ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

Trần Đức Thụ

HÀM RBF VÀ MỘT SỐ ỨNG DỤNG TRONG ĐỒ HỌA MÁY TÍNH

Chuyên nghành: Khoa học máy tính

Mã số: 60.48.01

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC MÁY TÍNH

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS.TS. Đặng Quang Á

Thái Nguyên 2009

DANH MỤC CÁC TỪ VIẾT TẮT:

IMQ: Inverse Multi Quadric

MQ: Multi Quadric

RBF: Radian Basic Function

DANH MỤC BẢNG

DANH MỤC HÌNH VẼ

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

Ngày nay với sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ thông tin, con người đã ứng dụng những thành tựu của nó trong rất nhiều lĩnh vực khác nhau. Máy tính đã trở thành một công cụ hỗ trợ đắc lực cho con người trong việc xử lý dữ liệu một cách nhanh chóng và chính xác.

Đồ họa máy tính là một lĩnh vực của khoa học máy tính nghiên cứu các phương pháp và kỹ thuật biểu diễn và thao tác các dữ liệu số hóa của các vật thể trong thực tế. Lĩnh vực này được phát triển dựa trên nền tảng của hình học họa hình, hình học tính toán, hình học vi phân cùng nhiều kiến thức toán học của đại số và giải tích, cũng như các thành tựu của phần cứng máy tính.

Thuật ngữ "đồ họa máy tính" (computer graphics) được đề xuất bởi một chuyên gia người Mỹ tên là William Fetter vào năm 1960. Khi đó ông đang nghiên cứu xây dựng mô hình buồng lái máy bay cho hãng Boeing. William Fetter đã dựa trên các hình ảnh 3 chiều của mô hình người phi công trong buồng lái để xây dựng nên mô hình buồng lái tối ưu cho máy bay Boeing. Đây là phương pháp nghiên cứu rất mới vào thời kỳ đó.

Trong đồ họa máy tính bài toán khôi phục và biểu diễn các đối tượng 3D là một trong các bài toán cơ bản. Công cụ quan trọng để giải quyết bài toán này là lý thuyết nội suy hàm số nhiều biến. Để nội suy hàm số từ một tập điểm đã biết thông thường người ta sử dụng các hàm ghép trơn (spline) và các biến dạng của nó. Từ khoảng hai chục năm nay người ta đã và đang phát triển một kỹ thuật nội suy mới có độ chính xác cao. Đó là nội suy bởi hàm cơ sở bán kính (radial basis functions) viết tắt là RBF. Phương pháp nội suy này đã được sử dụng trong nhiều lĩnh vực của CNTT như xử lý tín hiệu, xử lý ảnh và lý thuyết điều khiển. Một số phần mềm về hàm RBF và các ứng dụng cũng đã được phát triển.

Luận văn gồm có ba chương:

Chương 1: Trình bày một số kiến thức cơ bản về hàm RBF. Những tính chất của hàm RBF được áp dụng cho bài toán nội suy dữ liệu rời rạc. Đây là những kiến thức cơ sở rất quan trọng. Tìm hiểu về bài toán khôi phục và biểu diễn các đối tượng 3D.

Chương 2: Nghiên cứu ứng dụng hàm RBF vào bài toán khôi phục và biểu diễn các đối tượng 3D

Chương 3: Tiến hành khai thác phần mềm FASTRBF.

Em xin được bày tỏ lòng biết ơn đến thầy giáo **PGS.TS. Đặng Quang Á** đã tận tình hướng dẫn em hoàn thành luận văn này. Em cũng xin chân thành cảm ơn các thầy cô giáo, bạn bè, đồng nghiệp, Khoa Công nghệ Thông tin – Đại học Thái Nguyên và Trường Cao đẳng Công nghiệp Việt Đức (Thái Nguyên) đã động viên, giúp đỡ em trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Thái Nguyên, ngày 30 tháng 10 năm 2009

TÁC GIẢ

Chương 1: KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

Trong chương này, chúng tôi trình bày các kiến thức cơ sở về hàm cơ sở bán kính (RBF), bài toán khôi phục và biểu diễn các đối tượng 3D.

1.1. Hàm cơ sở bán kính (RBF):

1.1.1 Nội suy dữ liệu rời rạc:

Trong nhiều vấn đề khoa học kỹ thuật cần giải bài toán: Cho tập dữ liệu (gồm các kết quả đo đạc và vị trí thu được những kết quả đó), yêu cầu tìm một quy tắc cho phép suy diễn thông tin từ những kết quả đã có. Vì vậy ta mong muốn tìm một hàm "đủ tốt" phù hợp với tập dữ liệu đã có. Có nhiều cách để quyết định thế nào là tốt và một trong các tiêu chuẩn là muốn hàm xấp xỉ có giá trị chính xác với những kết quả đo đạc được tại những vị trí đã cho – Đáp ứng tiêu chuẩn này gọi là bài toán nội suy. Và nếu những vị trí mà đã cho kết quả đo đạc không nằm trên một lưới chuẩn thì tiến trình trên gọi là nội suy dữ liệu rời rạc. Chính xác hơn ta có:

Bài toán 1.1 *Cho tập dữ liệu* $(x_j, y_j),\ j=1,...,n$ với $x_j \in \mathrm{R}^s,\ y_j \in \mathrm{R}$. *Tìm một hàm (liên tục)* P_f *thỏa mãn:*

$$P_f(x_j) = y_j,\ j=1,\ldots,n \tag{1.1}$$

Ý tưởng chung để giải quyết bài toán nội suy là tìm hàm P_f dưới dạng tổ hợp tuyến tính của hệ hàm cơ sở $\{B_k\}_{k=1}^n$, nghĩa là:

$$P_f(x) = \sum_{k=1}^{n} c_k B_k(x),\ x \in \mathrm{R}^s \tag{1.2}$$

Từ đó, thay điều kiện (1.1) dẫn đến việc giải hệ phương trình đại số tuyến tính để xác định các hệ số $\{c_k\}_{k=1}^n$:

$$Ac = y \tag{1.3}$$

Trong đó $A_{jk} = B_k(x_j);\ j,k = 1,...,n$; $c = (c_1,...,c_n)^T$; $y = (y_1,...,y_n)^T$

Bài toán 1.1 sẽ được đặt đúng, nghĩa là tồn tại và duy nhất nghiệm, khi và chỉ khi ma trận *A* không suy biến.

Trong trường hợp một chiều, ta luôn xây dựng được đa thức nội suy bậc *n – 1* cho *n* điểm nội suy phân biệt tùy ý. Tuy nhiên khi $s \geq 2$, ta có kết quả phủ định sau:

Định lý 1.1 (Mairhuber-Curtis) *Nếu $\Omega \subset \mathbb{R}^s$, $s \geq 2$ chứa một điểm trong thì trong Ω không tồn tại không gian Haar các hàm liên tục, trừ trường hợp không gian một chiều.*

Trong đó, không gian Haar được định nghĩa như sau:

Định nghĩa 1.1 *Cho không gian hàm tuyến tính hữu hạn chiều $B \subset C(\Omega)$. Gọi $\{B_1, B_2, ..., B_n\}$ là một cơ sở của B. Khi đó B được gọi là không gian Haar trên Ω nếu $\det(A) \neq 0$ với mọi tập các điểm phân biệt $\{x_1, x_2, ..., x_n\} \subset \Omega$. Ở đây ma trận A là ma trận được xây dựng bởi $A_{j,k} = B_k(x_j)$; $j, k = 1, ..., n$.*

Sự tồn tại của không gian Haar đảm bảo tính khả nghịch của ma trận nội suy, nghĩa là tồn tại duy nhất nghiệm của bài toán nội suy 1.1. Không gian các đa thức một biến bậc $n-1$ chính là không gian Haar *n* chiều với tập dữ liệu (x_j, y_j), $j = 1, ..., n$, $x_j \in \mathbb{R}$, $y_j \in \mathbb{R}$. Cơ sở chính tắc của không gian này là $\{B_1 = 1, B_2 = x, B_3 = x^2, ..., B_n = x^{n-1}\}$.

Định lý trên cho thấy, để giải quyết bài toán nội suy dữ liệu rời rạc trong không gian nhiều chiều chúng ta không thể xây dựng trước tập các hàm cơ sở không phụ thuộc dữ liệu. Để giải quyết vấn đề không suy biến của ma trận *A*, ta cần một phương pháp khác để xây dựng hàm nội suy. Thay vì sử dụng biểu diễn tuyến tính thông qua một hệ hàm cơ sở không phụ thuộc dữ liệu, ta biểu diễn tuyến tính thông qua một hàm đơn phụ thuộc dữ liệu đã cho, có tính khoảng cách, đối xứng với tâm nào đó của dữ liệu tương ứng. Phương pháp này được đề xuất bởi R.L Hardy năm 1971 và được gọi là phương pháp hàm cở sở bán kính.

1.1.2 Ma trận và hàm xác định dương:

Định nghĩa 1.2 *Ma trận giá trị thực, đối xứng A được gọi là nửa xác định dương nếu dạng toàn phương tương ứng là không âm:*

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_j c_k A_{jk} \geq 0 \tag{1.4}$$

với $c = (c_1,...,c_n)^T \in \mathrm{R}^n$. *Nếu dấu bằng chỉ xảy ra khi và chỉ khi* $c = (0,...,0)^T$ *thì ma trận A được gọi là xác định dương.*

Tính chất quan trọng của ma trận xác định dương là nó có tất cả các giá trị riêng đều dương và không suy biến.

Nếu hệ hàm cơ sở $\{B_k\}_{k=1}^{n}$ trong khai triển (1.2) làm cho ma trận nội suy xác định dương thì bài toán nội suy được đặt đúng. Hàm xác định dương được định nghĩa như sau:

Định nghĩa 1.3 *Hàm liên tục* Φ: $\mathrm{R}^s \mapsto R$ *là xác định đương khi và chỉ khi nó là hàm chẵn và thỏa mãn:*

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_j c_k \Phi(x_j - x_k) \geq 0 \tag{1.5}$$

với mọi n điểm đôi một khác nhau $x_1,...,x_n \in \mathrm{R}^s$ *và* $c = (c_1,...,c_n)^T \in \mathrm{R}^n$.

Hàm Φ *gọi là xác định dương chặt nếu dấu bằng của (1.5) xảy ra khi và chỉ khi* $c = (0,...,0)^T$.

Từ định nghĩa 1.3 và tính chất của ma trận xác định dương ta thấy, có thể sử dụng các hàm xác định dương chặt $B_k = \Phi(x - x_k)$ làm hệ hàm cơ sở, và khi đó ta có:

$$P_f(x) = \sum_{k=1}^{n} c_k \Phi(x - x_k) \tag{1.6}$$

Ma trận nội suy trở thành: