ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

– – – – – – – – – – –

PHẠM VĂN HIỆU

ĐA CHẬP ĐỐI VỚI CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TÍCH PHÂN FOURIER, FOURIER SINE, FOURIER COSINE VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2012

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

– – – – – – – – – –

PHẠM VĂN HIỆU

ĐA CHẬP ĐỐI VỚI CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TÍCH PHÂN FOURIER, FOURIER SINE, FOURIER COSINE VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số : **60.46.36**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
TS NGUYỄN MINH KHOA

Thái Nguyên - Năm 2012

Mục lục

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thày TS. Nguyễn Minh Khoa. Trưởng khoa học cơ bản - Trưởng bộ môn Toán trường Đại học Điện lực đã hướng dẫn và chỉ bảo tận tình trong suốt quá trình làm luận văn. Tác giả cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành đến Ban giám hiệu, phòng Đào tạo, khoa Toán - Tin Trường ĐHKH, Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện thuận lợi trong suốt quá trình học tập tại trường.

Xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè đồng nghiệp và các thành viên trong lớp cao học toán K4B đã luôn quan tâm, động viên, giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập và quá trình làm luận văn.

Tuy bản thân có nhiều cố gắng, song thời gian và năng lực của bản thân có hạn nên luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô cùng toàn thể bạn đọc.

Thái Nguyên, tháng 08 năm 2012.

Tác giả

.

Phạm Văn Hiệu

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan các kết quả nghiên cứu trong luận văn là trung thực và không trùng lặp với các đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Tác giả

.

Phạm Văn Hiệu

Mở đầu

Tích chập của hai hàm f, g đối với phép biến đổi tích phân Fourier có dạng [7,13]:

$$(f \underset{F}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x-y)g(y)\mathrm{d}y \ \ \forall x \in R \tag{0.1}$$

Tích chập này thảo mãn đẳng thức nhân tử hóa sau:

$$F(f_F^* g)(y) = (Ff)(y)(Fg)(y), \forall y \in R \tag{0.2}$$

trong đó phép biến đổi Fouriercó dạng: [7.13]

$$(Ff)(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-\mathrm{i}\mathrm{x}y}\mathrm{dx}. \tag{0.3}$$

Tích chập suy rộng của hai hàm f và g đối với các phép biến đổi Fourier sine và Fourier cosine được nghiên cứu trong [7] , [13]

$$(f \underset{1}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{0}^{+\infty} f(y) \left[g(x-y) - g(x+y) \right])\mathrm{d}y \tag{0.4}$$

Tích chập suy rộng này thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa

$$F_s(f \underset{1}{*} g)(y) = (F_s f)(y)(F_c g)(y), \forall y > 0 \tag{0.5}$$

Trong đó phép biến đổi Fourier sine có dạng [7] , [13]

$$(F_s f)(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int\limits_{0}^{+\infty} f(x)\sin(\mathrm{xy})\mathrm{dx}, \tag{0.6}$$

và phép biến đổi Fourier cosine có dạng [7] , [13]

$$(F_c f)(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int\limits_0^{+\infty} f(x)\cos(y\mathrm{x})\mathrm{dx}, \quad (0.7)$$

Tích chập suy rộng của hai hàm f và g đối với các phép biến đổi tích phân Fourier cosin và Fourier sine được xác định bởi [10]

$$(f \underset{2}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^{+\infty} f(u)\left[sign(u-x)g\left|u+x\right| + g(u+x)\right]\mathrm{du}, \mathrm{x} > 0 \quad (0.8)$$

Và thoả mãn đẳng thức nhân tử hóa:

$$F_c(f \underset{2}{*} g)(y) = (F_s f)(y)(F_s g)(y), \forall y > 0 \quad (0.9)$$

Tích chập suy rộng với hàm trọng: $\gamma_1(x) = \mathrm{sinx}$ của hai hàm f và g đối với các phép biến đổi tích phân Fourier cosine và sine có dạng như sau[11]

$$\left(f \overset{\gamma_1}{\underset{3}{*}} g\right)(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^{+\infty} f(y)[g\left|x-y-1\right| - g\left|y-x+1\right|$$

$$+g\left|y+x-1\right| - g\left|x+y+1\right|]\mathrm{dy}, \mathrm{x} > 0 \qquad (0.10)$$

và có đẳng thức nhân tử hóa sau đây:

$$F_c(f \overset{\gamma_1}{\underset{3}{*}} g)(y) = \sin y (F_s f)(y)(F_c g)(y), \forall y > 0 \qquad (0.11)$$

Tích chập suy rộng đối với các phép biến đổi tích phân Fourier và Fourier sine xác định bởi [6]

$$(f \underset{4}{*} g)(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^{+\infty} f(y)\left[sign(y-x)g\left|y+x\right| + g(x+y)\right]\mathrm{dy}, \forall \mathrm{x} \in \mathrm{R} \quad (0.12)$$

Tích chập này thoả mãn nhân tử hóa sau đây:

$$F(f \underset{4}{*} g)(y) = (F_s f)\,|y|\,(F_s g)\,|y|\,, \forall y \in R \quad (0.13)$$

Một tích chập với hàm trọng $\gamma_1(x) = \sin x$ của hàm f và hàm g đối với phép biến đổi Fourier sine được giới thiệu trong [4]

$$(f \overset{\gamma_1}{\underset{F_s}{*}} g)(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^{+\infty} f(y) sign(x+y-1) g(|x+y-1|)$$
$$+ sign(x-y+1) g(|x-y+1|) - g(x+y+1)$$
$$- sign(x-y-1) g(|x-y-1|) dy, \mathrm{x} > 0 \qquad (0.14)$$

với tích chập này, đẳng thức nhân tử hóa sau đây thỏa mãn :

$$F_s(f \overset{\eta}{\underset{F_s}{*}} g)(y) = \sin y (F_s f)(y)(F_s g)(y), \forall y > 0 \quad (0.15)$$

Năm 1997 Kakichev giới thiệu một phương pháp kiến thiết xác định một đa chập với hàm trọng γ của các hàm $f_1, f_2, ..., f_n$ đối với các phép biến đổi tích phân $K_1, K_2, ..., K_n$ ký hiệu bởi $\overset{\gamma}{*}(f_1, f_2, ..., f_n)(x)$ sao cho đẳng thức nhân tử sau đây thỏa mãn [5]

$$K\left[\overset{\gamma}{*}(f_1, f_2, ..., f_n)\right](x) = \gamma(y) \prod_{i=1}^{n} (K_i f_i)(y), \mathrm{n} \geq 3 \quad (0.16)$$

Đa chập đối với các phép biến đổi tích phân Hilbert, Stieltjes, Fourier cosine, Fourier sine đã được nghiên cứu trong [9] Trong thời gian gần đây, có nhiều có nhiều công trình nghiên cứu về các tích chập suy rộng. Các tích chập này cho ta một số ứng dụng thú vị xem trong ([8,10,11,12]). Đặc biệt là ứng dụng trong phương trình tích phân với nhân Toeplitz+Hankel[3,14]

$$f(x) + \int\limits_0^{+\infty} [k_1(x+y) + k_2(x-y))]\mathrm{f(y)dy} = \mathrm{g(x)}, \mathrm{x} > 0 \qquad (0.17)$$

trong đó k_1, k_2 và g là các hàm đã biết và f là ẩn hàm. Nhiều trường hợp rieeng của phương trình này có thể giải cho nghiệm đóng nhờ vào các tích chập suy rộng. Trong luận văn này tác giả sử dụng kết quả bài báo của Tiến sĩ Nguyễn Minh Khoa với hai đa chập với hàm trọng $\gamma(y)$ đối với các phép biến đổi Fourier sine, Fourier và Fourier cosine. Với các tính chất toán tử và các mối liên hệ giữa đa chập mới với các tích chập và tích chập suy rộng đã biết. Đồng thời, giải được một trường hợp riêng của bài toán mở (0.17). Đáng chú ý là các đa chập sử dụng trong luận văn này cho phép ta giải được một số lớp nghiệm trong số không nhiều các hệ phương trình tích phân có thể giải được dưới dạng đóng.

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1 Đa chập với hàm trọng $\gamma(y) = e^{-\alpha y}$ đối với các phép biến đổi tích phân Fourier cosine , Fourier và Fourier sine.

Chương 2 Đa chập với hàm trọng $\gamma(y) = 4e^{-\beta y}$ đối với các phép biến đổi tích phân Fourier sine , Fourier và Fourier cosine.

Chương 1

Đa chập với hàm trong $\gamma(y) = e^{-\alpha y}$ đối với các phép biến đổi tích phân Fourier, Fourier sine và Fourier cosine.

1.1 Các không gian được xét đến

Các không gian được xét đến trong chương này tác giả dùng đến 2 không gian sau: .

$$L\left(\sqrt{\alpha^2 + x^2}, \mathbb{R}\right) = \left\{ f : \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\alpha^2 + x^2}. \left| f(x) \right| dx < +\infty \right\}$$

với $\alpha \geq 1$ và

$$L\left(\mathbb{R}^+\right) = \left\{ f : \int\limits_{0}^{+\infty} \left| f(x) \right| dx < +\infty \right\}$$