ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CNTT&TT

Đặng Ngọc Linh

ỨNG DỤNG ĐẠI SỐ GIA TỬ TRONG ĐIỀU KHIỂN LÒ ĐIỆN TRỞ

Chuyên ngành: Khoa học máy tính
Mã số: 60 48 01

LUẬN VĂN THẠC SĨ CHUYÊN NGÀNH KHOA HỌC MÁY TÍNH

Người hướng dẫn khoa học: **TS. Vũ Như Lân**

Thái Nguyên - 2012

MỞ ĐẦU

Ngày nay, cùng với sự phát triển của công nghệ,trào lưu ứng dụng,cài đặt tri thức vào sản phẩm,trong đó có những sản phẩm có hàm lượng trí tuệ cao dựa trên quá trình điều khiển mờ trở thành nhu cầu cấp thiết. Một trong những vấn đề quan trọng trong điều khiển là việc tự động điều chỉnh độ ổn định và sai số là ít nhất trong khoảng thời gian điều khiển là ngắn nhất, trong đó phải kể đến các hệ thống điều khiển mờ đang được sử dụng rất rộng rãi hiện nay.

Con người suy nghĩ, tư duy và giao tiếp với nhau chủ yếu bằng ngôn ngữ. Để hiểu được nhau nhiều hơn, phương tiện giao tiếp này phải mang tính biểu cảm và đa nghĩa. Như vậy ngôn ngữ hàm chứa bên trong nó một vùng tối bao gồm tính bất định, tính không chính xác, mơ hồ… Nhiều công cụ xử lý thông tin ngôn ngữ đã cho phép đưa vùng tối đó ra ánh sáng. Một trong những công cụ có khả năng này là logic mờ , một loại logic cho phép suy luận lỏng lẻo, tạo ra các quyết định hợp lý, mở ra một hướng hoàn toàn mới cho vấn đề xử lý thông tin không chính xác. Từ đây, công nghệ thông tin có một nền tảng tri thức mới để đi lên. Tuy nhiên bên cạnh tính không chính xác, bất định,…ngôn ngữ còn có cấu trúc. Phát hiện này được công bố vào những năm 1990 với tên gọi là Đại số gia tử (ĐSGT). Đây là một công cụ mới khác hẳn logic mờ, cho phép suy luận trên cơ sở tôn trọng thứ tự ngữ nghĩa trong ngôn ngữ. Vì vậy có khả năng đưa ra quyết định hợp lý và tinh tế không kém logic mờ.

Mặc dù logic mờ và lý thuyết mờ đã chiếm một vị trí vô cùng quan trọng trong kỹ thuật điều khiển. Tuy nhiên, nhiều bài toán điều khiển đòi hỏi tính trật tự theo ngữ nghĩa của hệ luật điều khiển. Điều này lý thuyết mờ chưa đáp ứng được đầy đủ. Để khác phục khó khăn này, trong luận văn này đề cập đến lý thuyết đại số gia tử [9], [10], [11], [12], một công cụ đảm bảo tính trật tự ngữ nghĩa, hỗ trợ cho logic mờ trong các bài toán suy luận nói chung và điều khiển mờ nói riêng. Có thể thấy đây là một sự cố gắng lớn nhằm mở ra một hướng giải quyết mới cho xử lý biến ngôn ngữ tự nhiên và vấn đề tư duy trực cảm.

Một vấn đề đặt ra là liệu có thể đưa lý thuyết đại số gia tử với tính ưu việt về suy luận xấp xỉ so với các lý thuyết khác vào bài toán điều khiển và liệu sẽ có được sự thành công như các lý thuyết khác đã có hay không?

Luận văn này cho thấy rằng có thể sử dụng công cụ đại số gia tử cho nhiều lĩnh vực công nghệ khác nhau và một trong những số đó là công nghệ điều khiển trên cơ sở tri thức chuyên gia,đưa ra vấn đề kết hợp tính thứ tự về ngữ nghĩa trong ngôn ngữ trong quá trình suy luận và ứng dụng trong bài toán điều khiển lò nhiệt, một đối tượng phổ biến trong công nghiệp. Luận văn nghiên cứu khả năng thay thế một số bộ điều khiển thường được dùng trong công nghiệp bằng bộ điều khiển sử dụng đại số gia tử .

Phần nội dung của bản luận văn gồm 4 chương:

Chương 1: Giới thiệu cơ sở lý thuyết mờ và logic mờ

Chương 2: Giới thiệu về nguyên tắc điều khiển bằng logic mờ

Chương 3: Cơ sở lý thuyết của đại số gia tử và suy luận mờ

Chương 4: Áp dụng cơ sở lý thuyết của đại số gia tử cho bài toán điều khiển

Do trình độ và thời gian hạn chế, tôi rất mong nhận được những ý kiến góp ý của các thầy giáo, cô giáo và các ý kiến đóng góp của đồng nghiệp.

Đặc biệt, tôi xin chân thành cảm ơn sự hướng dẫn tận tình của thầy giáo hướng dẫn **TS. Vũ Như Lân** và sự giúp đỡ của các thầy cô giáo trong Viện Công nghệ thông tin, Đại học Công nghệ Thông tin và Truyền thông – Đại học Thái Nguyên, Phòng thực hành triển khai công nghệ thông tin và truyền thông - Đại học Công nghệ Thông tin và Truyền thông và các bạn bè đồng nghiệp.

CHƯƠNG I
GIỚI THIỆU CƠ SỞ LÝ THUYẾT MỜ VÀ LOGIC MỜ

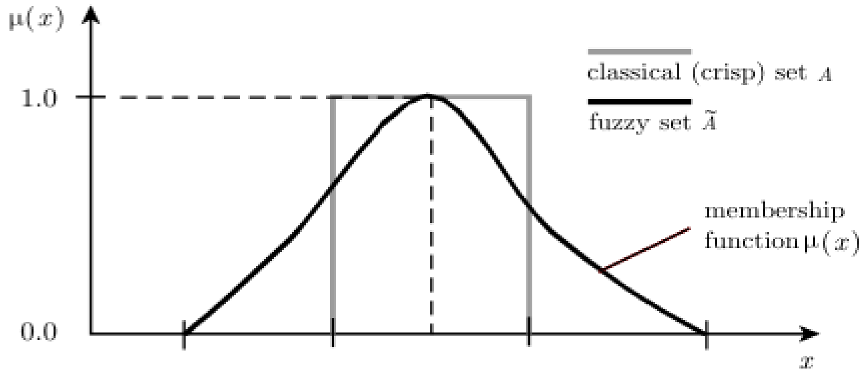
1.1. KHÁI NIỆM VỀ TẬP MỜ VÀ LOGIC MỜ

1.1.1. Định nghĩa tập mờ

Một tập hợp mờ A trên một tập hợp cổ điển X được định nghĩa như sau:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in \mathrm{X}\} \qquad (1.1)$$

Hàm liên thuộc $\mu_A(x)$ lượng hóa mức độ mà các phần tử x thuộc về tập cơ sở X. Nếu hàm cho kết quả 0 đối với một phần tử thì phần tử đó không có trong tập đã cho, kết quả 1 mô tả một thành viên toàn phần của tập hợp. Các giá trị trong khoảng mở từ 0 đến 1 đặc trưng cho các thành viên mờ.



Hình 1.1 :Tập mờ và tập rõ

Hàm liên thuộc $\mu_A(x)$ thỏa mãn các điều kiện sau

$$\mu_A(x) \geq 0 \qquad \forall x \in \mathrm{X}$$
$$\sup_{x\in X}[\mu_A(x)] = 1 \qquad (1.2)$$

1.1.2. Độ cao, miền xác định và miền tin cậy của tập mờ

Trong các ví dụ trên, các hàm thuộc đều có độ cao bằng 1. Điều đó nói rằng các tập mờ đó đều có ít nhất một phần tử có độ phụ thuộc bằng 1. Trong thực tế, không phải tập mờ nào cũng có độ phụ thuộc bằng 1, tương ứng với điều đó thì không phải mọi hàm thuộc đều có độ cao bằng 1.

Định nghĩa: Độ cao của một tập mờ F (định nghĩa trên tập nền X) là giá trị:

$$h = \sup_{x\in X} \mu_F(x)$$

Ký hiệu $\sup_{x \in X} \mu_F(x)$ chỉ giá trị nhỏ nhất trong các giá trị chặn trên của hàm $\mu_F(x)$. Một tập mờ với ít nhất một phần tử có độ phụ thuộc bằng 1 được gọi là ***tập mờ chính tắc***, tức là h = 1. Ngược lại, một tập mờ với h < 1 được gọi là ***tập mờ không chính tắc***.

Bên cạnh khái niệm về độ cao, mỗi tập mờ F còn có hai khái niệm quan trọng khác là:

+ Miền xác định và

+ Miền tin cậy

Định nghĩa 1.1.2.1: Miền xác định của tập mờ F (định nghĩa trên tập nền X), được ký hiệu bởi S là tập con của X thoả mãn:

$$S = \text{supp } \mu_F(x) = \{x \in X \mid \mu_F(x) > 0\} \quad (1.3)$$

Ký hiệu supp $\mu_F(x)$ (viết tắt của từ tiếng Anh là support) như công thức (1.3) đã chỉ rõ, là tập con trong X chứa các phần tử x mà tại đó hàm $\mu_F(x)$ có giá trị dương.

Định nghĩa 1.1.3.2: Miền tin cậy của tập mờ F (định nghĩa trên tập nền X), được ký hiệu là T, là tập con của X thoả mãn:

$$T = \{x \in X \mid \mu_F(x) = 1\}$$

1.2. CÁC PHÉP TOÁN LOGIC TRÊN TẬP MỜ

Những phép toán cơ bản trên tập mờ là ***phép hợp***, ***phép giao*** và ***phép bù***. Giống như định nghĩa về tập mờ, các phép toán trên tập mờ cũng sẽ được định nghĩa thông qua các hàm thuộc, được xây dựng tương tự như các hàm thuộc của các phép giao, hợp, bù giữa hai tập kinh điển. Nói cách khác, khái niệm xây dựng những phép toán trên tập mờ được hiểu là việc xác định các hàm thuộc cho phép hợp (tuyển) $A \cup B$, giao (hội) $A \cap B$ và bù (phủ định) A^C, … từ những tập mờ A và B.

Một nguyên tắc cơ bản trong việc xây dựng các phép toán trên tập mờ là không được mâu thuẫn với những phép toán đã có trong lý thuyết tập hợp kinh điển. Mặc dù không giống tập hợp kinh điển, hàm thuộc của các tập mờ $A \cup B$, $A \cap B$, A^C, … được định nghĩa cùng với tập mờ, song sẽ không mâu thuẫn với các phép toán tương tự của tập hợp kinh điển nếu như chúng thoả mãn những tính chất tổng quát được phát biểu như "tiên đề" của lý thuyết tập hợp kinh điển.

1.2.1. Phép hợp hai tập mờ

Do trong định nghĩa về tập mờ, hàm thuộc giữ vai trò như một thành phần cấu thành tập mờ nên các tính chất của các tập $A \cup B$ không còn là hiển nhiên nữa. Thay vào đó chúng được sử dụng như những tiên đề để xây dựng phép hợp trên tập mờ.

Định nghĩa 1.2.1.1: Hợp của hai tập mờ A và B có cùng tập nền X là một tập mờ $A \cup B$ cũng xác định trên tập nền X có hàm thuộc $\mu_{A \cup B}(x)$ thoả mãn:

(1) $\mu_{A \cup B}(x)$ chỉ phụ thuộc vào $\mu_A(x)$ và $\mu_B(x)$.

(2) $\mu_B(x) = 0$ với mọi $x \Rightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x)$

(3) $\mu_{A \cup B}(x) = \mu_{B \cup A}(x)$, tức là phép hợp có tính giao hoán.

(4) Phép hợp có tính chất kết hợp, tức là $\mu_{(A \cup B) \cup C}(x) = \mu_{A \cup (B \cup C)}(x)$

(5) Nếu $A_1 \subseteq A_2$ thì $A_1 \cup B \subseteq A_2 \cup B$. Thật vậy, từ $x \in A_1 \cup B$ ta có $x \in A_1$ hoặc $x \in B$ nên cũng có $x \in A_2$ hoặc $x \in B$ hay $x_1 \in A_2 \cup B$. Từ kết luận này ta có:

$$\mu_{A_1}(x) \le \mu_{A_2}(x) \Rightarrow \mu_{A_1 \cup B}(x) \le \mu_{A_2 \cup B}(x)$$

Có thể thấy được ***sẽ có nhiều công thức khác nhau được dùng để tính hàm thuộc*** $\boldsymbol{\mu_{A \cup B}(x)}$ ***cho hợp hai tập mờ***. Chẳng hạn một số công thức sau có thể được sử dụng để định nghĩa hàm $\mu_{A \cup B}(x)$ của phép hợp giữa hai tập mờ.

(1)	$\mu_{A \cup B}(x) =$	$\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$	luật lấy max	(1.4)
(2)	$\mu_{A \cup B}(x) =$	$\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$	khi $\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = 0$	(1.5)
		1	khi $\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \neq 0$	(1.6)
(3)	$\mu_{A \cup B}(x) =$	$\min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$	phép hợp Lukasiewicz	(1.7)
(4)	$\mu_{A \cup B}(x) =$	$\dfrac{\mu_A(x) + \mu_B(x)}{1 + \mu_A(x) + \mu_B(x)}$	tổng Einstein	(1.8)
(5)	$\mu_{A \cup B}(x) =$	$\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)$	tổng trực tiếp	(1.9)

Tổng quát: Bất kỳ một ánh xạ dạng: $\mu_{A \cup B}(x): X \to [0, 1]$

Nếu thoả mãn 5 tiêu chuẩn đã nêu ra trong định nghĩa 1.2.1.1 đều được xem như là hợp của hai tập mờ A và B có chung tập nền X. Điều này nói rằng sẽ tồn tại rất nhiều cách xác định hợp của hai tập mờ và cho một bài toán điều khiển mờ có thể có nhiều lời giải khác nhau khi ta sử dụng các phép hợp hai tập mờ khác nhau.

Để tránh những mâu thuẫn xảy ra trong kết quả, nhất thiết trong một bài toán điều khiển ta chỉ nên thống nhất sử dụng một loại công thức cho phép hợp.

Các công thức ví dụ về phép hợp giữa hai tập mờ trên (1.4 – 1.9) cũng được mở rộng để áp dụng cho việc xác định hợp của hai tập mờ không cùng tập nền bằng cách đưa cả hai tập mờ về chung một tập nền là tích của hai tập nền đã cho.

Hợp hai tập mờ theo luật max

Hợp của hai tập mờ A với hàm thuộc $\mu_A(x)$ (định nghĩa trên tập nền M) và B với hàm thuộc $\mu_B(y)$ (định nghĩa trên tập nền N) theo luật max là một tập mờ được xác định trên tập nền M×N với hàm thuộc:

$$\mu_{\underline{A}\cup\underline{B}}(x, y) = \max\{\mu_{\underline{A}}(x, y), \mu_{\underline{B}}(x, y)\} = \max\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

Trong đó:

$\mu_{\underline{A}}(x, y) = \mu_A(x)$ với mọi $y \in N$

$\mu_{\underline{B}}(x, y) = \mu_B(y)$ với mọi $x \in M$

Hợp hai tập mờ theo luật sum (Lukasiewicz)

Hợp của hai tập mờ A với hàm thuộc $\mu_A(x)$ (định nghĩa trên tập nền M) và B với hàm thuộc $\mu_B(y)$ (định nghĩa trên tập nền N) theo luật sum (Lukasiewicz) là một tập mờ được xác định trên tập nền M×N với hàm thuộc:

$$\mu_{\underline{A}\cup\underline{B}}(x, y) = \min\{1, \mu_{\underline{A}}(x, y)+\mu_{\underline{B}}(x, y)\}$$

Trong đó:

$\mu_{\underline{A}}(x, y) = \mu_A(x)$ với mọi $y \in N$

$\mu_{\underline{B}}(x, y) = \mu_B(y)$ với mọi $x \in M$

Một cách tổng quát, do hàm $\mu_{\underline{A}\cup\underline{B}}(x, y)$ của hai tập mờ A, B không cùng không gian nền, chỉ phụ thuộc vào giá trị các hàm $\mu_A(x) \in [0, 1]$ và $\mu_B(y) \in [0, 1]$ nên ta có thể xem $\mu_{\underline{A}\cup\underline{B}}(x, y)$ là hàm của hai biến μ_A, μ_B được định nghĩa như sau:

$$\mu_{\underline{A}\cup\underline{B}}(x, y) = \mu(\mu_A, \mu_B): [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$$

Cuối cùng, ta định nghĩa về hàm thuộc $\mu(\mu_A, \mu_B)$ của hai tập mờ A, B không cùng không gian nền:

Định nghĩa 1.2.1.2: Hàm thuộc của hợp giữa hai tập mờ A với $\mu_A(x)$ định nghĩa trên tập nền M và B với $\mu_B(y)$ định nghĩa trên tập nền N là một hàm hai biến $\mu(\mu_A, \mu_B): [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ xác định trên nền M×N thoả mãn:

(1) $\mu_B = 0 \Rightarrow \quad \mu(\mu_A, \mu_B) = \mu_A$

(2) $\mu(\mu_A, \mu_B) = \mu(\mu_B, \mu_A)$, tức là có tính giao hoán.

(3) $\mu(\mu_A, \mu(\mu_B, \mu_C)) = \mu(\mu(\mu_A, \mu_B), \mu_C)$, tức là có tính kết hợp.

(4) $\mu(\mu_A, \mu_B) \leq \mu(\mu_C, \mu_D)$, $\forall \mu_A \leq \mu_C$, $\mu_B \leq \mu_D$, tức là có tính không giảm.

Một hàm hai biến $\mu(\mu_A, \mu_B)$: $[0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ thoả mãn các điều kiện của ***định nghĩa 1.2.1.2*** còn được gọi là ***t-đối chuẩn*** (***t-conorm***).

1.2.2. Phép giao hai tập mờ

Như đã đề cập, phép giao $A \cap B$ trên tập mờ phải được định nghĩa sao cho không mâu thuẫn với phép giao của tập hợp kinh điển và yêu cầu này sẽ được thoả mãn nếu chúng có được các tính chất tổng quát của tập kinh điển $A \cap B$.

Giống như với phép hợp hai tập mờ, phép giao hai tập mờ trên tập nền tổng quát hoá những tính chất của tập kinh điển $A \cap B$ cũng thỉ được thực hiện một cách trực tiếp nêu hai tập mờ đó có cùng tập nền. Trong trường hợp chúng không cùng một tập nền thì phải đưa chúng về một tập nền mới là tập tích của hai tập nền đã cho.

Định nghĩa 1.2.2.1: Giao của hai tập mờ A và B có cùng tập nền X là một tập mờ cũng được xác định trên tập nền X với hàm thuộc thoả mãn:

(1) $\mu_{A \cap B}(x)$ chỉ phụ thuộc vào $\mu_A(x)$ và $\mu_B(x)$.

(2) $\mu_B(x) = 1$ với mọi $x \Rightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x)$

(3) $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_{B \cap A}(x)$, tức là phép hợp có tính giao hoán.

(4) Phép hợp có tính chất kết hợp, tức là $\mu_{(A \cap B) \cap C}(x) = \mu_{A \cap (B \cap C)}(x)$

(5) $\mu_{A_1}(x) \leq \mu_{A_2}(x) \Rightarrow \mu_{A_1 \cap B}(x) \leq \mu_{A_2 \cap B}(x)$, tức là hàm không giảm.

Tương tự như với phép hợp giữa hai tập mờ, có nhiều công thức khác nhau để tính hàm thuộc $\mu_{A \cap B}(x)$ của giao hai tập mờ và bất kỳ một ánh xạ $\mu_{A \cap B}(x)$: $X \rightarrow [0, 1]$ nào thoả mãn các tiêu chuẩn đã nêu trong định nghĩa trên đều được xem như là hàm thuộc của giao hai tập mờ A và B có cùng tập nền X.

Các công thức thường dùng để tính hàm thuộc $\mu_{A \cap B}(x)$ của phép giao gồm:

(1) $\mu_{A \cap B}(x) = \quad \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ (1.10)

(2) $\mu_{A \cup B}(x) = \quad \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ khi $\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = 1$ (1.11)

$\quad 0$ khi $\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \neq 1$ (1.12)

(3) $\mu_{A \cup B}(x) = \quad \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$phép giao Lukasiewicz (1.13)

(4) $\mu_{A\cap B}(x) = \dfrac{\mu_A(x)\mu_B(x)}{1-(\mu_A(x)+\mu_B(x))-\mu_A(x)\mu_B(x)}$ tích Einstein (1.14)

(5) $\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x)\mu_B(x)$ tích đại số (1.15)

Chú ý: Luật **min** (1.10) và tích đại số là hai luật xác định hàm thuộc giao hai tập mờ được sử dụng nhiều hơn cả trong kỹ thuật điều khiển mờ.

Việc có nhiều công thức xác định hàm thuộc của giao hai tập mờ đưa đến khả năng một bài toán điều khiển mờ có nhiều lời giải khác nhau.

Để tránh những kết quả mâu thuẫn có thể xảy ra, nhất thiết trong một bài toán điều khiển mờ, ta chỉ nên thống nhất sử dụng một hàm thuộc cho phép giao.

Các công thức (1.10) – (1.15) cũng được áp dụng cho hai tập mờ không cùng không gian nền bằng cách đưa cả hai tập mờ về chung một tập nền là tích của hai tập nền đã cho.

Giao hai tập mờ theo luật min

Giao của tập mờ A có hàm thuộc là $\mu_A(x)$ định nghĩa trên tập nền M và tập mờ B có hàm thuộc là $\mu_B(x)$ định nghĩa trên tập nền N là một tập mờ được xác định trên tập nền MxN có hàm thuộc:

$$\mu_{\underline{A}\cap\underline{B}}(x, y) = \min\{\mu_{\underline{A}}(x, y), \mu_{\underline{B}}(x, y)\} = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

Trong đó:

$\mu_{\underline{A}}(x, y) = \mu_A(x)$ với mọi $y\in N$

$\mu_{\underline{B}}(x, y) = \mu_B(y)$ với mọi $x\in M$

Giao hai tập mờ theo luật tích đại số

Giao của tập mờ A có hàm thuộc là $\mu_A(x)$ định nghĩa trên tập nền M và tập mờ B có hàm thuộc là $\mu_B(x)$ định nghĩa trên tập nền N là một tập mờ được xác định trên tập nền M×N có hàm thuộc:

$$\mu_{\underline{A}\cap\underline{B}}(x, y) = \mu_{\underline{A}}(x, y)\mu_{\underline{B}}(x, y)$$

Trong đó:

$\mu_{\underline{A}}(x, y) = \mu_A(x)$ với mọi $y\in N$

$\mu_{\underline{B}}(x, y) = \mu_B(y)$ với mọi $x\in M$

Một cách tổng quát, do hàm $\mu_{\underline{A}\cap\underline{B}}(x, y)$ của hai tập mờ A, B không cùng không gian nền, chỉ phụ thuộc vào giá trị các hàm $\mu_A(x)\in[0, 1]$ và $\mu_B(y)\in[0, 1]$. Do đó, không mất tính tổng quát nếu xem $\mu_{\underline{A}\cup\underline{B}}(x, y)$ là hàm của hai biến μ_A và μ_B được định nghĩa như sau:

$$\mu_{\underline{A}\cap\underline{B}}(x, y) = \mu(\mu_A, \mu_B): [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$$

Cuối cùng, ta định nghĩa về hàm thuộc $\mu(\mu_A, \mu_B)$ của hai tập mờ A, B không cùng không gian nền:

Định nghĩa 1.2.2.2: Hàm thuộc của giao giữa hai tập mờ A với $\mu_A(x)$ định nghĩa trên tập nền M và B với $\mu_B(y)$ định nghĩa trên tập nền N là một hàm hai biến $\mu(\mu_A, \mu_B): [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ xác định trên nền M×N thoả mãn:

(1) $\mu_B = 1 \Rightarrow \quad \mu(\mu_A, \mu_B) = \mu_A$

(2) $\mu(\mu_A, \mu_B) = \mu(\mu_B, \mu_A)$, tức là có tính giao hoán.

(3) $\mu(\mu_A, \mu(\mu_B, \mu_C)) = \mu(\mu(\mu_A, \mu_B), \mu_C)$, tức là có tính kết hợp.

(4) $\mu(\mu_A, \mu_B) \leq \mu(\mu_C, \mu_D), \forall \mu_A \leq \mu_C, \mu_B \leq \mu_D$, tức là có tính không giảm.

Một hàm hai biến $\mu(\mu_A, \mu_B): [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ thoả mãn các điều kiện của trên được gọi là ***t-chuẩn*** (***t-norm***).

1.2.3. Phép bù của một tập mờ

Phép bù (còn gọi là phép phủ định) của một tập mờ được suy ra từ các tính chất của phép bù trong lý thuyết tập hợp kinh điển như sau:

Định nghĩa 1.2.3.1: Tập bù của tập mờ A định nghĩa trên tập nền X là một tập mờ A^C cũng xác định trên tập nền X với hàm thuộc thoả mãn:

(1) $\mu_{A^C}(x)$ chỉ phụ thuộc vào $\mu_A(x)$

(2) Nếu $x \in A$ thì $x \notin A^C$, hay: $\mu_A(x) = 1 \Rightarrow \mu_{A^C}(x) = 0$

(3) Nếu $x \notin A$ thì $x \in A^C$, hay: $\mu_A(x) = 0 \Rightarrow \mu_{A^C}(x) = 1$

(4) Nếu $A \subseteq B$ thì $A^C \supseteq B^C$, tức là: $\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \Rightarrow \mu_{A^C}(x) \geq \mu_{B^C}(x)$

Do hàm thuộc $\mu_{A^C}(x)$ của A^C chỉ phụ thuộc vào $\mu_A(x)$ nên ta có thể xem $\mu_{A^C}(x)$ như một hàm $\mu_A \in [0, 1]$. Từ đó định nghĩa tổng quát về phép bù mờ như sau:

Định nghĩa 1.2.3.2: Tập bù của tập mờ A định nghĩa trên tập nền X là một tập mờ A^C cũng xác định trên tập nền X với hàm thuộc:

$$\mu(\mu_A): [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$