ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TR- ỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ NGỌC ÁNH

MỘT SỐ CHUYÊN ĐỀ VỀ TỔ HỢP DÀNH CHO HỌC SINH CÓ NĂNG KHIẾU TOÁN BẬC TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2009

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TR- ỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC
-----------***-----------

NGUYỄN THỊ NGỌC ÁNH

MỘT SỐ CHUYÊN ĐỀ VỀ TỔ HỢP DÀNH CHO HỌC SINH CÓ NĂNG KHIẾU TOÁN BẬC TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

***Chuyên ngành*: Ph□ơng pháp toán sơ cấp**
***Mã số*: 60 . 46. 40**

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

***Ng□ời h□ớng dẫn khoa học*: TS. Nguyễn Đức Hoàng**

THÁI NGUYÊN - 2009

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn tận tình và nghiêm khắc của TS . Nguyễn Đức Hoàng. Tôi xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới Thầy và gia đình.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu trường Đại học Khoa học, Phòng đào tạo và nghiên cứu khoa học đã quan tâm giúp đỡ, tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tôi được học tập tốt.

Tôi xin chân thành cảm ơn Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Nguyên, Trường Trung học phổ thông Chuyên Thái Nguyên, đặc biệt là tổ Toán đã giúp đỡ tôi về tinh thần và vật chất trong suốt quá trình học tập.

Mục lục

Mở đầu

Có thể nói tư duy về tổ hợp ra đời từ rất sớm. Vào thời nhà Chu, người ta đã biết đến các hình vẽ có liên quan đến những hình vuông thần bí. Thời cổ Hy lạp, nhà triết học Kxenokrat, sống ở thế kỷ thứ 4 trước công nguyên, đã biết tính số các từ khác nhau lập từ một bảng chữ cái cho trước. Nhà toán học Pitago và các học trò của ông đã tìm ra nhiều con số có tính chất đặc biệt. Việc tìm ra được các số như vậy đòi hỏi phải có một nghệ thuật tổ hợp nhất định. Tuy nhiên, có thể nói rằng, lý thuyết tổ hợp được hình thành như một ngành toán học mới và quãng thế kỷ 17 bằng một loạt các công trình nghiên cứu nghiêm túc của các nhà toán học xuất sắc như Pascal, Fermat, Leibnitz, Euler...Mặc dù vậy, trong suốt hai thế kỷ rưỡi, tổ hợp không có vai trò nhiều trong việc nghiên cứu tự nhiên. Đến nay, với sự hỗ trợ đắc lực của máy tính , tổ hợp đã chuyển sang lĩnh vực toán ứng dụng với sự phát triển mạnh mẽ, có nhiều kết quả có ích cho con người.

Nhận thức được vai trò của lý thuyết tổ hợp đối với đời sống hiện đại. Lý thuyết tổ hợp đã được đưa vào chương trình học phổ thông và chiếm một phần trong các kỳ thi toán quốc gia và quốc tế. Tuy nhiên, ở nước ta, tài liệu viết về tổ hợp chưa nhiều. Do đó, bản luận văn này sẽ cung cấp thêm một tài liệu về tổ hợp cho học sinh phổ thông; đặc biệt là dành cho những em học sinh có năng khiếu môn toán. Chúng tôi hi vọng luận văn này sẽ đáp ứng được phần nào lòng yêu thích khám phá toán học của các em. Đồng thời đây cũng là một tài liệu để các đồng nghiệp tham khảo.

Luận văn gồm ba chương. Chương một chúng tôi trình bày một số kiến thức cơ bản của tổ hợp theo một lôgic khác so với sách phổ thông nhằm gây sự mới lạ cho học sinh. Chương hai là trọng tâm của luận văn. Trong chương này, học sinh được tìm hiểu mười chuyên đề:

Chuyên đề 1: Quy tắc cộng và quy tắc nhân.

Chuyên đề 2: Hoán vị và tổ hợp.

Chuyên đề 3: Nguyên lý chuồng chim bồ câu.

Chuyên đề 4: Các số Ramsey.

Chuyên đề 5: Các số Catalan.

Chuyên đề 6: Các số Stirling.

Chuyên đề 7: Hoán vị và tổ hợp tổng quát.

Chuyên đề 8: Nguyên lý bao hàm và loại trừ.

Chuyên đề 9: Những sự xáo trộn và những sự sắp đặt trước.

Chuyên đề 10: Đại lượng bất biến.

Trong mỗi chuyên đề, các bài tập thường được dẫn dắt theo những chủ đề nhất định. Qua đó học sinh tự tìm thấy cho mình những kiến thức liên quan đến chủ đề được nêu. Đồng thời, mỗi bài đều có lời giải chi tiết, ngắn gọn, đầy sáng tạo và bất ngờ. Các lời giải này ít gặp trong các tài liệu về tổ hợp có trên thị trường. Tác giả hi vọng chính điều này kích thích sự ham hiểu biết, lòng say mê của các học sinh có năng khiếu toán. Chương ba có nội dung là những bài tập đề nghị được chọn lựa kĩ lưỡng; nhằm giúp các em vận dụng những kiến thức thu được từ hai chương trước để nâng cao kỹ năng giải toán tổ hợp của mình.

Sau một thời gian nghiên cứu luận văn đã được hoàn thành. Tuy nhiên sẽ không tránh khỏi nhiều sai sót. Kính mong sự góp ý của quý thầy cô, các bạn đồng nghiệp và các em học sinh. Chúng tôi xin chân thành cảm ơn!

Chương 1
Kiến thức cơ bản

1.1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân

Quy tắc cộng: Nếu $E_i (i = 1, ..., k)$ là k sự kiện thoả mãn:

(i) Không có hai sự kiện nào trong số chúng xảy ra đồng thời

(ii) E_i có thể xảy ra theo n_i cách

thì một trong k sự kiện có thể xảy ra theo $(n_1 + n_2 + ... + n_k)$ cách.

Ví dụ 1.1.1 Một lớp học có 18 học sinh nam và 12 học sinh nữ thì có $18 + 12 = 30$ cách chọn một học sinh (không kể nam, nữ) làm người đại diện cho lớp.

Ví dụ 1.1.2 Giả thiết E là sự kiện chọn các số nguyên tố nhỏ hơn 10 và F là sự kiện chọn các số tự nhiên chẵn nhỏ hơn 10.

Thì: E có 4 cách xảy ra, F có 4 cách xảy ra. Nhưng vì 2 là một số nguyên tố chẵn nên một trong hai sự kiện E hoặc F có thể xảy ra theo $4 + 4 - 1 = 7$ cách.

Quy tắc nhân: Nếu $E_i (i = 1, ..., k)$ là k sự kiện và E_1 có thể xảy ra theo n_1 cách; E_2 có thể xảy ra theo n_2 cách (không phụ thuộc đến việc E_1 xảy ra như thế nào); E_3 có thể xảy ra theo n_3 cách (không phụ thuộc đến việc E_1 và E_2 xảy ra như thế nào),...,E_k có thể xảy ra theo n_k cách (không phụ thuộc đến $(k - 1)$ sự kiện trước xảy ra như thế nào), thì k sự kiện có thể xảy ra đồng thời theo $n_1.n_2.n_3...n_k$ cách.

Ví dụ 1.1.3 Một giá sách có 6 quyển sách tiếng Anh đôi một khác nhau; 8 quyển sách tiếng Pháp đôi một khác nhau và 10 quyển sách tiếng Đức đôi một khác nhau.

(i) Có $6.8.10 = 480$ cách chọn lấy 3 quyển sách trong đó mỗi quyển một thứ tiếng.

(ii) Có $6 + 8 + 10 = 24$ cách chọn lấy 1 quyển sách bất kỳ trong số các quyển sách nói trên.

Ví dụ 1.1.4 Nếu một bài thi trắc nghiệm có 8 câu hỏi mỗi câu hỏi có 3 phương án trả lời (một phương án đúng và hai phương án sai). Vậy số cách chọn câu trả lời của tất cả 8 câu hỏi trên là $3^8 = 6561$ cách.

1.2. Hoán vị và tổ hợp

Cho X là một tập hợp bao gồm n phần tử và r là một số nguyên không âm nhỏ hơn hoặc bằng n.

Định nghĩa 1.2.1 Một r-hoán vị của X là một bộ sắp thứ tự gồm r phần tử từ n phần tử của X.

Một n-hoán vị của X được gọi là một hoán vị của X.

Số r-hoán vị của một tập hợp n phần tử được ký hiệu là $P(n, r)$.

Ví dụ 1.2.2 $\{2, 3, 4\}$ và $\{2, 4, 3\}$ là hai 3-hoán vị khác nhau của $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Định nghĩa 1.2.3 Một r-tổ hợp của X là một tập con gồm r phần tử của X.

Số r-tổ hợp của một tập hợp n phần tử được ký hiệu là $C(n, r)$.

Định lý 1.2.4 (i) $P(n,r) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$$(ii)\ C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = C(n, n-r)$$

Ở đây chúng ta đưa ra hàm giai thừa:

$$m! \equiv (1).(2)...(m) \quad \text{và} \quad 0! \equiv 1$$

Chứng minh: (i) Có n cách chọn một phần tử bất kỳ của X vào vị trí đầu tiên trong r vị trí; có $(n-1)$ cách chọn một phần tử từ nhóm $(n-1)$ phần tử còn lại để chiếm vị trí thứ hai trong số r vị trí. Chú ý rằng số cách chọn phần tử chiếm vị trí thứ hai không phụ thuộc vào cách chọn phần tử chiếm ở vị trí thứ nhất như thế nào.

Do đó theo quy tắc nhân, hai vị trí đầu tiên có thể lấp đầy bởi $n(n-1)$ cách...và tất cả r vị trí có thể lấp đầy bởi:

$$P(n,r) = n(n-1)...(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

cách.

(ii) Để đánh giá $C(n,r)$, chú ý rằng một r-hoán vị của tập hợp n phần tử X là hoán vị của một r-tập con nào đó của X.

Hơn nữa, những r-tập con phân biệt sinh ra r-tổ hợp phân biệt. Do đó, bằng quy tắc cộng ta có:

$$P(n,r) = P(r,r) + P(r,r) + ... + P(r,r)$$

Số các số hạng ở vế phải là số các r-tập con của X tức là $C(n,r)$. Do đó ta có:

$$P(n,r) = C(n,r)P(r,r) = C(n,r)r!$$

Mỗi r-tập con của X có một tập con bù duy nhất là $(n-r)$-tập con. Từ đó ta có một quan hệ quan trọng là:

$$C(n,r) = C(n,n-r)$$

Đặc biệt, số hoán vị của n phần tử là:

$$P(n,n) = n!$$

Nhận xét 1.2.5 Trong chương trình phổ thông, một r- hoán vị của một tập hợp có n phần tử được gọi là một chỉnh hợp chập r của n phần tử, một r- tổ hợp của một tập hợp có n phần tử được gọi là một tổ hợp chập r của n phần tử đó.

Ví dụ 1.2.6 Một câu lạc bộ gồm 12 học sinh khối 12; 10 học sinh khối 11; 9 học sinh khối 10. Cần lập ra một ban đại diện gồm: 4 học sinh khối 12; 4 học sinh khối 11; 3 học sinh khối 10. Vậy ta có: $C(12,4) = \frac{12!}{4!8!} = 495$