ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC
- - - - - - - - - - - - - - - - - -

TRỊNH THỊ THANH HẢO

BÀI TOÁN VẬN TẢI CÓ VẬN CHUYỂN NGƯỢC

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

Chuyên ngành : TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số : 60.46.36

Người hướng dẫn khoa học:
GS.TS. TRẦN VŨ THIỆU

THÁI NGUYÊN - NĂM 2012

Mục lục

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành tại Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của GS.TS. Trần Vũ Thiệu. Tác giả xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới thầy về sự tận tình hướng dẫn trong suốt thời gian tác giả làm luận văn.

Trong quá trình học tập và làm luận văn, thông qua các bài giảng và xêmina, tác giả thường xuyên nhận được sự quan tâm giúp đỡ và đóng góp những ý kiến quý báu của các GS,TS trong Viện Toán học đã không quản ngại đường sá xa xôi lên Thái Nguyên giảng dạy cho chúng em. Tác giả cũng xin gửi tới TS. Nguyễn Thị Thu Thủy và các thầy các cô trong trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Từ đáy lòng mình, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến các thầy các cô.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn tới các thầy, các cô, Ban giám hiệu nhà trường, Ban chấp hành Đoàn, các đồng nghiệp cùng công tác trong cơ quan đã luôn tạo điều kiện thuận lợi nhất giúp đỡ tác giả trong thời gian học tập và làm luận văn cao học.

Xin chân thành cảm ơn anh chị em học viên cao học Toán K4A và bạn bè đồng nghiệp gần xa đã trao đổi, động viên và khích lệ tác giả trong quá trình học tập, nghiên cứu và làm luận văn.

Luận văn sẽ không hoàn thành được nếu không có sự thông cảm, giúp đỡ của những người thân trong gia đình tác giả. Đây là món quà tinh thần, tác giả xin kính tặng gia đình thân yêu của mình với tấm lòng biết ơn chân thành và sâu sắc.

Lời nói đầu

Bài toán vận tải (Transportation problem) của qui hoạch tuyến tính đã khá quen thuộc trong toán học ứng dụng. Trong bài toán vận tải dạng bảng chỉ cho phép vận chuyển hàng từ các trạm phát tới các trạm thu, không vận chuyển theo chiều ngược lại (từ các trạm thu tới các trạm phát). Lời giải thu được đôi khi không cho chi phí vận chuyển nhỏ nhất. Đó là vì lời giải này chỉ đúng khi đã xác định được chi phí nhỏ nhất cần để vận chuyển một đơn vị hàng từ mỗi trạm phát tới mỗi trạm thu. Muốn vậy, cần giải các bài toán phụ trợ: tìm đường đi ngắn nhất giữa mỗi cặp trạm thu - phát.

Có thể mở rộng bài toán vận tải bằng cách cho phép vận chuyển hàng theo cả chiều ngược lại từ các trạm thu tới các trạm phát. Từ đó dẫn đến mô hình bài toán vận tải có vận chuyển ngược (Transportation problem with reshipments). Mô hình mới chỉ khác cũ ở chỗ: các biến biểu thị lượng hàng vận chuyển bây giờ có thể lấy giá trị âm và trong hàm mục tiêu sử dụng dấu giá trị tuyệt đối. Trong nhiều trường hợp, vận chuyển ngược có thể làm giảm chi phí vận chuyển.

Luận văn này nghiên cứu đề xuất thuật toán giải cho bài toán vận tải có vận chuyển ngược, dựa trên cơ sở trả lời một số câu hỏi như: những tính chất nào đúng cho bài toán vận tải thông thường vẫn còn đúng cho bài toán vận tải có vận chuyển ngược, tiêu chuẩn tối ưu bây giờ thay đổi như thế nào và có thể mở rộng thuật toán thế vị cho bài toán mới được không.

Nội dung luận văn được chia thành ba chương.

Chương 1 với tiêu đề "Bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chính tắc" nhắc lại những kiến thức cơ bản về bài toán qui hoạch tuyến tính chính tắc: điều kiện tồn tại nghiệm của bài toán, tính chất của phương án cực biên, bài toán đối ngẫu và các quan hệ đối ngẫu trong qui hoạch tuyến tính. Do bài toán vận tải cũng có dạng một bài toán qui hoạch tuyến tính chính tắc nên có thể áp dụng các kiến thức này cho bài toán vận tải.

Chương 2 với tiêu đề "Bài toán vận tải với biến không âm" trình bày nội dung và các tính chất cơ bản của bài toán vận tải với các biến lấy giá trị không âm. Tiếp đó, luận văn trình bày cơ sở lý luận và nội dung thuật toán thế vị (một biến thể của thuật toán đơn hình) giải hiệu quả bài toán vận tải. Để áp dụng thuật toán, đòi hỏi biết một phương án cực biên ban đầu của bài toán. Vì thế cách tìm phương án cực biên ban đầu (theo min cước hoặc phương pháp góc Tây - Bắc) cũng được nêu đầy đủ. Cuối chương xây dựng ví dụ số để minh họa cho thuật toán giải.

Các kiến thức về bài toán vận tải nói chung và thuật toán thế vị nói riêng sẽ cần đến ở chương sau, khi xét bài toán vận tải có vận chuyển ngược.

Chương 3 với tiêu đề "Bài toán vận tải có vận chuyển ngược" đề cập tới một mở rộng bài toán vận tải với biến không âm, cho phép vận chuyển hàng theo cả chiều ngược lại từ trạm thu tới trạm phát. Mô hình bài toán vận tải có vận chuyển ngược có dạng một bài toán qui hoạch lồi ràng buộc tuyến tính với các biến lấy giá trị tùy ý (dương, âm hay bằng 0) và trong hàm mục tiêu sử dụng dấu giá trị tuyệt đối. Dựa vào cấu trúc đặc biệt của mô hình, chương này nêu cách đưa bài toán vận tải có vận chuyển ngược về một bài toán qui hoạch tuyến tính chính tắc với cấu trúc gần giống như bài toán vận tải thông thường. Từ đó nêu ra điều kiện tối ưu và đề xuất thuật toán thế vị mở rộng giải bài toán. Cuối chương xây dựng ví dụ số minh họa cho thuật toán giải.

Nội dung của chương này được hình thành dựa trên ý tưởng nêu ra ở tài liệu [5] và đã được tác giả luận văn trình bày chi tiết trong bài báo đăng ở Tạp chí Khoa học và Công nghệ của Đại học Thái Nguyên, Tập 90, số 02, 2012, trang 107 - 112.

Do thời gian và kiến thức còn hạn nên luận văn mới chỉ dừng lại ở việc tìm hiểu, tập hợp tài liệu, sắp xếp và trình bày các kết quả nghiên cứu đã có theo chủ đề đặt ra. Trong quá trình viết luận văn cũng như trong quá trình xử lý văn bản chắc chắn không thể tránh khỏi sai sót, rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của Thầy cô và bạn đọc.

Tác giả

Trịnh Thị Thanh Hảo

Chương 1

Bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chính tắc

Chương này nhắc lại một số khái niệm và các tính chất cơ bản của bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chính tắc. Cụ thể xét sự tồn tại nghiệm của bài toán, tính chất của phương án cực biên và vấn đề đối ngẫu trong qui hoạch tuyến tính. Các kiến thức này cần đến cho các chương sau. Nội dung chương này tham khảo chủ yếu từ các tài liệu [1], [2] và [6].

1.1 Phát biểu bài toán

Bài toán chính tắc có dạng:

$$\begin{cases} f(x) \equiv \sum\limits_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min, \\ \sum\limits_{j=1}^{n} a_{\text{ij}} x_j = b_i, i = 1, 2, ..., m, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, ..., n. \end{cases}$$

Trong bài toán trên a_{ij}, b_i, c_j là các hằng số thực cho trước, $f(x)$ gọi là hàm mục tiêu. Mỗi đẳng thức $\sum\limits_{j=1}^{n} a_{\text{ij}} x_j = b_i$ gọi là một ràng buộc chính, mỗi bất đẳng thức $x_j \geq 0$ gọi là một ràng buộc về dấu. (Đặc điểm của bài toán chính tắc là mọi ràng buộc chính chỉ là các đẳng thức và mọi biến đều không âm).

Điểm thỏa mãn mọi ràng buộc gọi là một điểm chấp nhận được, hay một phương án. Tập hợp tất cả các phương án, ký hiệu là D, gọi là miền ràng buộc hay miền chấp nhận được. Một phương án đạt cực tiểu của hàm mục tiêu gọi là một phương án tối ưu hay một lời giải của bài toán đã cho.

1.2 Sự tồn tại nghiệm

Đinh lý sau cho một điều kiện cần và đủ để bài toán qui hoạch tuyến tính có lời giải.

Định lý 1.1. *(Về sự tồn tại lời giải của bài toán qui hoạch tuyến tính). Nếu một qui hoạch tuyến tính có ít nhất một phương án và hàm mục tiêu bị chặn dưới trong miền ràng buộc (đối với bài toán min) thì bài toán chắc chắn có phương án tối ưu.*

Nhận xét 1.1. *Kết luận của định lý nói chung không còn đúng với các bài toán không phải là một qui hoạch tuyến tính (hàm mục tiêu không phải là tuyến tính hoặc miền ràng buộc không phải là một tập lồi đa diện). Để rõ hơn ta xét ví dụ cụ thể sau:*

Ví dụ 1.1. $f = x_2 \to \min$ *, với điều kiện* $x_1x_2 \geq 1$, $x_1 \geq 0$.

Miền chấp nhận được $D = \left\{x \in R^2 : x_1x_2 \geq 1, x_1 \geq 0\right\}$ *là một tập lồi khác rỗng và hàm mục tiêu bị chặn dưới trong miền này:* $x_2 \geq 0$ *với mọi* $x = (x_1, x_2) \in D$. *Điểm* $(1/\varepsilon, \varepsilon) \in D$ *với mọi* $\varepsilon > 0$, *nhưng không có* $(x_1, 0) \in D$. *Vì thế cận dưới của* x_2 *không đạt tại bất cứ điểm nào thuộc* D.

Cũng có thể lấy ví dụ với hàm mục tiêu phi tuyến và miền ràng buộc là một tập lồi đa diện cho thấy định lý trên không đúng.

Ví dụ 1.2. *Cho hàm* $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x \in R$.

Ta thấy $f(x) \geq 0, \forall x \in R$ *và* $\inf\limits_{x \in R} f(x) = 0$. *Hàm này không đạt cực tiểu trên* R.

1.3 Phương án cực biên

Một phương án $x \in D$ mà đồng thời là một đỉnh của D gọi là một phương án cực biên, nghĩa là x không thể biểu diễn được dưới dạng một tổ hợp lồi của bất cứ hai phương án bất kỳ nào khác của D. Nói một cách khác, hễ $x = \lambda x^1 + (1-\lambda)x^2$ với $0 < \lambda < 1$ và $x^1, x^2 \in D$ thì phải có $x^0 = x^1 = x^2$.

Định lý sau nêu một tính chất đặc trưng của phương án cực biên của bài toán qui hoạch tuyến tính chính tắc.

Định lý 1.2. *Để một phương án $x^0 = \left\{x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0\right\}$ của bài toán qui hoạch dạng chính tắc là phương án cực biên, thì cần và đủ là các véctơ cột A_j của ma trận A ứng với các thành phần $x_j^0 > 0$ là độc lập tuyến tính.*

Hệ quả 1.1. *Số phương án cực biên của bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chính tắc là hữu hạn.*

Hệ quả 1.2. *Số thành phần dương trong mỗi phương án cực biên của bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chính tắc tối đa bằng m (m là số hàng của ma trận A).*

Người ta phân ra hai loại phương án cực biên: nếu phương án cực biên có số thành phần dương đúng bằng m, nó được gọi là phương án cực biên không suy biến. Trái lại, nó gọi là phương án cực biên suy biến.

Định lý 1.3. *Nếu bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chính tắc có ít nhất một phương án thì nó cũng có phương án cực biên (miền ràng buộc D có đỉnh).*

Định lý 1.4. *Nếu bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chính tắc có phương án tối ưu thì cũng có phương án cực biên tối ưu.*

1.4 Bài toán đối ngẫu

Đối ngẫu là một phương pháp mà ứng với mỗi bài toán qui hoạch tuyến tính đã cho (gọi là bài toán gốc), ta có thể thiết lập một bài toán qui hoạch tuyến tính khác (gọi là bài toán đối ngẫu) sao cho từ lời giải của bài toán này ta sẽ thu được thông tin về lời giải của bài toán kia.

Vì thế, đôi khi để có được những hiểu biết cần thiết về một bài toán thì việc nghiên cứu bài toán đối ngẫu của nó lại tỏ ra thuận tiện hơn. Hơn nữa, khi phân tích đồng thời cả hai bài toán gốc và đối ngẫu ta có thể rút ra kết luận sâu sắc cả về mặt toán học lẫn về ý nghĩa thực tiễn.

Ta định nghĩa đối ngẫu của bài toán qui hoạch tuyến tính chính tắc, ký hiệu bài toán (P):

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \to \min,$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n = b_i, i = 1, 2, ..., m,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, ..., n,$$

là bài toán, ký hiệu bài toán (Q):

$$g(y) = b_1y_1 + b_2y_2 + ... + b_my_m \to \max,$$

$$a_{1j}y_1 + a_{2j}y_2 + ... + a_{mj}y_m \leq c_j, j = 1, 2, ..., n.$$

Ở đây, do các ràng buộc chính có dấu "=" nên các biến đối ngẫu tương ứng không có ràng buộc về dấu (các biến y_i có dấu tùy ý). Dưới dạng véctơ -ma trận, ta có thể viết.
Bài toán gốc:

$$f(x) =< c, x >\to \min$$

$$\text{Ax} = b, x \geq 0.$$

Bài toán đối ngẫu:

$$g(y) =< b, y >\to \max$$

$$A^T y \leq c.$$

Định lý 1.5. *(Đối ngẫu yếu) Nếu x là một phương án bất kỳ của bài toán gốc (P) và y là một phương án bất kỳ của bài toán đối ngẫu (Q) thì*

$$f(x) = c_1x_1 + ... + c_nx_n \geq g(y) = b_1y_1 + ... + b_my_m.$$

Thật vậy, do x là phương án của bài toán (P) và y là phương án của bài toán (Q) nên Ax = b, $A^T y \leq c, x \geq 0$. Từ đó ta có

$$f(x) = \langle c, x\rangle \geq \left\langle A^T y, x\right\rangle = \langle y, \text{Ax}\rangle = \langle y, b\rangle = g(y).$$