

HOÀNG NGỌC NHẠM

GIÁO TRÌNH
Lý thuyết

XÁC SUẤT
và
THỐNG KÊ TOÁN

GUYỄN
C LIỆU

NHÀ XUẤT BẢN THỐNG KÊ

HOÀNG NGỌC NHẠM

Giáo trình
**LÝ THUYẾT XÁC SUẤT
&
THỐNG KÊ TOÁN**

33 – 335

————— 32 - 1016 - 2002

TK 2002

NHÀ XUẤT BẢN THỐNG KÊ - 2003

Lời nói đầu

Lý thuyết xác suất nghiên cứu quy luật của các hiện tượng ngẫu nhiên. Dựa trên những thành tựu của lý thuyết xác suất, thống kê toán là khoa học ra quyết định trên cơ sở những thông tin thu thập từ thực tế. Hơn 300 năm phát triển, đến nay nội dung và phương pháp của xác suất thống kê rất phong phú và được áp dụng rộng rãi trong rất nhiều lĩnh vực. Vì vậy việc học tập, nghiên cứu môn xác suất thống kê trở thành nhu cầu không thể thiếu đối với sinh viên của nhiều trường đại học.

Để đáp ứng yêu cầu nâng cao chất lượng đào tạo, đáp ứng những đòi hỏi của nền kinh tế thị trường và tạo điều kiện thuận lợi để sinh viên của trường học môn xác suất thống kê. Chúng tôi biên soạn cuốn *“Lý thuyết xác suất và thống kê toán”*. Qua cuốn sách nhỏ này chúng tôi hy vọng sẽ giúp các bạn sinh viên đạt kết quả cao khi học tập, nghiên cứu môn học và ứng dụng được các phương pháp của xác suất thống kê trong công việc của mình sau này.

Cuốn sách gồm 3 phần được chia làm 8 chương được sắp xếp theo một thứ tự chặt chẽ nhằm giúp cho sinh viên hiểu rõ các khái niệm, các công thức cơ bản và các phương pháp của xác suất để nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên. Những hiện tượng như vậy rất thường gặp trong kinh tế, đặc biệt là kinh tế thị trường. Trang bị những phương pháp cơ bản nhất của thống kê toán như: Phương pháp mẫu để thu thập và xử lý thông tin, phương pháp ước lượng, phương pháp kiểm định giả thiết thống kê.... Các phương pháp này ngày nay được coi là công cụ không thể thiếu trong “hộp đồ nghề” của các nhà kinh tế. Ngoài ra cuốn sách này còn giúp nâng cao năng lực tư duy, khả năng độc lập nghiên cứu của sinh viên.

Đối với các nhà kinh tế và các nhà quản trị doanh nghiệp, biết thu thập và nắm vững các phương pháp xử lý thông tin kinh tế xã hội là yêu cầu không thể thiếu được. Toán học nói chung, xác suất thống kê nói riêng là công cụ nghiên cứu kinh tế rất hữu hiệu. Đối với sinh viên, mục tiêu cuối cùng của việc học toán là sử dụng được công cụ này vào trong công việc của mình trong tương lai. Do đó cuốn sách được viết theo quan điểm thực hành, chú trọng việc áp dụng xác suất thống kê toán vào thực tế hơn là việc trình bày các vấn đề có tính chất thuần túy lý thuyết.

Ngoài đối tượng bạn đọc là sinh viên trường Đại học Kinh tế, cuốn sách cũng giúp ích cho tất cả những ai trong công việc, trong nghiên cứu phải xử lý một số lượng lớn thông tin, số liệu.

Cuốn sách đã được chỉnh lý, sửa đổi một số phần cho phù hợp với yêu cầu và trình độ tiếp thu của sinh viên. Đồng thời cuốn sách cũng được các cán bộ giảng dạy của bộ môn Toán Kinh tế Khoa Toán – Thống kê trường đại học kinh tế thành phố Hồ Chí Minh góp ý song không thể tránh khỏi những sai sót. Chúng tôi rất mong bạn đọc gần xa góp ý, bổ sung để cuốn sách ngày càng có chất lượng cao đáp ứng ngày càng tốt hơn nhu cầu nghiên cứu, học tập của sinh viên.

Nhân dịp này chúng tôi xin chân thành cảm ơn tất cả những ai đã đóng góp vào nội dung và tổ chức cho cuốn sách được ra mắt bạn đọc.

Thành phố Hồ Chí Minh 1/2003

Tác giả

PHẦN I

LÝ THUYẾT XÁC SUẤT

Chương 1

XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ VÀ CÁC CÔNG THỨC TÍNH XÁC SUẤT

I- Phép thử và các loại biến cố

Trong toán học có những khái niệm không có định nghĩa mà chỉ có thể mô tả chúng bằng những hình ảnh hoặc tư duy trực giác. Chẳng hạn, trong hình học, các khái niệm điểm, đường thẳng, mặt phẳng là những khái niệm không có định nghĩa. Trong xác suất, khái niệm phép thử là khái niệm cơ bản không có định nghĩa, ta hiểu phép thử là một thí nghiệm hay quan sát nào đó. Phép thử được gọi là ngẫu nhiên nếu ta không thể biết trước kết quả nào sẽ xảy ra.

Thường trong một phép thử (thí nghiệm) có nhiều kết quả có thể xảy ra. Có kết quả đơn giản, và cũng có những kết quả phức hợp. Chẳng hạn, khi quay xổ số, nếu ta chỉ quan tâm tới hai số cuối, thì mỗi sự xuất hiện một trong các số từ 00, 01, . . . , 98, 99 là những kết quả đơn giản nhất; trong khi đó, sự xuất hiện các số chẵn, lẻ, đầu 5, đuôi 2, . . . là những kết quả phức hợp (gồm nhiều kết quả đơn giản nhất hợp thành).

Kết quả đơn giản nhất được gọi là biến cố sơ cấp (nó giống như khái niệm điểm trong hình học, nó không có định nghĩa chính xác). Tập hợp tất cả các biến cố sơ cấp được gọi là không gian các biến cố

sơ cấp. Mỗi tập con của không gian các biến cố sơ cấp được gọi là biến cố.

Ta thường dùng:

ω để ký hiệu biến cố sơ cấp;

Ω để ký hiệu không gian các biến cố sơ cấp;

$A, B, C, \dots, A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ để ký hiệu biến cố

Để minh họa, ta xét phép thử có số kết quả đơn giản nhất là hữu hạn hoặc vô hạn đếm được: $\omega_1, \omega_2, \dots$. Theo trên, mỗi ω_k được gọi là một biến cố sơ cấp, còn tập hợp

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$$

là không gian các biến cố sơ cấp.

Thí dụ:

1- Gieo một con xúc xắc là thực hiện một phép thử. Không gian các biến cố sơ cấp đối với phép thử này là:

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$$

trong đó: ω_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) chỉ kết quả xúc xắc xuất hiện mặt i chấm.

2. Gieo hai con xúc xắc. Không gian các biến cố sơ cấp đối với phép thử này là:

$$\Omega = \{\omega_{11}, \omega_{12}, \dots, \omega_{65}, \omega_{66}\}$$

trong đó: ω_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, 6$) chỉ kết quả xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt i chấm và xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt j chấm (phép thử này có 36 biến cố sơ cấp).

Trong không gian các biến cố sơ cấp, ta sẽ gọi mỗi tập con $A \subset \Omega$ là một biến cố.

Như vậy, một biến cố chỉ có thể xảy ra khi một phép thử gắn liền với nó được thực hiện. Trong thực tế có thể xảy ra các loại biến cố sau đây:

+ ***Biến cố chắc chắn***: là biến cố nhất định sẽ xảy ra khi thực hiện phép thử. Biến cố chắc chắn được ký hiệu là Ω .

Thí dụ: Tung một con xúc xắc, biến cố “ xuất hiện mặt có số chấm nhỏ hơn 7” là biến cố chắc chắn.

+ ***Biến cố không thể có***: là biến cố nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Biến cố không thể được ký hiệu là Φ .

Thí dụ: Một kiện hàng có 10 sản phẩm (trong đó có 7 sản phẩm loại I và 3 sản phẩm loại II). Chọn ngẫu nhiên không hoàn lại từ kiện ra 5 sản phẩm. Biến cố: “ có một sản phẩm loại I trong 5 sản phẩm lấy ra từ kiện” là biến cố không thể có.

+ ***Biến cố ngẫu nhiên***: là biến cố có thể xảy ra hoặc không xảy ra khi thực hiện phép thử. người ta thường dùng các chữ in hoa để ký hiệu các biến cố ngẫu nhiên, chẳng hạn: A, B, C, ... ; hoặc $A_1, A_2, \dots, A_n$; hoặc $B_1, B_2, \dots, B_m, \dots$.

Thí dụ: Tung một con xúc xắc, gọi A_2 là biến cố: “xuất hiện mặt 2 chấm” thì A_2 là biến cố ngẫu nhiên.

II- Mối quan hệ giữa các biến cố

Khi giải các bài toán của lý thuyết xác suất ta thường phải diễn tả một biến cố phức hợp theo các biến cố đơn giản hơn. Để làm được điều đó ta cần nghiên cứu mối quan hệ giữa các biến cố thể hiện qua các định nghĩa dưới đây:

Định nghĩa 1: Biến cố A và B được gọi là hai *biến cố tương đương* (ký hiệu là $A = B$) nếu A xảy ra thì B cũng xảy ra và ngược lại.

Thí dụ. Tung một con xúc xắc, biến cố “xúc xắc ra mặt chẵn” và biến cố “xúc xắc ra một trong 3 mặt: 2, 4, 6” là hai biến cố tương đương.

Định nghĩa 2: Biến cố C được gọi là tổng của 2 biến cố A và B (ký hiệu là $C = A \cup B$ hoặc $C = A + B$). Nếu C xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong hai biến cố A hoặc B xảy ra.

Thí dụ: Xét phép thử quan sát hai xạ thủ cùng bắn vào một bia. Gọi A là biến cố “xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia”, B là biến cố “xạ thủ thứ hai bắn trúng bia”, C là biến cố “bia trúng đạn”. Rõ ràng C xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong hai biến cố A, B xảy ra. Vậy:

$$C = A \cup B$$

Định nghĩa 3: Biến cố A được gọi là tổng của n biến cố: $A_1, A_2, \dots, A_n$ nếu A xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong n biến cố đó xảy ra.

Ký hiệu là:

$$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n \text{ hoặc } A = \bigcup_{i=1}^n A_i \text{ hoặc } A = \sum_{i=1}^n A_i$$

Định nghĩa 4: Biến cố C được gọi là hiệu của 2 biến cố A và B (ký hiệu là $C = A - B$). Nếu C xảy ra khi và chỉ khi A xảy ra nhưng B không xảy ra.

Thí dụ: Một lớp có 50 học sinh, trong đó có 15 người giỏi toán, 10 người giỏi văn và 4 người giỏi cả hai môn này. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của lớp. Gọi A là biến cố gặp được người giỏi toán; B là biến cố gặp được người giỏi văn; C là biến cố gặp được người chỉ giỏi toán, thì $C = A - B$

Định nghĩa 5: Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nhau nếu chúng không thể đồng thời xảy ra trong một phép thử.