)=3x+2y+2,\ g(x,y)=\sin(x^2+y^2)$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng

A. f liên tục đều trên R^2 và g không liên tục đều trên R^2

B. f không liên tục đều trên R^2 và g liên tục đều trên R^2

C. f và g liên tục đều trên R^2

D. f và g không liên tục đều trên R^2

Câu 9. Giới hạn $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left(x^2+y^2\right)^{x^2y^2}$ bằng

A. 2

B. 0

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

Câu 10. Tập các điểm gián đoạn của hàm số $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ là:

A. $\varnothing$ **B.** (0,0)

C. R^2 **D.** $R^2\setminus\{(0,0)\}$

Câu 11. Giả sử A là tập gián đoạn của hàm số $f(x,y)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{y}, & y\neq 0\\ 0, & y=0\end{cases}$. Khi đó A là tập

A. đóng **B.** mở

C. không đóng cũng không mở **D.** vừa đóng, vừa mở

Câu 12. Cho các hàm số $f(x,y)=3x+2y, g(x,y)=\dfrac{1}{1-x^2+y^2}$ xác định trên miền $G=\{(x,y):x^2+y^2<1\}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng

A. f liên tục đều trên G và g không liên tục đều trên G

B. f không liên tục đều trên G và g liên tục đều trên G

C. f và g liên tục đều trên G

D. f và g không liên tục đều trên G

Câu 13. Cho hàm số $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)\neq(0,0)\end{cases}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. $f(x,y)$ liên tục theo từng biến riêng biệt tại (0,0).

B. $f(x,y)$ liên tục theo biến x nhưng không liên tục theo biến y tại (0,0) .

C. $f(x,y)$ liên tục theo biến y nhưng không liên tục theo biến x tại (0,0) .

D. $f(x,y)$ liên tục tại (0,0).

Câu 14. Cho $A\subset R^n$ là một tập mở, $f:A\to R$ là một hàm số liên tục. Đặt $B=\{x\in A:\alpha<f(x)<\beta\}$ với α,β là những số thực cho trước. Khi đó B là tập:

A. mở **B.** đóng

C. vừa đóng vừa mở **D.** không đóng không mở

Câu 15. Cho tập A=$\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2<1\}\cup\{(x,3):0<x\le 1\}$ trong R^2. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\text{int}(A)=A$, $A'=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0\le x\le 1\}$

B. $\text{int}(A)=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2<1\}$, $A'=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0\le x\le 1\}$

C. $\text{int}(A)=A$, $A'=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2<1\}\cup\{(x,3):0\le x\le 1\}$

D. $\text{int}(A)=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2<1\}$, $A'=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0\le x<1\}$

Câu 16. Cho tập A=$\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2<1\}\cup\{(x,3):0<x\le 1\}$ trong R^2. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\partial(A)=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2=1\}\cup\{(x,3):0\le x\le 1\}$,
$\overline{A}=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0<x\le 1\}$.

B. $\partial(A)=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0\le x\le 1\}$,
$\overline{A}=\{(x,y)\in R^2:x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0\le x<1\}$.

C. $\partial(A)=\{(x,y)\in R^2 : x^2+y^2=1\}\cup\{(x,3):0<x\le 1\}$,
$\overline{A}=\{(x,y)\in R^2 : x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0\le x\le 1\}$.

D. $\partial(A)=\{(x,y)\in R^2 : x^2+y^2<1\}\cup\{(x,3):0\le x\le 1\}$,
$\overline{A}=\{(x,y)\in R^2 : x^2+y^2\le 1\}\cup\{(x,3):0<x\le 1\}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{e^x-e^y}{x-y}, & (x,y)\ne(x,x)\\ e^x, & (x,y)=(x,x)\end{cases}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. $f(x,y)$ liên tục tại (0,0) và (1,2)

B. $f(x,y)$ không liên tục tại (0,0) nhưng liên tục tại (1,2)

C. $f(x,y)$ không liên tục tại (0,0) và (1,2)

D. $f(x,y)$ liên tục tại (1,2) nhưng không liên tục tại (0,0)

Câu 18. Giới hạn $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to a}}\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}, a\in R$ bằng

A. $e^{1/2}$

B. 2

C. $\dfrac{1}{e}$

D. 2e

Câu 19. Cho tập A= $(0,2]\cup\{4\}$ trong R. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng

A. $\mathrm{int}(A)=(0,2)$, $A'=[0,2]$, $\partial(A)=\{0,2,4\}$, $\overline{A}=[0,2]\cup\{4\}$

B. $\mathrm{int}(A)=(0,2)$, $A'=(0,2]$, $\partial(A)=\{0,2,4\}$, $\overline{A}=[0,2]\cup\{4\}$

C. $\mathrm{int}(A)=(0,2)$, $A'=[0,2)$, $\partial(A)=\{0,2,4\}$, $\overline{A}=[0,2]$

D. $\mathrm{int}(A)=(0,2]$, $A'=[0,2]$, $\partial(A)=\{0,1,2,4\}$, $\overline{A}=[0,2]\cup\{4\}$

Câu 20. Cho hàm số $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y)\ne(0,0)\\ 0, & (x,y)\ne(0,0)\end{cases}$. Khi đó giới hạn của $f(x,y)$ theo tia y=3x và đường cong $y^2=4x$ tại điểm (0,0) lần lượt là:

A. 0 và $\dfrac{4}{17}$

B. 1 và $\dfrac{1}{2}$

C. 0 và $-\dfrac{1}{2}$

D. -1 và $-\dfrac{1}{2}$

Câu 21. Trong không gian R cho tập hợp A $=\{\dfrac{1}{n}$: n = 1,2,..$\}\cup[2,4]$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\mathrm{int}(A)=(2,4)$, $A'=\{0\}\cup[2,4]$, $\partial(A)=\{2,4,0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A\cup\{0\}$

B. $\mathrm{int}(A)=(2,4)$, $A'=\{0\}\cup[2,4]$, $\partial(A)=\{2,4,0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A$

C. $\mathrm{int}(A)=(2,4)$, $A'=\{0\}\cup[2,4]$, $\partial(A)=\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A\cup\{0\}$

D. $\mathrm{int}(A)=(2,4)$, $A'=[2,4]$, $\partial(A)=\{2,4,0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{n},...\}$, $\overline{A}=A\cup\{0\}$

Câu 22. Giới hạn $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}} \dfrac{x+y}{x^2-xy+y^2}$ bằng:

A. 0

B. 1

C. 2

D. $\dfrac{1}{2}$

Câu 23. Cho các hàm số $f(x,y)=5x+2y,\ g(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng:

A. f liên tục đều trên R^2 và g không liên tục đều trên R^2

B. f không liên tục đều trên R^2 và g liên tục đều trên R^2

C. f và g liên tục đều trên R^2

D. f và g không liên tục đều trên R^2

Câu 24. Cho các hàm $d_1(x,y)=|e^x-e^y|,\ d_2(x,y)=|\sin x-\sin y|$ xác định trên R. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng

A. d_1 và d_2 là các khoảng cách trên R

B. d_1 và d_2 không là các khoảng cách trên R

C. d_1 là khoảng cách trên R và d_2 không là khoảng cách trên R

D. d_2 là khoảng cách trên R và d_1 không là khoảng cách trên R

Câu 25. Cho các hàm số $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{|x|+|y|}, & |x|+|y|\neq 0\\ 0, & |x|+|y|=0\end{cases}, g(x,y)=\ln\left(1+x^2+y^4\right)$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng:

A. miền liên tục của f và g là R^2.

B. miền liên tục của f là R^2 và miền liên tục của g là $R^2\backslash\{(0,0)\}$.

C. miền liên tục của f là $R^2\backslash\{(0,0)\}$ và miền liên tục của g là R^2.

D. miền liên tục của f và g là $R^2\backslash\{(0,0)\}$.

Câu 26. Cho các hàm số $f(x,y)=x+2y$ và $g(x,y)=x^2+y^2$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng

A. f và g cùng liên tục đều trên R^2

B. f liên tục đều trên R^2, g không liên tục đều trên R^2

C. f và g không liên tục đều trên R^2

D. f không liên tục đều trên R^2, g liên tục đều trên R^2

2. Phép tính vi phân trong R^n

Câu 1. Cho hàm số $f(x,y)=\sqrt{|xy|}$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng

A. f không liên tục tại (0,0)

B. f liên tục tại (0,0) nhưng không tồn tại các đạo hàm riêng tại (0,0)

C. f liên tục tại (0,0), tồn tại các đạo hàm riêng tại (0,0) nhưng không khả vi tại (0,0)

D. f liên tục tại (0,0), tồn tại các đạo hàm riêng tại (0,0) và khả vi tại (0,0)

Câu 2. Cho hàm số $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^4}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng

A. f có các đạo hàm riêng liên tục trên R^2 và $f''_{xy}(0,0) = f''_{yx}(0,0)$

B. f có các đạo hàm riêng liên tục trên $R^2 \backslash \{(0,0)\}$ và $f''_{xy}(0,0) = f''_{yx}(0,0)$

C. f có các đạo hàm riêng liên tục trên R^2 và $f''_{xy}(0,0) \neq f''_{yx}(0,0)$

D. f có các đạo hàm riêng liên tục trên $R^2 \backslash \{(0,0)\}$ và $f''_{xy}(0,0) \neq f''_{yx}(0,0)$

Câu 3. Cho hàm số $u(x,y,z) = f\left(x+y+z, x^2+y^2+z^2\right)$, trong đó f là hàm số có các đạo hàm riêng cấp hai theo các biến của nó. Khi đó $\Delta u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ là

A. $3f''_{11} + 6f'_2 + 4(x+y+z)f''_{12} + 4(x^2+y^2+z^2)f''_{22}$

B. $3f''_{11} + 4(x+y+z)f''_{12} + 4(x^2+y^2+z^2)f''_{22}$

C. $3f''_{11} + 4f'_2 + 4(x+y+z)f''_{12} + 4(x^2+y^2+z^2)f''_{22}$

D. $3f''_{11} + 6f'_2 + 4(x+y+z)f''_{12} + 2(x^2+y^2+z^2)f''_{22}$

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $z = x^2 - y^2$ tại điểm M(1,1) theo hướng lập với hướng dương của trục ox một góc 60^0 là

A. $1-\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}-1$

C. $1+\sqrt{3}$ **D.** $-1-\sqrt{3}$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $z = 1 - \left(\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2}\right)$ tại điểm M$\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}, \dfrac{b}{\sqrt{2}}\right)$ theo hướng pháp tuyến trong tại M của Elip $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ là

A. $\dfrac{\sqrt{2(a^2+b^2)}}{ab}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$

C. $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2ab}$ **D.** $\dfrac{ab}{a^2+b^2}$

Câu 6. Số điểm dừng của hàm số $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$ là

A. 4 **B.** 6 C. 9 **D.** 8

Câu 7. Cho hàm số $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3+y^3}$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng

A. tồn tại các đạo hàm riêng $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 1$ và f khả vi trên R^2

B. tồn tại các đạo hàm riêng $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 1$ và f khả vi trên $R^2 \backslash \{(0,0)\}$

C. tồn tại các đạo hàm riêng $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ và f khả vi trên R^2

D. tồn tại các đạo hàm riêng $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ và f khả vi trên $R^2 \backslash \{(0,0)\}$

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $z = x^3 + y^3 - xy$ tại điểm M(1,1) theo lập với chiều dương trục ox một góc 30^0 là

A. $1-\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}-1$

C. $1+\sqrt{3}$ **D.** $-1-\sqrt{3}$

Câu 8. Cho phương trình $x^2y''+xy'+y=0$. Nếu đổi biến $x=e^t$ thì phương trình trên trở thành

A. $\dfrac{d^2y}{dt^2}-y=0$

B. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+y=0$

C. $-\dfrac{d^2y}{dt^2}+2y=0$

D. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+2y=0$

Câu 9. Cho hàm số $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. f khả vi trên R^2

B. f khả vi trên $R^2\setminus\{(0,0)\}$

C. f khả vi trên R^2 bỏ đi trục ox

D. f chỉ khả vi tại (0,0)

Câu 10. Cho hàm số $u(x,y,z)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$. Khi đó $\Delta u=\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2u}{\partial z^2}$ là

A. 0

B. $\dfrac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$

C. $-\dfrac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$

D. $\dfrac{2}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$

Câu 11. Cho hàm số $f(x,y)=e^x\sin y$. Khi đó biểu thức $\dfrac{\partial^{m+n}f}{\partial x^m\partial y^n}(0,0)$ là

A. 0 nếu n chẵn và bằng 1 nếu n lẻ

B. 0 nếu n chẵn và bằng $(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ nếu n lẻ

C. 1 nếu n chẵn và bằng $(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ nếu n lẻ

D. 1 nếu n chẵn và bằng 0 nếu n lẻ

Câu 12. Cho hàm số $f(x,y)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$ và f khả vi trên R^2

B. Không tồn tại các đạo hàm riêng của f tại (0,0) .

C. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)=1;\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$ và f khả vi trên $R^2\setminus\{(0,0)\}$

D. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$ và f khả vi trên $R^2\setminus\{(0,0)\}$

Câu 13. Vi phân cấp hai của hàm số $u=f(\xi,\eta)$, trong đó $\xi=x^2+y^2,\eta=x^2-y^2$, là

A. $[2(f'_\xi+f'_\eta)+4x^2(f''_{\xi\xi}+2f''_{\xi\eta}+f''_{\eta\eta})]dx^2+8xy(f''_{\xi\xi}-f''_{\eta\eta})dxdy$
$+[2(f'_\xi-f'_\eta)+4y^2(f''_{\xi\xi}-2f''_{\xi\eta}+f''_{\eta\eta})]dy^2$

B. $[2(f'_\xi+f'_\eta)+4x^2(f''_{\xi\xi}+2f''_{\xi\eta}+f''_{\eta\eta})]dx^2+4xy(f''_{\xi\xi}-f''_{\eta\eta})dxdy$
$+[2(f'_\xi-f'_\eta)+4y^2(f''_{\xi\xi}-2f''_{\xi\eta}+f''_{\eta\eta})]dy^2$

C. $[2\left(f'_\xi + f'_\eta\right) + 4x^2\left(f''_{\xi\xi} - 2f''_{\xi\eta} + f''_{\eta\eta}\right)]dx^2 + 4xy\left(f''_{\xi\xi} - f''_{\eta\eta}\right)dxdy$
$+[2\left(f'_\xi - f'_\eta\right) + 4y^2\left(f''_{\xi\xi} + 2f''_{\xi\eta} + f''_{\eta\eta}\right)]dy^2$

D. $[2\left(f'_\xi + f'_\eta\right) + 4x^2\left(f''_{\xi\xi} + 2f''_{\xi\eta} + f''_{\eta\eta}\right)]dx^2 + 8xy\left(f''_{\xi\xi} - f''_{\eta\eta}\right)dxdy$
$+[2\left(f'_\xi - f'_\eta\right) + 4y^2\left(f''_{\xi\xi} - 2f''_{\xi\eta} + f''_{\eta\eta}\right)]dy^2$

Câu 14. Khai triển hàm số $f(x,y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ theo công thức Mac-Laurin đến số hạng cấp 4 là

A. $1 + \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 + y^2\right)^2$ **B.** $1 - \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 + y^2\right)^2$

C. $1 - \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) + \frac{1}{8}\left(x^2 + y^2\right)^2$ **D.** $1 + \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) + \frac{1}{8}\left(x^2 + y^2\right)^2$

Câu 15. Các điểm (x,y)$\in R^2$ để phương trình $x^2 + xy + y^2 = 3$ xác định trên một lân cận của điểm đó một hàm ẩn $y = \varphi(x)$ là

A. $R^2 \setminus \{(x,y) \in R^2 : x = 2y\}$ **B.** $R^2 \setminus \{(x,y) \in R^2 : x = y\}$

C. $R^2 \setminus \{(x,y) \in R^2 : x = -2y\}$ **D.** $R^2 \setminus \{(x,y) \in R^2 : x = -y\}$

Câu16. Hệ phương trình $\begin{cases} u + v = x + y \\ y\sin u - x\sin v = 0 \end{cases}$ xác định các hàm ẩn $u = u(x,y), v = v(x,y)$.

Khi đó biểu thức du là

A. $du = -\dfrac{(x\cos v + \sin v)dx + (x\cos v - \sin u)dy}{x\cos v + y\cos u}$

B. $du = \dfrac{(x\cos v + \sin v)dx - (x\cos v - \sin u)dy}{x\cos v + y\cos u}$

C. $du = \dfrac{(x\cos v + \sin v)dx + (x\cos v - \sin u)dy}{x\cos v + y\cos u}$

D. $du = -\dfrac{(x\cos v + \sin v)dx - (x\cos v - \sin u)dy}{x\cos v + y\cos u}$

Câu 17. Cho hàm số $z = xy + \dfrac{50}{x} + \dfrac{20}{y}\ (x > 0, y > 0)$.

A. Hàm số không có cực trị
B. Hàm số đạt cực đại tại (5,2)
C. Hàm số đạt cực tiểu tại (5,2)
D. Hàm số đạt cực tiểu tại (5,2) và cực đại tại (2,5)

Câu 18. Cho hàm số $f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2}\sin\dfrac{1}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng

A. Không tồn tại các đạo hàm riêng tại (0,0). **B.** $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$

C. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 1$ **D.** $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = -1$

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $z = x^2 + y^2 - xy$ tại điểm M(1,1) theo lập với chiều dương trục oy một góc 30^0 là

A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

B. $-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

Câu 20. Cho phương trình $y'''=\frac{6y}{x^3}$. Nếu đổi biến t=ln|x| thì phương trình trên trở thành

A. $\frac{d^3y}{dt^3}+3\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}-6y=0$

B. $\frac{d^3y}{dt^3}-3\frac{d^2y}{dt^2}-2\frac{dy}{dt}-6y=0$

C. $\frac{d^3y}{dt^3}-3\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}-6y=0$

D. $\frac{d^3y}{dt^3}-3\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}+6y=0$

Câu 21. Nếu đổi biến $x=u+t, y=u-t$, ở đây u=u(t) thì phương trình

$y''+(x+y)(1+y')^3=0$

trở thành

A. u''- 8u(u')^3 = 0

B. u''+8u(u')^3 = 0

C. u''+4u(u')^3 = 0

D. u''- 4u(u')^3 = 0

Câu22. Khai triển bậc 3 của hàm ẩn $y=\varphi(x)$ xác định bởi phương trình $y+x^2+y^2+x^3+y^3=0$ trong lân cận điểm 0 tại lân cận của x=0 là

A. $-x^2-\frac{1}{3}x^3+o(x^3)$

B. $-\frac{1}{2}x^2-x^3+o(x^3)$

C. $-x^2-x^3+o(x^3)$

D. $-x^2+x^3+o(x^3)$

Câu 23. Cho hàm số $f(x,y)=(3x^2+5y^2)e^{-(x^2+y^2)}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. f đạt cực tiểu tại (0,0) và đạt cực đại tại các điểm $(\pm 1,0), (0,\pm 1)$

B. f chỉ đạt cực tiểu tại (0,0)

C. f không có cực trị

D. $f_{\min}=0$ tại (0,0) và $f_{\max}=5/e$ tại $(0,\pm 1)$

Câu 24. Cho hàm số $f(x,y)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$ và f khả vi trên R^2

B. Không tồn tại các đạo hàm riêng của f tại (0,0) .

C. $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=1$ và f khả vi trên $R^2\setminus(0,0)$

D. $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=-1$ và f khả vi trên $R^2\setminus(0,0)$

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $z=1-x^2-y^2$ tại điểm M(1,1) theo lập với chiều dương trục oy một góc 60^0 là

A. $1-\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}-1$

C. $1+\sqrt{3}$

D. $-1-\sqrt{3}$

Câu 26. Cho $u=x^2+y^2-12x+16y$ và $D=\{x^2+y^2\leq 25\}$. Khi đó,

A. $\max_D u=125, \min_D u=-75$

B. $\max_D u=125, \min_D u=-100$

C. $\max_D u = 100, \min_D u = -75$ **D.** $\max_D u = 100, \min_D u = -100$

Câu 27. Khai triển của hàm số $f(x,y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5$ theo công thức Taylor trong lân cận điểm M(1,-2) là

A. $5 + 2(x-1)^2 - (x-1)(y+2) - (y+2)^2$

B. $5 + 2(x-1)^2 + (x-1)(y+2) - (y+2)^2$

C. $5 + 2(x-1)^2 - 2(x-1)(y+2) - (y+2)^2$

D. $5 + 2(x-1)^2 + 2(x-1)(y+2) - (y+2)^2$

Câu 28. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \varphi(x)$ xác định bởi phương trình $x^2 - xy + 2y^2 + x - y - 1 = 0$ trong lân cận điểm (0,1) tại x=0 là

A. $k = 1$ **B.** $k = 2$

C. $k = 0$ **D.** $k = -1$

Câu29. Cho $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2, \quad D = \{x^2 + y^2 + z^2 \le 100\}$. Khi đó,

A. $\max_D u = 300, \min_D u = 0$ **B.** $\max_D u = 200, \min_D u = 0$

C. $\max_D u = 300, \min_D u = 200$ **D.** $\max_D u = 100, \min_D u = 0$

Câu30. Nếu đổi biến $x = tgt, y = \dfrac{u}{\cos t}$, ở đây u=u(t) thì phương trình $(1 + x^2)^2 y'' = y$ trở thành

A. $\dfrac{1}{\cos^4 t}(u'' + u)\cos^3 t = \dfrac{u}{\cos t}$ hoặc u’’=0

B. $\dfrac{1}{\cos^4 t}(u'' + u)\cos^3 t = -\dfrac{u}{\cos t}$ hoặc u’’=0

C. $\dfrac{1}{\cos^4 t}(u'' - u)\cos^3 t = \dfrac{u}{\cos t}$ hoặc u’’=0

D. $\dfrac{1}{\cos^4 t}(u'' + 2u)\cos^3 t = \dfrac{u}{\cos t}$ hoặc u’’=0

Câu 31. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc và phương trình pháp tuyến của mặt $z = x^2 + y^2$ tại điểm M(1,2,5) lần lượt là

A. $x + 4y - z - 5 = 0, \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z-5}{-1}$

B. $2x + y - z - 5 = 0, \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-5}{-1}$

C. $2x + 4y + z - 5 = 0, \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z-5}{1}$

D. $2x + 4y - z - 5 = 0, \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z-5}{-1}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x,y) = \dfrac{2x - y - 1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$. Khi đó khẳng định nào đúng

A. f đạt cực tiểu địa phương tại $(-2,1)$

B. f đạt cực tiểu địa phương tại $(-2,1)$

C. f không có cực trị địa phương

D. f đạt cực tiểu địa phương tại $(0,0)$

Câu 33. Nếu đổi biến x=cost thì phương trình $(1 - x^2)y'' - xy' + n^2 y = 0$ trở thành