ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN TRÀ GIANG

BÀI TOÁN VẬN TẢI PHÂN TUYẾN TÍNH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2012

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

– – – – – – – – – –

NGUYỄN TRÀ GIANG

BÀI TOÁN VẬN TẢI PHÂN TUYẾN TÍNH

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số : **60.46.36**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
GS.TS. TRẦN VŨ THIỆU

Thái Nguyên - Năm 2012

Mục lục

LỜI NÓI ĐẦU

Bài toán vận tải đã khá quen thuộc trong lý thuyết qui hoạch tuyến tính. Trong bài toán này hàm mục tiêu là tuyến tính (nghĩa là chi phí vận chuyển tỉ lệ thuận với lượng hàng vận chuyển) và các ràng buộc của bài toán có dạng đặc biệt. Nhờ khai thác cấu trúc đặc biệt này người ta đã đề ra các phương pháp giải riêng hiệu quả hơn hẳn so với việc áp dụng phương pháp đơn hình tổng quát vào bài toán, đáng chú ý là phương pháp thế vị, phương pháp qui không ô chọn, phương pháp thu hẹp chính tắc.

Có thể xét mở rộng bài toán vận tải theo nhiều hướng khác nhau, như thay đổi điều kiện ràng buộc: vận tải khi không có cân bằng cung cầu (cung vượt quá cầu hoặc cầu vượt quá cung), vận tải có trung chuyển, vận tải có hạn chế năng lực thông qua, vận tải có vận chuyển ngược; hoặc thay đổi dạng của hàm mục tiêu: vận tải với hàm mục tiêu phân tuyến tính (tỉ số của hai hàm tuyến tính), vận tải với hàm mục tiêu lồi hay lõm, v.v ... Chẳng hạn, bài toán vận tải phân tuyến tính tìm phương án vận chuyển làm cực tiểu tỉ số của chi phí vận chuyển hàng hoá trên tổng lợi nhuận thu được khi vận chuyển toàn bộ số hàng đó. Tuy hàm mục tiêu của bài toán là phi tuyến, nhưng các ràng buộc của bài toán vẫn có cùng cấu trúc như của bài toán vận tải thông thường, vì thế có thể vận dụng các phương pháp giải bài toán vận tải đã biết cho bài toán vận tải mở rộng.

Bài toán vận tải tuyến tính có dạng một qui hoạch tuyến tính chính tắc, vì thế các kiến thức về qui hoạch tuyến tính chính tắc nói chung đều có thể áp dụng vào bài toán vận tải tuyến tính nói riêng. Ràng buộc của bài toán vận tải tuyến tính và phân tuyến tính có cấu trúc vận tải nên miền ràng buộc của các bài toán này có các tính chất đặc biệt. Có thể khai thác các tính chất đó để xây dựng thuật toán giải riêng, hiệu quả.

Luận văn này đề cập tới bài toán vận tải với hàm mục tiêu tuyến tính và phân tuyến tính: giới thiệu nội dung, mô hình và các tính chất cơ bản của bài toán; giới thiệu thuật toán thế vị giải bài toán vận tải tuyến tính và dạng mở rộng của nó để giải bài toán vận tải phân tuyến tính. Vấn đề đối ngẫu và các quan hệ đối ngẫu của bài toán vận tải tuyến tính và phân tuyến tính cũng được đề cập tới.

Nội dung luận văn được chia thành hai chương.

Chương 1 với tiêu đề "Bài toán vận tải với hàm mục tiêu tuyến tính" trình bày nội dung và các tính chất cơ bản của bài toán vận tải tuyến tính. Tiếp đó, đề cập tới phương pháp "min cước" và phương pháp "góc Tây - Bắc" để tìm phương án cực biên ban đầu của bài toán. Sau đó, trình bày cơ sở lý luận và nội dung thuật toán thế vị (một biến thể của thuật toán đơn hình) giải hiệu quả bài toán vận tải. Cuối chương nêu ví dụ số để minh họa cho thuật toán giải.

Các kiến thức về bài toán vận tải nói chung và thuật toán thế vị nói riêng sẽ cần đến ở chương sau, khi xét bài toán vận tải phân tuyến tính.

Chương 2 với tiêu đề "Bài toán vận tải với hàm mục tiêu phân tuyến tính" đề cập tới một mở rộng bài toán vận tải tuyến tính, bằng cách thay hàm mục tiêu tuyến tính bằng hàm mục tiêu phân tuyến tính (tỉ số của hai hâm tuyến tính), hàm này có tính chất đơn điệu theo từng phương. Dựa vào cấu trúc đặc biệt của bài toán, chương này nêu ra điều kiện để phương án của bài toán là tối ưu và nêu thuật toán thế vị mở rộng giải bài toán. Thuật toán có kèm theo ví dụ số để minh họa. Cuối chương đề cập tới bài toán đối ngẫu của bài toán vận tải phân tuyến tính và nêu các quan hệ đối ngẫu giữa hai bài toán gốc và đối ngẫu, tương tự như lý thuyết đối ngẫu trong qui hoạch tuyến tính.

Do thời gian và kiến thức còn hạn chế nên luận văn này mới chỉ đề cập tới những nội dung cơ bản của bài toán vận tải phân tuyến tính, chưa đi sâu vào các chi tiết thực thi thuật toán. Trong quá trình viết luận văn cũng như trong xử lý văn bản chắc chắn không tránh khỏi những sai sót nhất định. Tác giả luận văn rất mong nhận được sự góp ý của các thầy cô và các bạn đồng nghiệp để luận văn được hoàn thiện hơn.

Nhân dịp này, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy hướng dẫn GS-TS Trần Vũ Thiệu đã tận tình giúp đỡ trong suốt quá trình làm luận văn.

Tác giả xin trân trọng cảm ơn các thầy, cô giáo Trường Đại học Khoa học- Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học-Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam, đã giảng dạy và tạo mọi điều kiện thuận lợi trong quá trình tác giả học tập và nghiên cứu.

Thái Nguyên, tháng 07 năm 2012.

Người thực hiện

Nguyễn Trà Giang

Chương 1

BÀI TOÁN VẬN TẢI VỚI HÀM MỤC TIÊU TUYẾN TÍNH

Chương này xét bài toán vận tải với hàm mục tiêu tuyến tính (chi phí vận chuyển tỉ lệ thuận với lượng hàng vận chuyển), đó là dạng bài toán qui hoạch tuyến tính đơn giản nhất và được áp dụng rộng rãi trong thực tiễn.

Mục 1.1 giới thiệu mô hình bài toán và các tính chất cơ bản. Mục 1.2 nêu phương pháp min cước và phương pháp góc Tây-Bắc tìm phương án cực biên ban đầu của bài toán. Điều kiện tối ưu được đưa ra ở Mục 1.3 và thuật toán thế vị cùng cơ sở lý luận của thuật toán được trình bày ở Mục 1.4. Ví dụ số được xây dựng ở Mục 1.5.

Nội dung của chương chủ yếu tham khảo từ các tài liệu [1] , [2] và [4].

1.1 Bài toán và các tính chất

Mô hình toán học của bài toán vận tải có dạng như sau:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{\mathrm{ij}}x_{\mathrm{ij}} \to \min \ \text{(cực tiểu tổng chi phí vận chuyển)} \tag{1.1}$$

với các điều kiện:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{\mathrm{ij}} = a_i, i = 1, 2, ..., m \text{ (mọi điểm phát giao hết hàng)} \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{\mathrm{ij}} = b_j, j = 1, 2, ..., n \text{ (mọi điểm thu nhận đủ hàng)} \quad (1.3)$$

$$x_{\mathrm{ij}} \geq 0, i = 1, ..., m, j = 1, ..., n \text{ (lượng hàng vận chuyển không âm)} \quad (1.4)$$

Ở đây m là kho hàng (điểm phát), n là nơi tiêu thụ hàng (điểm thu).

a_i là lượng hàng có (cung) ở điểm phát i (i=1,2,...,m).

b_j là lượng hàng cần (cầu) ở điểm thu j (j=1,2,...,n).

c_{ij} là chi phí vận chuyển một đơn vị hàng từ điểm phát i tới điểm thu j.

x_{ij} biểu thị lượng hàng vận chuyển cần tìm từ điểm phát i đến điểm thu j.

Điều kiện cần và đủ để bài toán (1.1) - (1.4) giải được là phải có điều kiện cân bằng thu phát , nghĩa là tổng cung bằng tổng cầu:

$$a_1 + a_2 + ... + a_m = b_1 + b_2 + ... + b_n \quad (1.5)$$

Bài toán vận tải (1.1) - (1.4) là một dạng đặc biệt của qui hoạch tuyến tính. Để thấy rõ điều này ta sắp xếp các biến số theo thứ tự

$$x_{11}, x_{12}, ..., x_{1n}, x_{21}, x_{22}, ..., x_{2n}, ..., x_{m1}, x_{m2}, ..., x_{mn}$$

và viết lại hệ ràng buộc chính (1.2) - (1.3) dưới dạng hệ m + n phương trình của m × n biến số x_{ij} như sau:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + ... + x_{1n} & = a_1, \\ \quad x_{21} + x_{22} + ... + x_{2n} & = a_2, \\ \quad ... \quad ... & \\ \quad x_{m1} + x_{m2} + ... + x_{mn} & = a_m, \\ x_{11} \quad + x_{21} \quad ... \quad + x_{m1} & = b_1, \\ \quad x_{12} \quad + x_{22} \quad ... \quad + x_{m2} & = b_2, \\ \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... & \\ \quad x_{1n} \quad + x_{2n} \quad ... + x_{mn} & = b_n. \end{cases}$$

Ký hiệu A là ma trận hệ số của hệ phương trình trên (gồm m + n hàng và m × n cột).

$$x = (x_{11}, x_{12}, ..., x_{1n}, x_{21}, x_{22}, ..., x_{2n}, ..., x_{m1}, x_{m2}, ..., x_{mn})^T$$

là véctơ cột m × n thành phần,

$$c = (c_{11}, c_{12}, ..., c_{1n}, c_{21}, c_{22}, ..., c_{2n}, ..., c_{m1}, c_{m2}, ..., c_{mn})^T$$

là véc tơ cột m × n thành phần,

$$b = (a_1, a_2, ..., a_m, b_1, b_2, ..., b_n)^T$$

là véctơ cột vế phải (m + n thành phần).

Bài toán vận tải (1.1) - (1.4) được viết lại thành bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chính tắc:

$$f = < c, x > \to \min,$$

$$\text{Ax} = b, x \geq 0.$$

Ta gọi A_{ij} là véctơ cột của ma trận A ứng với biến x_{ij}. Dễ thấy rằng véctơ này có hai thành phần bằng 1 tại dòng thứ i và dòng thứ m + j, còn các thành phần khác bằng 0.

Véctơ x thỏa mãn (1.2) - (1.4) gọi là một *phương án* của bài toán vận tải. Một phương án đạt cực tiểu (1.1) gọi là *phương án tối ưu* hay *lời giải.* Phương án x là *phương án cực biên* khi và chỉ khi các véctơ cột A_{ij} của ma trận A ứng với các $x_{ij} > 0$ là độc lập tuyến tính.Sau đây ta sẽ giả thiết là có điều kiện cân bằng thu phát (1.5).

Do bài toán vận tải có m+n ràng buộc chính, nên ta nghĩ rằng mỗi phương án cực biên cũng có m+n thành phần dương, nhưng thực tế nó chỉ có nhiều nhất m+n-1 thành phần dương, vì trong số các ràng buộc này có một ràng buộc là thừa (có thể bỏ đi mà không làm ảnh hưởng tới lời giải của bài toán). Một phương án cực biên của bài toán gọi là *không suy biến* nếu số phần tử của tập hợp $G = \{(i, j) : x_{ij} > 0\}$ bằng m+n-1, gọi là *suy biến* nếu |G| < m+n-1.

Để cho gọn, ta ghi lại dữ liệu của bài toán dưới dạng một bảng chữ nhật, gọi là *bảng vận tải* (Bảng 1.1). Bảng gồm m hàng (i = 1, 2, ... , m) và n cột (j = 1, 2, ... , n). Chỗ giao nhau ở hàng i, cột j ký hiệu là ô (i,j). Mỗi hàng tương ứng với một trạm phát, mỗi cột tương ứng với một trạm thu. Số ghi ở đầu mỗi hàng là lượng cung, số ghi ở đầu mỗi cột là lượng cầu. Chi phí vận chuyển c_{ij} ghi ở góc trên bên trái của ô (i,j), lượng hàng vận chuyển x_{ij} sẽ ghi ở góc dưới bên phải của ô. Ô (i,j) biểu thị tuyến đường vận chuyển từ trạm phát i đến trạm thu j. Đặt $c_{ij} = \infty$ nếu không thể chuyển hàng từ i đến j.

Bảng 1.1. Bảng vận tải

Thu Phat	b_1	$\cdots$	b_j	$\cdots$	b_n
a_1	c_{11} x_{11}	$\cdots$	c_{1j} x_{1j}	$\cdots$	c_{1n} x_{1n}
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
a_i	c_{i1} x_{i1}	$\cdots$	c_{ij} x_{ij}	$\cdots$	c_{in} x_{in}
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
a_m	c_{m1} x_{m1}	$\cdots$	c_{mj} x_{mj}	$\cdots$	c_{mn} x_{mn}