

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN KIỀU LINH

# BÀI TOÁN TÌM BAO LỒI

LUẬN VĂN THẠC SĨ

Chuyên ngành : TOÁN ỨNG DỤNG

Mã số : 00 00 00

Giáo viên hướng dẫn:  
TS. HOÀNG NAM DŨNG

THÁI NGUYÊN, 2012

# Lời cảm ơn

Sau một thời gian cố gắng, nỗ lực học tập và nghiên cứu, đến nay tôi đã hoàn thành luận văn tốt nghiệp thạc sỹ của mình. Để có được kết quả này, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc và lời cảm ơn chân thành nhất đến thầy tôi, TS. Hoàng Nam Dũng, người đã định hướng nghiên cứu cho tôi trong suốt thời gian thực hiện luận văn của mình. Cảm ơn thầy đã mang đến cho tôi những bài học quý báu về phương pháp nghiên cứu khoa học. Đó chính là nền tảng cơ bản, là những hành trang vô cùng quý giá để tôi có thể tiếp cận được với khoa học thật sự. Thầy đã dạy cho tôi không chỉ những kiến thức khoa học mà còn cả những bài học về cuộc sống, về tình người. Xin cảm ơn về tất cả những gì thầy đã mang đến cho tôi.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới các thầy cô ở trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên và các thầy cô ở Viện Toán học đã luôn tận tình giúp đỡ, theo dõi và động viên cho tôi trong suốt quá trình thực hiện luận văn này.

Xin cảm ơn những người thân trong gia đình đã hết sức thông cảm, chia sẻ và tạo điều kiện tốt nhất cho tôi để tôi có thể học tập, nghiên cứu và hoàn thành những công việc của mình.

Xin cảm ơn tất cả những người bạn thân yêu, những người đã yêu mến, chia sẻ với tôi những khó khăn vui buồn trong khi tôi thực hiện luận văn này.

# Mục lục

<b>1</b>	<b>Bài toán tìm bao lồi và ứng dụng</b>	<b>7</b>
1.1	Bài toán tìm bao lồi . . . . .	7
1.1.1	Tập lồi . . . . .	7
1.1.2	Bao lồi . . . . .	7
1.1.3	Bài toán tìm bao lồi . . . . .	9
1.2	Ứng dụng của bài toán tìm bao lồi . . . . .	9
1.2.1	Nhận dạng . . . . .	10
1.2.2	Tìm đường đi ngắn nhất . . . . .	11
1.2.3	Hệ thống thông tin địa lý (GIS) . . . . .	12
1.2.4	Thống kê . . . . .	14
1.2.5	Tìm đường kính của một tập hợp điểm . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Các thuật toán tìm bao lồi</b>	<b>19</b>
2.1	Một số khái niệm và thuật toán cơ bản . . . . .	19
2.2	Thuật toán gói quà . . . . .	22
2.3	Thuật toán quét Graham . . . . .	23
2.3.1	So sánh hai góc trong mặt phẳng . . . . .	24
2.3.2	Sắp xếp . . . . .	25
2.3.3	Thuật toán quét Graham . . . . .	29
2.4	Thuật toán Quickhull . . . . .	30
2.5	Thuật toán Chan . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Cải tiến các thuật toán</b>	<b>39</b>
3.1	Xóa điểm . . . . .	39
3.2	Cải tiến thuật toán Quickhull . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Kết quả tính toán</b>	<b>45</b>
4.1	Tạo tập hợp điểm ngẫu nhiên và thuật toán xóa điểm . . . . .	45

4.2	Các kết quả tính toán . . . . .	48
-----	---------------------------------	----

# Mở đầu

Bài toán tìm bao lồi là một trong những bài toán đặc biệt quan trọng trong lĩnh vực hình học tính toán bởi các ứng dụng đa dạng của nó. Chẳng hạn như nhận dạng mẫu, xử lý hình ảnh, tìm đường đi cho robot, số liệu thống kê, . . . . Hơn nữa bài toán tìm bao lồi còn được áp dụng để tìm ra các bài toán tính toán hình học khác như tìm tam giác phân Delaunay, tìm đường kính của một tập hợp, tìm các lớp lồi của một tập hợp, . . . . Vì các ứng dụng quan trọng của nó nên nhiều nhà khoa học đã bắt tay vào việc nghiên cứu và đưa ra các thuật toán tìm bao lồi của một tập hợp. Điển hình như sự phát hiện của Chand và Kapur vào năm 1970 và Jarvis vào năm 1973 với thuật toán gói quà, Ronald Graham vào năm 1972 với thuật toán quét Graham, W. Eddy năm 1977 và A.Bykat năm 1978 với thuật toán Quickhull, Timothy Chan vào năm 1993 với thuật toán Chan, . . . . Hiện nay có rất nhiều nhà khoa học dựa vào các thuật toán này để cải tiến và tăng tốc cho chúng nhằm đáp ứng các yêu cầu của cuộc sống hiện đại như xử lý các vấn đề ở tốc độ cao với số lượng lớn. Xuất phát từ lý do trên luận văn này đưa ra một số cải tiến nhằm tăng tốc cho việc tính toán khi tìm bao lồi của một tập hợp điểm trên mặt phẳng.

Luận văn này gồm bốn chương. Chương 1 phát biểu bài toán tìm bao lồi và trình bày một số ứng dụng quan trọng của bài toán này trong thực tiễn. Chương 2 trình bày các thuật toán tìm bao lồi trong không gian hai chiều như thuật toán gói quà, thuật toán quét Graham, thuật toán Quickhull và thuật toán Chan. Chương 3 đưa ra thuật toán xóa điểm, là thuật toán dựa vào tính chất của những điểm cực nằm trong tập các đỉnh của bao lồi, để xóa bớt những điểm nằm trong đa giác tạo bởi các điểm cực, nhằm mục đích giảm bớt số lượng các điểm đầu vào cho các thuật toán tìm bao lồi. Đồng thời chương này cũng trình bày một cải tiến cho thuật toán Quickhull. Chương 4 nêu các kết quả tính toán của các thuật toán đã được trình bày ở chương 3 như thuật toán xóa điểm, thuật toán Quickhull và Quickhull cải tiến.

Trong quá trình nghiên cứu và tìm tòi để hoàn thành luận văn này, mặc dù

tác giả đã có nhiều nỗ lực cố gắng, nhưng chắc chắn luận văn sẽ không tránh khỏi những thiếu sót. Tác giả rất mong nhận được sự góp ý của các thầy cô và các bạn để luận văn được hoàn thiện hơn.

# Chương 1

## Bài toán tìm bao lồi và ứng dụng

Như đã biết, bài toán tìm bao lồi là một trong những bài toán đặc biệt quan trọng trong lĩnh vực hình học tính toán. Chương này phát biểu bài toán tìm bao lồi và đưa ra một số ứng dụng quan trọng của bài toán trong thực tế.

### 1.1 Bài toán tìm bao lồi

Trước khi trình bày định nghĩa bài toán tìm bao lồi ta trình bày các khái niệm tập lồi, tổ hợp lồi, ... [19].

#### 1.1.1 Tập lồi

**Định nghĩa 1.1.** Cho hai điểm  $p, q \in \mathbb{R}^n$ . Tập hợp tất cả các điểm  $x$  có dạng

$$x = (1 - \lambda)p + \lambda q$$

với  $0 \leq \lambda \leq 1$  gọi là *đoạn thẳng nối  $p$  với  $q$*  và được kí hiệu là  $pq$ .

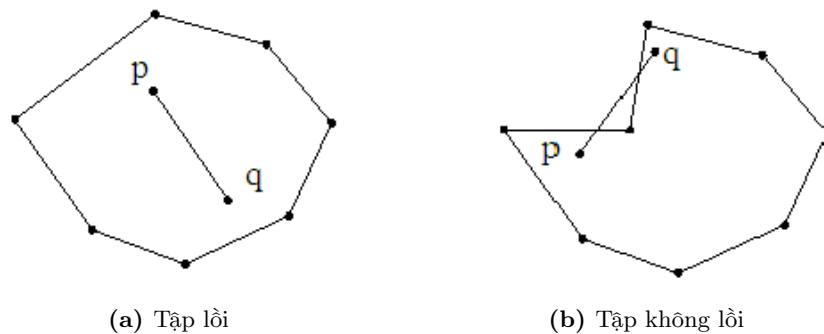
**Định nghĩa 1.2.** Cho  $p_1, p_2, \dots, p_k \in \mathbb{R}^n$ . Những điểm  $x \in \mathbb{R}^n$  có dạng  $x = \sum_{i=1}^k \lambda_i p_i$

trong đó  $p_i \in \mathbb{R}^n$  và  $0 \leq \lambda_i \leq 1$  với  $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$  được gọi là một *tổ hợp lồi* của  $p_1, p_2, \dots, p_k \in \mathbb{R}^n$ .

**Định nghĩa 1.3.** Một tập  $S$  được gọi là một *tập lồi* nếu cho hai điểm  $p, q$  tùy ý thuộc  $S$  thì bất kì tổ hợp lồi nào của  $p$  và  $q$  cũng nằm trong  $S$  hay đoạn thẳng  $pq$  phải nằm hoàn toàn trong  $S$  (hình 1.1).

#### 1.1.2 Bao lồi

Sau đây ta trình bày định nghĩa bao lồi và phát biểu bài toán tìm bao lồi trong không gian  $\mathbb{R}^n$  bất kỳ.

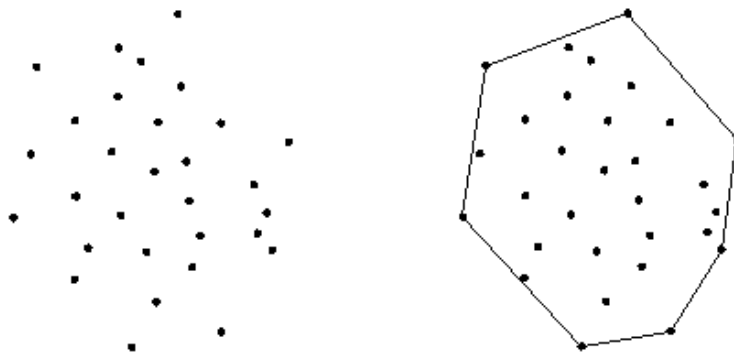


Hình 1.1

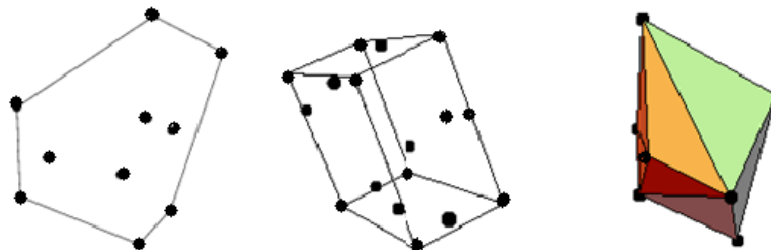
**Định nghĩa 1.4.** Bao lồi của một tập  $S$  hữu hạn điểm là giao của tất cả các tập lồi chứa  $S$ . Ta kí hiệu bao lồi của  $S$  là  $\text{conv}(S)$  (hình 1.2).

**Nhận xét 1.1.** Bao lồi của tập  $S$  là tập lồi nhỏ nhất chứa  $S$ . Bao lồi của một tập hữu hạn điểm  $P \subset \mathbb{R}^n$  là một đa diện lồi trong  $\mathbb{R}^n$  (hình 1.3).

**Định nghĩa 1.5.** Mỗi  $p \in P$  thỏa mãn  $p \notin \text{conv}(P \setminus \{p\})$  được gọi là một đỉnh của  $\text{conv}(P)$ .



Hình 1.2 Bao lồi của một tập hữu hạn



Hình 1.3 Bao lồi của một tập hữu hạn



**Nhận xét 1.2.** Nếu gọi tập hợp các đỉnh của  $\text{conv}(P)$  là  $H$  thì ta có

$$\text{conv}(P) = \text{conv}(H).$$

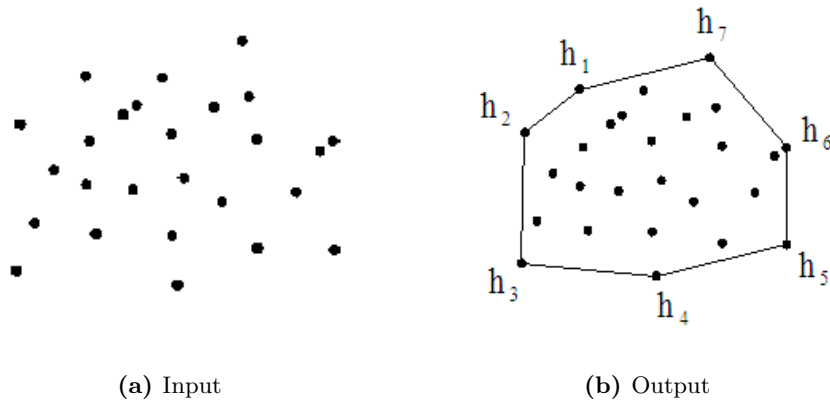
**Định nghĩa 1.6.** Trong mặt phẳng, đa giác tạo bởi các đỉnh của một bao lồi được gọi là biên của bao lồi đó.

### 1.1.3 Bài toán tìm bao lồi

Cho một tập hợp  $P$  hữu hạn điểm, bài toán tìm bao lồi của  $P$  là bài toán tìm tập hợp  $H$  các đỉnh của bao lồi  $\text{conv}(P)$  của  $P$ .

Input: Tập hợp  $P$  hữu hạn  $n$  điểm  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Output: Tập đỉnh của bao lồi  $\text{conv}(P)$ ,  $H = \{h_1, h_2, \dots, h_m\}$  (hình 1.4).



Hình 1.4

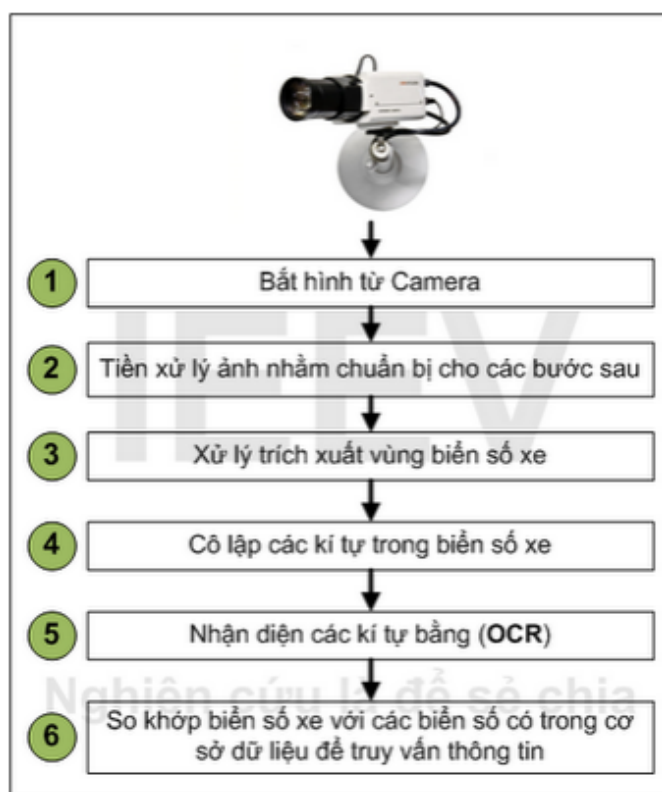
## 1.2 Ứng dụng của bài toán tìm bao lồi

Bài toán tìm bao lồi của một tập hợp hữu hạn điểm có ứng dụng đa dạng trong nhiều lĩnh vực chẳng hạn như nhận dạng mẫu, xử lý hình ảnh, tìm đường đi cho robot, số liệu thống kê, .... Bài toán tìm bao lồi còn được áp dụng rộng rãi để tìm ra các bài toán tính toán hình học khác và các bài toán này có rất nhiều ứng dụng trong thực tế như bài toán tìm tam giác phân Delaunay, bài toán tìm đường kính của một tập hợp, bài toán tìm các lớp lồi của một tập hợp, .... Sau đây ta sẽ trình bày một số ứng dụng quan trọng của bài toán tìm bao lồi.

### 1.2.1 Nhận dạng

Bài toán tìm bao lỗi có ứng dụng rất quan trọng trong lĩnh vực nhận dạng. Nhận dạng nhằm mục đích phân loại dữ liệu (là các mẫu) dựa vào thông tin thống kê được khai thác từ các mẫu có sẵn. Các mẫu cần phân loại thường được biểu diễn thành các nhóm của các dữ liệu đo đạc hay quan sát được.

Các ứng dụng phổ biến trong thực tế là nhận dạng tiếng nói tự động, phân loại văn bản thành nhiều loại khác nhau (ví dụ những thư điện tử spam/non-spam), nhận dạng tự động các mã bưu điện viết tay trên các bao thư, hay hệ thống nhận dạng mặt người, nhận dạng biển số xe, . . . . Sau đây ta xét một ứng dụng cụ thể của bài toán tìm bao lỗi trong nhận dạng biển số xe. Nội dung và hình vẽ được trích trong [14].



Hình 1.5

Quy trình của quá trình xử lý nhận diện biển số xe thường thông qua các bước như hình 1.5 và bài toán tìm bao lỗi được ứng dụng trong bước 4 của quá trình nhận dạng. Trong bước này ta cô lập từng kí tự trong biển số xe được trích ra ở bước 3. Tiếp theo sử dụng thuật toán tìm bao lỗi tìm vùng tối thiểu chứa mỗi kí tự đó để chuẩn bị tiến hành nhận dạng ở bước 5. Hình 1.6 biểu diễn các