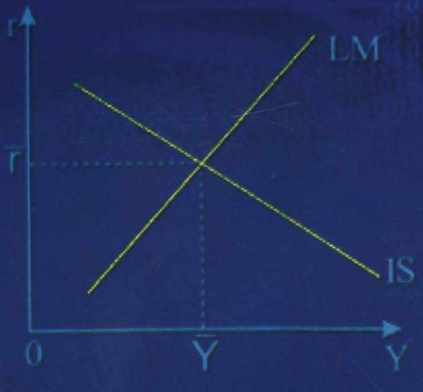
RƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN
LÊ ĐÌNH THÚY

TOÁN CAO CẤP CHO CÁC NHÀ KINH TẾ

PHẦN I : ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN

LỜI NÓI ĐẦU

*Bộ sách "**Toán Cao cấp cho các nhà kinh tế**" được biên soạn dựa theo chương trình môn Toán cao cấp của Trường Đại học Kinh tế quốc dân, dùng chung cho cả hai khối: Kinh tế học và Quản trị kinh doanh. Bộ sách này gồm có hai tập, tương ứng với hai học phần:*

***Học phần 1:** Đại số tuyến tính;*

***Học phần 2:** Giải tích toán học.*

*Cuốn sách "**Toán cao cấp cho các nhà kinh tế - Phần I: Đại số tuyến tính**" bao quát nội dung học phần 1, gồm có 5 chương:*

***Chương 1:** Tập hợp, quan hệ và logic suy luận.*

***Chương 2:** Không gian vectơ số học n chiều.*

***Chương 3:** Ma trận và định thức.*

***Chương 4:** Hệ phương trình tuyến tính (Lý thuyết tổng quát).*

***Chương 5:** Dạng toàn phương.*

Chương 1 trình bày tóm tắt những nội dung bao quát, thuộc nền tảng toán học nói chung: Tập hợp; Hệ thống số thực và các tập số thực; Các khái niệm cơ bản về quan hệ hai ngôi trong một tập hợp; Khái niệm ánh xạ; Đại cương về logic chứng minh mệnh đề.

Các chương 2, 3, 4, 5 bao hàm những nội dung cơ bản của Đại số tuyến tính. Đó là hệ thống kiến thức tối thiểu về Đại số, thực sự cần thiết cho các nhà kinh tế. Hệ thống kiến thức đó được lựa chọn căn cứ vào nhu cầu sử dụng toán học trong kinh tế mà tác giả đã nghiên cứu một cách khá kỹ lưỡng qua các tài liệu về Kinh tế học hiện đại và qua các khoá bồi dưỡng kiến thức kinh tế của Mỹ và Canada mà tác giả có may mắn được tham dự. Chương 2 và chương 3 đề cập đến những nội dung cơ bản về không gian vectơ số học n chiều, ma trận và định thức. Mặc dù nội dung chính của chương 2 là không gian vectơ số học n chiều, ở đầu chương chúng tôi có đưa vào trước các khái niệm cơ bản về hệ phương trình tuyến tính và phương pháp sơ cấp để giải hệ phương trình loại này (phương pháp khử ẩn liên tiếp). Cách tiếp cận như vậy có ưu thế về mặt sư phạm, bởi vì hệ phương trình tuyến tính là đề tài xuất phát của Đại số tuyến tính; hơn nữa, các khái niệm ban đầu về hệ phương trình tuyến tính và phương pháp khử ẩn liên tiếp sẽ giúp bạn đọc nắm bắt dễ dàng hơn các nội dung của chương 2 và chương 3. Sau khi đã trang bị các kiến thức cơ bản về vectơ n chiều, ma trận và định thức, chương 4 đề cập một cách tổng quát, có hệ thống về hệ phương trình tuyến tính, từ các phương pháp định lượng (các phương pháp tìm nghiệm) đến các vấn đề định tính (điều kiện có nghiệm, xác định số nghiệm, cấu trúc của tập hợp nghiệm v.v...). Để giúp bạn đọc bước đầu làm quen với việc sử dụng toán học như một công cụ phân tích kinh tế, cuối chương 4 có giới thiệu một số mô hình tuyến tính trong kinh tế.

Chương 5 trình bày một cách cô đọng các khái niệm cơ bản về dạng toàn phương và tập trung vào hai nội dung cơ bản: biến đổi dạng toàn phương về dạng chính tắc và các dấu hiệu nhận biết dạng toàn phương xác *định (dương hoặc âm). Đặc biệt, các dấu hiệu dạng toàn phương xác định sẽ phục vụ cho việc xem xét điều kiện đủ của cực trị của hàm nhiều biến mà chúng tôi đề cập đến ở quyển sách thứ hai: "**Toán cao cấp cho các nhà kinh tế- phần II: Giải tích toán học**".*

Xin lưu ý rằng cuốn sách này không bao quát đầy đủ tất cả các nội dung của đại số tuyến tính, không đề cập đến cấu trúc không gian trừu tượng, mà chỉ dừng lại ở những vấn đề thực sự cần thiết cho các nhà kinh tế và quản lý. Theo quan điểm của chúng tôi, việc dạy toán cho các trường kinh tế phải theo sát nhu cầu sử dụng toán học trong kinh tế, với mục đích trang bị công cụ cho các nhà kinh tế, do đó phải mang một sắc thái riêng kể cả hình thức và nội dung. Theo quan điểm như vậy, tác giả đã cố gắng hình thành một khung kiến thức hợp lý và trình bày các vấn đề bằng ngôn ngữ dễ tiếp nhận đối với các nhà kinh tế. Trong cuốn sách này, chúng tôi bỏ qua phần lớn những chứng minh phức tạp, chú trọng đến việc diễn giải các kết quả và hướng dẫn thực hành thông qua các ví dụ, nhưng vẫn đảm bảo kết cấu chặt chẽ và nhất quán.

Cuốn sách này là phiên bản mới của cuốn sách cùng tên đã được NXB Thống kê xuất bản năm 2003 và tái bản năm 2005. Trong phiên bản mới này, tác giả có bổ sung phần bài tập kèm theo mỗi bài giảng lý thuyết và chỉnh lý hình thức trình bày các phép biến đổi tuyến tính ở chương 5. Hy vọng rằng phiên bản mới này sẽ giúp ích nhiều hơn cho bạn đọc.

LÊ ĐÌNH THUÝ

Chương 1

TẬP HỢP, QUAN HỆ VÀ LOGIC SUY LUẬN

§1. TẬP HỢP

I. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

a. Tập hợp và phần tử

Tập hợp là một khái niệm nguyên thuỷ của toán học. Ta có thể nói đến các tập hợp khác nhau như tập hợp cây trong một khu vườn, tập hợp học sinh của một lớp học, tập hợp tất cả các số thực, tập hợp tất cả các số hữu tỷ,... Các đối tượng hợp thành một tập hợp được gọi là các *phần tử* của tập hợp đó. Để phân biệt, ta gọi tên tập hợp bằng các chữ in hoa A, B, C,... và ký hiệu các phần tử bằng các chữ in thường a, b, c,... Để nói rằng a là một phần tử của tập hợp A ta dùng ký hiệu:

$a \in A$ (đọc là: "*a thuộc A*").

Ngược lại, nếu a không phải là phần tử của tập hợp A thì ta viết:

$a \notin A$ (đọc là: "*a không thuộc A*").

Để xác định một tập hợp nhất định và đặt tên là X, ta sử dụng một trong hai phương pháp cơ bản sau đây:

1. Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp:

$$X = \{a, b, c, \dots\}.$$

2. Mô tả tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp. Theo phương pháp này, muốn xác định tập hợp X ta nói: X là tập hợp các phần tử x có tính chất T, hoặc dùng ký hiệu:

$$X = \{x: T\}.$$

Chẳng hạn, các cách diễn đạt sau đây có nghĩa như nhau:

- $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.
- X là tập hợp các số nguyên dương lẻ một chữ số.
- $X = \{x$: x là số nguyên dương lẻ một chữ số$\}$.
- $X = \{x: x = 2n - 1$, với n là số nguyên dương nhỏ hơn $6\}$.

Phương pháp thứ hai được sử dụng ngay cả khi ta chưa biết có tồn tại hay không các phần tử có tính chất T. Chẳng hạn, ta có thể nói về tập hợp nghiệm của một phương trình ngay cả khi chưa giải được phương trình đó. Có thể xảy ra trường hợp một tập hợp mà ta nói đến không có phần tử nào. Ta gọi tập hợp không có phần tử là *tập hợp trống* hay *tập hợp rỗng* và dùng ký hiệu $\varnothing$ để chỉ tập hợp đó. Để khẳng định rằng tập hợp X không có phần tử ta viết: $X = \varnothing$. Ngược lại, để khẳng định rằng tập hợp X có ít nhất một phần tử ta viết: $X \neq \varnothing$.

Chú ý: Trong cuốn sách này và trong các tài liệu khác liên quan đến toán học từ "tập hợp" nhiều khi được gọi tắt là *tập*, chẳng hạn, tập A, tập B, tập trống...

b. Khái niệm tập con và đẳng thức tập hợp

Một tập hợp B được gọi là *tập hợp con*, hay *tập con*, của một tập hợp A nếu mọi phần tử của B đều là phần tử của A. Trong trường hợp này ta dùng ký hiệu:

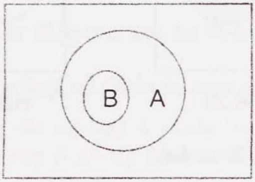
$B \subset A$ (đọc là: "*B chứa trong A*"),

hoặc $A \supset B$ (đọc là: "*A bao hàm B*").

Nói một cách đơn giản, tập hợp con của tập hợp A là tập hợp một bộ phận phần tử, hoặc tất cả các phần tử, của tập hợp A. Nếu $B \subset A$ và đồng thời $A \subset B$ thì ta nói *tập hợp B bằng tập hợp A* và viết $B = A$. Như vậy, đẳng thức tập hợp $B = A$ có nghĩa là mọi phần tử của B đều là phần tử của A và ngược lại, mọi phần tử của A đều là phần tử của B. Nếu tập hợp B không bằng tập hợp A thì ta viết $B \neq A$. Tập hợp B được gọi là *tập con thực* *sự* của tập hợp A nếu $B \subset A$ nhưng $B \neq A$. Chẳng hạn, tập hợp dân cư của thành phố Hà Nội là tập con thực sự của tập hợp dân cư của nước Việt Nam.

c. Biểu đồ Ven

Để dễ hình dung về tập hợp và mối liên hệ giữa các tập hợp, người ta dùng các tập hợp điểm của mặt phẳng để minh hoạ. Thông thường ta xét các tập hợp phần tử của một tập hợp bao trùm, gọi là *không gian* hay *vũ trụ*. Tập không gian được mô tả bằng tập hợp các điểm của một hình chữ nhật. Mỗi tập hợp trong không gian được minh hoạ bằng một tập hợp điểm giới hạn bởi một đường khép kín bên trong hình chữ nhật. Cách minh hoạ ước lệ như vậy được gọi là *biểu đồ Ven*. Chẳng hạn, biểu đồ Ven ở hình 1 mô tả hai tập hợp A và B, trong đó B là tập con của A.



Hình 1: B là tập con của A

II. CÁC PHÉP TOÁN TẬP HỢP

a. Phép hợp và phép giao

Định nghĩa:

1. *Hợp* của hai tập hợp A và B là một tập hợp mà mỗi phần tử của nó là phần tử của ít nhất một trong hai tập hợp đó.
2. *Giao* của hai tập hợp A và B là một tập hợp mà mỗi phần tử của nó là phần tử của cả hai tập hợp A và B.

Hợp của hai tập hợp A và B được ký hiệu là $A \cup B$:

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ hoặc } x \in B\}.$$

Giao của hai tập hợp A và B được ký hiệu là $A \cap B$:

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ và } x \in B\}.$$

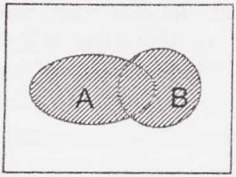
Ví dụ: Cho hai tập hợp số

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{0, 2, 4, 6, 8\}.$$

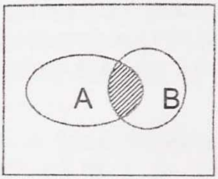
Theo định nghĩa:

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}, \quad A \cap B = \{2, 4\}.$$

Hình 2a và 2b là biểu đồ Ven về phép hợp và phép giao tập hợp.



Hình 2a: $A \cup B$



Hình 2b: $A \cap B$

b. Các tính chất cơ bản

Phép hợp và phép giao tập hợp thoả mãn các tính chất cơ bản sau đây:

1. Tính chất giao hoán:

$$A \cup B = B \cup A; \quad A \cap B = B \cap A. \tag{1.1}$$

2. Tính chất kết hợp:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, \tag{1.2}$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C. \tag{1.3}$$

3. Tính chất phân phối:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), \tag{1.4}$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C). \tag{1.5}$$