

BÀI TOÁN KẾT NHẬP MỜ THEO CÁCH TIẾP CẬN ĐẠI SỐ GIA TỬ

Trần Thái Sơn^{1*}, Nguyễn Tuấn Anh²

¹Viện Công nghệ thông tin - Viện KH&CN Việt Nam

²Trường ĐH Kỹ thuật Công nghiệp - ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Bài báo trình bày một phương pháp giải quyết bài toán kết nhập mờ theo cách tiếp cận sử dụng lý thuyết về Đại số gia tử. Phương pháp này bổ sung cho những khiếm khuyết của phương pháp bộ 2 của Herrera, sử dụng chỉ số thứ tự của giá trị đánh giá để tiến hành tính toán. Cách tiếp cận dựa trên Đại số gia tử dựa trên những tính toán khá đơn giản và cho kết quả của phép kết nhập chính xác hơn và do đó có thể ứng dụng tốt vào những lĩnh vực cần đến việc ra quyết định dựa trên ý kiến đánh giá của các chuyên gia về một hay nhiều đối tượng nào đó.

Từ khóa: Đại số gia tử, kết nhập, lý thuyết mờ, chỉ số sắp xếp

MỞ ĐẦU

Trong đời sống hàng ngày chúng ta thường xuyên phải giải quyết bài toán lựa chọn một phương án, một quyết định mà ta cho là tốt nhất dựa trên các tiêu chí nào đó đã xác định trước. Thí dụ, trong trường học, đó là việc lựa chọn sinh viên tiêu biểu theo các tiêu chí thành tích học tập, tư cách đạo đức, hoạt động phong trào...; lựa chọn (bầu) lãnh đạo trường, khoa theo các tiêu chí khả năng lãnh đạo, khả năng chuyên môn, sức khỏe... Để có kết quả lựa chọn, người ta có thể căn cứ vào các đánh giá theo từng tiêu chí, có thể là bằng chữ số (tức là điểm) hoặc bằng từ ngôn ngữ (như “tốt”, “giỏi”, “rất xuất sắc”...), rồi tổng hợp lại theo một cách nào đó. Lựa chọn nào có kết quả tổng hợp tốt hơn sẽ được lựa chọn. Trong trường hợp đánh giá bằng điểm số, thông thường người ta tổng hợp bằng cách lấy trung bình số học (trung bình cộng, trung bình nhân, trung bình bình phương, trung bình có trọng số...). Trường hợp đánh giá bằng từ ngữ, bài toán trở nên phức tạp hơn vì khó xác định xem, chẳng hạn, (“khá” + “giỏi”)/2 sẽ là cái gì. Bài toán tổng hợp các ý kiến đánh giá (bằng số hoặc từ ngữ) thành một đánh giá kết quả được gọi là bài toán kết nhập (aggregation). Bài báo này trình bày một phương pháp giải bài toán kết nhập, giới hạn ở miền đánh giá là các từ ngữ, sử dụng thông tin về thứ tự tự nhiên của các từ dùng đánh giá theo cách tiếp cận của Đại số gia tử, một hướng đi mới của lý thuyết tập mờ.

BÀI TOÁN KẾT NHẬP MỜ

Một cách hình thức, bài toán kết nhập mờ có thể được phát biểu như sau. Giả sử người quyết định phải lấy quyết định chọn một phương án “tốt nhất” trong m phương án lựa chọn A_i , $i = 1, \dots, m$, trên cơ sở lấy ý kiến đánh giá của n chuyên gia e_j , $j = 1, \dots, n$. Trong môi trường thông tin ngôn ngữ, các chuyên gia biểu thị đánh giá của mình bằng các từ ngôn ngữ (thang đánh giá ngôn ngữ) lấy trong tập $S = \{s_0, \dots, s_g\}$. Ký hiệu x_{ij} là ý kiến đánh giá của chuyên gia j về phương án A_i . Một yêu cầu tự nhiên là cần định giá ý kiến tổng hợp của các chuyên gia đối với từng phương án, nghĩa là ta cần sử dụng một phép toán kết nhập R tích hợp các ý kiến $\{x_{ij}; j = 1, \dots, n\}$ của các chuyên gia. Toán tử kết nhập là một ánh xạ $R : \{s_0, \dots, s_g\}^n \rightarrow \{s_0, \dots, s_g\}$. Ánh xạ này phải được xác định sao cho kết quả của phép toán $R(s_{i1}, \dots, s_{in})$ có thể xem là *biểu thị ý kiến tập thể* của n chuyên gia.

Có nhiều phương pháp tiếp cận tính toán khác nhau [3-9] để giải quyết vấn đề này. Dưới đây là một số phương pháp phổ biến.

- *Phương pháp tính toán ngôn ngữ dựa trên nguyên lý mở rộng của tập mờ*

Ý tưởng chính của phương pháp là các phép kết nhập kinh điển như phép trung bình số học... có thể chuyển thành các phép tính tương ứng trên các tập mờ, chẳng hạn phép lấy trung bình cộng mờ. Khi đó, các từ ngôn ngữ trong tập S được xem là các nhãn của các

* Tel: 0903409894; Email: ttson@ioit.ac.vn

tập mờ. Các phép kết nhập mờ thực hiện trên các tập mờ của các nhân trong tập S sẽ cho kết quả là tập mờ. Tuy nhiên tập mờ kết quả thường không thể xác định là nó biểu thị cho một nhân ngôn ngữ nào trong S . Điều này dẫn đến sự cần thiết phải xét các phương pháp xấp xỉ ngôn ngữ, tức là tìm nhân ngôn ngữ trong S có tập mờ xấp xỉ tập mờ kết quả nhất.

• *Phương pháp tính toán trên các ký hiệu ngôn ngữ*

Giả sử ý kiến đánh giá theo một tiêu chí được biểu thị bằng các từ ngôn ngữ trong tập $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ được sắp tuyến tính theo ngữ nghĩa của chúng sao cho: $s_i < s_j$ nếu và chỉ nếu $i < j$. Vì không thể tính trực tiếp trên các từ nên người ta mượn cấu trúc tính toán của đoạn $[0, g]$ bao hàm các chỉ số để thực hiện việc kết nhập số học. Ý tưởng này thể hiện như sau [5-7]: Giả sử ta lấy kết nhập tập các từ ngôn ngữ trong $A = \{a_1, \dots, a_p\}$, $a_i \in S$. Ta thực hiện một hoán vị các chỉ số của tập A , $A = \{a_{\pi_1}, \dots, a_{\pi_p}\}$, sao cho $a_{\pi_i} \geq a_{\pi_j}$ nếu $i \leq j$. Xét một phép kết nhập số học R nào đó. R sẽ cảm sinh một phép kết nhập g^* trên tập S được định nghĩa như sau: Tính $R(\pi_1, \dots, \pi_p) \in [0, g]$, với π_1, \dots, π_p là các chỉ số của các phần tử trong A . Đặt $i^* = \text{round}(R(\pi_1, \dots, \pi_p))$, trong đó round là phép làm tròn số học. Khi đó phần tử s_{i^*} được xem là kết quả kết nhập $R^*(a_{\pi_1}, \dots, a_{\pi_p})$.

Phương pháp tính toán ngôn ngữ dựa trên biểu diễn dữ liệu bộ 2:

Trong phương pháp trên ta cần làm tròn bằng biểu thức $i^* = \text{round}(R(\pi_1, \dots, \pi_p))$ để kết quả là một từ ngôn ngữ a_{i^*} trong tập S . Tuy nhiên việc làm tròn làm mất mát thông tin và các tác giả [4] đã đưa ra cách biểu diễn dữ liệu bộ 2 để khắc phục sự mất mát thông tin này. Ý tưởng của phương pháp là ngoài việc lưu kết quả làm tròn ta còn lưu cả sai số làm tròn, thí dụ từ 7,5 làm tròn lên 8 thì sai số làm tròn là 0,5. Trong trường hợp có một số kết quả làm tròn trùng nhau thì ta xét đến sai số làm tròn. Đánh giá nào có sai số làm tròn nhỏ hơn sẽ được coi là tốt hơn. Ta sẽ xem xét kỹ hơn một chút phương pháp kết nhập này thông qua việc xem xét phép kết nhập có hai biến.

Giả sử ta có phép kết nhập $R(x,y)$ trên tập các giá trị ngôn ngữ được sắp thứ tự $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$. Chúng ta sẽ giả thiết:

a. *Phép kết nhập bảo toàn quan hệ thứ tự:* nếu $x \geq x'$ và $y \geq y'$ thì $R(x,y) \geq R(x',y')$. Đây là đòi hỏi tự nhiên cho một lớp bài toán rộng trong thực tế. Thí dụ R là phép tổng hợp đánh giá học sinh trên hai tiêu chí là học lực và đạo đức thì một học sinh hơn học sinh kia cả về học lực lẫn đạo đức phải được đánh giá cao hơn.

b. *Phép kết nhập thỏa điều kiện $R(x,x)=x$*
 Đây cũng là một điều kiện bình thường hay gặp trong các bài toán đánh giá: nếu mọi chuyên gia đều cho ý kiến như nhau trong đánh giá một đối tượng thì ý kiến tổng hợp phải trùng với các ý kiến đánh giá đó.

Với các phép kết nhập thỏa mãn hai điều kiện trên, ta có: $R(x_1, x_1) = x_1$ và $R(x_2, x_2) = x_2$, hơn nữa $x_1 \geq R(x_1, x_2) \geq x_2$.

Như vậy, nếu chỉ dừng ở chỗ gán theo chỉ số (như Herrera), thì $R(x_1, x_2)$ phải nhận giá trị x_1 hoặc x_2 . Nếu “khoảng cách” giữa x_1 và x_2 là lớn, sai số của phép kết nhập có thể rất cao chưa kể đây là phép toán kết nhập “không dân chủ” vì hoàn toàn bỏ qua ý kiến của một trong hai người nhận xét. Trong trường hợp này, cách duy nhất để giảm sai sót là phải dùng thêm giá trị ngôn ngữ x^* nằm ngoài tập x_i , $i=1..n$, mà $x_1 \geq x^* \geq x_2$. ĐSGT là công cụ tốt để ta có thể tiến hành công việc này một cách đơn giản. Cụ thể là ta có thể có x^* bằng cách tác động gia tử trong H lên tập x_i . Thí dụ, nếu một người nhận xét là “giỏi”, một người nhận xét là “khá” thì kết quả là “giỏi” hay là “khá” đều dễ dẫn đến sự thiếu chính xác. Nên dùng “khá giỏi” hay “tương đối giỏi”... để làm đánh giá chung. Vấn đề là đưa ra thuật toán xác định xem trong các giá trị ngôn ngữ lớp sau (có được do tác động kể trên), ta chọn giá trị nào để sai số là nhỏ nhất. Để hiểu rõ hơn ý tưởng này, phần sau chúng tôi sẽ trình bày tóm tắt các khái niệm cơ bản về ĐSGT.

ĐẠI SỐ GIA TỬ

Đại số gia tử (ĐSGT) được ra đời do đề xuất của N.C. Ho và W. Wechler vào năm 1990[1,2]. Một cách hình thức, miền ngôn ngữ $X = \text{Dom}(X)$ của một biến ngôn ngữ X có thể được tiên đề hóa và được gọi là đại số gia tử ký hiệu là $AX = (X, G, H, \leq)$ trong đó G là tập các phần tử sinh, H là tập các gia tử (hedge) còn “ \leq ” là quan hệ cảm sinh ngữ

nghĩa trên X . Ta gọi mỗi giá trị ngôn ngữ $x \in X$ là một hạng từ (*term*) trong ĐSGT. Nếu tập X và H là các tập sắp thứ tự tuyến tính, khi đó $AX = (X, G, H, \leq)$ là ĐSGT tuyến tính. Vì trong bài báo ta chỉ quan tâm đến ĐSGT tuyến tính, kể từ đây nói ĐSGT cũng có nghĩa là ĐSGT tuyến tính. Khi tác động gia tử $h \in H$ vào phân tử $x \in X$, thì thu được phân tử ký hiệu hx . Với mỗi $x \in X$, ký hiệu $H(x)$ là tập tất cả các hạng từ $u \in X$ sinh từ x bằng cách áp dụng các gia tử trong H và viết $u = h_n \dots h_1 x$, với $h_n, \dots, h_1 \in H$. Tập H gồm các gia tử dương H^+ và gia tử âm H^- . Các gia tử dương làm tăng ngữ nghĩa của một hạng từ mà nó tác động, còn gia tử âm làm giảm ngữ nghĩa của hạng từ. Không mất tính tổng quát, ta luôn giả thiết rằng $H = \{h_1 < h_2 < \dots < h_q\}$ và $H^+ = \{h_1 < h_2 < \dots < h_p\}$.

Ví dụ: Cho biến ngôn ngữ TRUTH, có $G = \{0, FALSE, W, TRUE, 1\}$, $H = \{Possible < Little\}$ và $H^+ = \{More < Very\}$. Khi đó $TRUE < More TRUE < Very TRUE, Little TRUE < TRUE, \dots$

Để có các khái niệm chi tiết về ĐSGT có thể xem ([1, 2, 11]). Ở đây, chúng ta chỉ quan tâm đến tính chất sau của ĐSGT: giữa hai phân tử bất kỳ của một ĐSGT luôn tồn tại một phân tử khác cũng của ĐSGT đó (tính trừ mật của ĐSGT). Nói cách khác, giả sử ta có tập các giá trị ngôn ngữ dùng để đánh giá $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ được sắp tuyến tính theo ngữ nghĩa của chúng sao cho: $s_i < s_j$ nếu và chỉ nếu $i < j$ như đã nêu ở phần trên thì ta luôn có thể sinh ra các phân tử x^* nằm giữa s_i và s_j nếu cần thiết. Trong ĐSGT, việc sinh này được thực hiện bằng cách tác động các gia tử lên các phân tử của tập S . Và thứ tự sắp xếp của các phân tử được sinh ra có thể dễ dàng xác định một cách tự động căn cứ vào bảng tính chất âm dương của các gia tử với nhau được xác định căn cứ vào ngữ nghĩa của các gia tử.

GIẢI BÀI TOÁN KẾT NHẬP MỜ THEO CÁCH TIẾP CẬN ĐẠI SỐ GIA TỬ

Có thể có một vài tiếp cận giải bài toán kết nhập mờ dựa trên ĐSGT. Chẳng hạn ta sử dụng giá trị định lượng ngữ nghĩa [11] như

giá trị thay thế cho các từ ngôn ngữ đánh giá rồi sau đó thực hiện phép kết nhập như đối với các giá trị số thông thường. Trong bài báo này chúng tôi giới hạn trong việc sử dụng quan hệ thứ tự của các phân tử của ĐSGT để thực hiện phép kết nhập. Như đã thấy, nhược điểm của phép kết nhập dựa trên quan hệ thứ tự như của Herrera là tính chính xác, nói cách khác, sai số của phép kết nhập có thể là tương đối lớn. Để khắc phục, có thể sử dụng tính chất trừ mật của các phân tử trong ĐSGT. Thí dụ, giữa hai phân tử “Giỏi” và “Khá”, nếu có các gia tử “rất” và “tương đối”, ta có thể sinh ra các phân tử “tương đối giỏi”, “rất tương đối giỏi”, “rất rất khá”, “rất khá”... Khi đó, kết quả của phép kết nhập chẳng hạn $R(x_1, x_2)$ không nhất thiết là x_1 hoặc x_2 như xét trong mục 1 (dẫn tới nhiều bất cập) mà có thể gán cho giá trị $\square x_i$, trong đó $i \in \{1, 2\}$, \square là chuỗi các gia tử, $x_1 > \square x_i > x_2$. Thí dụ, phép lấy trung bình cộng của “giỏi” và “khá” khi đó có thể là “rất khá”. Cụ thể, nếu cho một ĐSGT $AX = (X, C, H, \geq)$, ở đó X là tập tất cả các phân tử của ĐSGT, $C = \{c^+, c^-\}$ là tập các phân tử sinh âm và dương, $H = \{h_1, h_2, \dots, h_k\}$ là tập các gia tử, quan hệ \geq là quan hệ thứ tự tuyến tính xác định trên các phân tử của ĐSGT, phản ánh thứ tự tự nhiên của chúng trong suy nghĩ con người. Khi đó, giữa hai giá trị đánh giá x_i và x_{i+1} liên tiếp bất kỳ sẽ tồn tại dãy các giá trị được sinh ra khi tác động mỗi gia tử thuộc H lên x_i hoặc x_{i+1} . Ta có $x_i > l_1 y_1 > l_2 y_2 > \dots > l_q y_q > x_{i+1}$, trong đó l_j thuộc H , y_j thuộc tập $\{x_i, x_{i+1}\}$, $j = 1..q$. Đánh số thứ tự $l_1 y_1 = x_{i+a}$, $l_2 y_2 = x_{i-2a}, \dots$, $l_q y_q = x_{i+qa}$, trong đó $a = 1/(q+1)$ ta sẽ có một dãy các giá trị đánh giá mới được sắp thứ tự. Sau đó có thể tiến hành thực hiện phép kết nhập như trong [4] với dãy các giá trị mới này. Rõ ràng kết quả của phép kết nhập này sẽ tốt hơn phép kết nhập cũ vì số lượng giá trị ngôn ngữ đã tăng nhiều, trong khi việc tính toán phải thêm vào lại hoàn toàn đơn giản dựa trên lý thuyết ĐSGT. Khi cho một ĐSGT đã xác định tập $H = H^+ U H^-$ thì ta dễ dàng sắp xếp được tất cả các phân tử của tập HS là tập nhận được do tác động của mỗi gia tử thuộc H lên mỗi phân tử của S . (Về lý thuyết, ta có thể thêm vào tùy ý các phân tử có độ dài bất kỳ, tuy nhiên trên

thực tế, chỉ cần tăng thêm độ dài giá trị đánh giá lên 1, tức là tác động thêm một gia tử là đủ đáp ứng nhu cầu).

Thí dụ: Để kết thúc, ta xét một ví dụ minh họa. Xét bài toán đánh giá năng lực học tập của sinh viên, có các điểm đánh giá là $S = \{\text{giỏi, khá, trung bình, yếu, kém}\}$ (có thể coi tương ứng với thang điểm từ 5 đến 1). Xét ĐSGT với tập các phần tử sinh $G = \{\text{giỏi, trung bình, kém}\}$ (viết tắt là G, TB, K), trong đó “giỏi” ứng với phần tử sinh c^+ , còn “kém” là phần tử sinh đối ngẫu ứng với c^- , TB là phần tử sinh trung hòa, hiểu theo lý thuyết ĐSGT có nghĩa là nếu có tác động gia tử lên nó thì vẫn chỉ thu được chính nó, $hTB = TB$ với mọi gia tử $h \in H$. Đồng thời ta xét tập các gia tử $H = \{\text{rất, tương đối}\}$. Khi đó, có thể tương ứng tập các giá trị đánh giá S vào tập con các phần tử của ĐSGT $S' = \{G, \text{tương đối G, TB, tương đối K, K}\}$ (với cách chuyển đổi tương ứng “khá” vào “tương đối giỏi”, “yếu” vào “tương đối kém”, các giá trị còn lại tên giữ nguyên). Với bảng “âm dương” liệt kê tính chất âm dương của các gia tử với nhau như sau:

	Rất	Tương đối
Rất	dương	dương
Tương đối	âm	âm

Ta có chuỗi các phần tử của ĐSGT HS' được sắp xếp khi tác động mỗi gia tử lên các phần tử của S' là: *rất G > G > rất tương đối G > tương đối G > tương đối tương đối G > TB > tương đối tương đối K > rất tương đối K > tương đối K > K > rất K*. Và dãy chỉ số tương ứng sẽ là 5.5, 5, 4.5, 4, 3.5, 3, 2.5, 2, 1.5, 1, 0.5. Giả sử có đánh giá của hai thầy với một sinh viên là “giỏi” và “khá”. Nếu chỉ dùng phương pháp bộ 2 của Herrera thì rất khó xác định kết quả, đánh giá là “giỏi” hay “khá” cũng có điều chưa ổn. Trong phương pháp của chúng ta, nếu dùng trung bình cộng thì kết quả dễ thấy là $(5+4)/2=4.5$ ứng với “rất tương đối G”, theo ngôn ngữ đánh giá sẽ là “rất khá” vì “tương đối G” ứng với “khá”. Trong trường hợp có ba đánh giá là “giỏi”, “khá”, “khá”, tính tương tự được kết quả là xấp xỉ 4.33, làm tròn (cho đến chỉ số gần nhất) thì được 4.5, tức là “rất khá”. Kết quả

này so với “khá” theo cách đánh giá của Herrera thì vẫn hợp lý hơn, dù chưa thật thỏa mãn. Muốn chính xác hơn, lại có thể tạo thêm dãy phần tử ĐSGT bậc sâu hơn và khi đó ta sẽ nhận được “rất tương đối khá” hoặc “tương đối rất khá” tùy kết quả tính toán cụ thể (mà chúng tôi không tiến hành ở đây do hạn chế không gian bài báo).

KẾT LUẬN

Bài toán đánh giá, lựa chọn ra quyết định là bài toán có ý nghĩa ứng dụng to lớn và thường xuyên gặp trong công việc cũng như cuộc sống hàng ngày. Giải bài toán kết nhập mờ theo cách tiếp cận ĐSGT cho ta một phương pháp tương đối đơn giản dựa trên các phương pháp đã có nhưng khá hữu hiệu trong các cách mà ĐSGT nói riêng và lý thuyết tập mờ nói chung có thể sử dụng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. N. Cat Ho and W. Wechler, *Hedge algebras: an algebraic approach to structure of sets of linguistic truth values*. Fuzzy Sets and Systems 35(1990), 281-293.
- [2]. N. Cat Ho and W. Wechler, *Extended hedge algebras and their application to Fuzzy logic*. Fuzzy Sets and Systems 52(1992), 259-281.
- [3]. M. Delgado, F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martinez, *Combining numerical and linguistic information in group decision making* Journal of Information Sciences 107 (1998) 177-194.
- [4]. F. Herrera, E. Herrera-Viedma, Luis Martinez, *A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making*, Fuzzy Sets and Systems 114 (2000) 43-58.
- [5]. F. Herrera, E. Herrera-Viedma, *Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information*, Fuzzy Sets and Systems 115 (2000) 67-82.
- [6]. F. Herrera and L. Martinez, *A 2-Tuple Fuzzy Linguistic Reoresentation Model for Computing with Words*, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, Vol. 8, No.6 (2000), 746-752.
- [7]. F. Herrera and L. Martinez, *A Model Based on Linguistic 2-Tuples for Dealing with Multigranular Hierarchical Linguistic Contexts in Multi-Expert Decision-Making*, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, Vol. 31, No.2 (2001), 227-234.
- [8]. Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, *Logic mờ và quyết định mờ dựa trên cấu trúc thứ tự của giá trị ngôn ngữ*, Tạp chí Tin học và Điều khiển học 4(1993).

[9]. Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, “Về khoảng cách giữa các giá trị của biến ngôn ngữ trong Đại số gia tử và bài toán sắp xếp mờ” - *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* 1(1995), 10-20.

[10]. Trần Thái Sơn, “Lập luận xấp xỉ với giá trị của biến ngôn ngữ”, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học*, 15(2). 1999 6-10

[11]. Nguyen Cat Ho, Tran Thai Son, Tran Dinh Khang, Le Xuan Viet, “Fuzziness Measure, Quantified Semantic Mapping And Interpolative Method of Approximate Reasoning in Medical Expert Systems”, *Tạp chí Tin học và điều khiển*, T.18(3)(2002), 237-252.

ABSTRACT

AGGREGATION PROBLEMS BASED ON HEDGE ALGEBRAS APPROACH

Tran Thai Son^{1*}, Nguyen Tuan Anh²

¹*Institute of Information Technology - Vietnam Institute of Science and Technology*

²*Thai Nguyen University of Technology - TNU*

This paper presents a method for solving the aggregation problems based on the theory of hedge algebra. This approach complements the defect of Herrera' 2-Tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words, using ranking index of value to conduct assessment calculations. Hedge algebra approach based on relatively simple calculations and the result of the aggregation process will more accurate and thus it can be applied well in the field which need to make decisions based on experts' evaluation on certain subjects

Keywords: *Hedge algebras, aggregation, fuzzy theory, arrangement index*

* Tel: 0903409894; Email: ttson@ioit.ac.vn