

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

LƯƠNG TRIỀU DUY

**PHƯƠNG PHÁP LẬP SONG SONG
GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN BIÊN
DỰA TRÊN CHIA MIỀN**

**Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60.46.01.12**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: TS. VŨ VINH QUANG

Thái Nguyên - 2012

MỤC LỤC

LỜI CẢM ƠN.....	1
LỜI NÓI ĐẦU	2
Chương 1: CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ XỬ LÝ SONG SONG VÀ GIẢI SỐ PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG.....	4
1.1. Các kiến thức cơ bản về lý thuyết xử lý song song	4
1.1.1 Định nghĩa.....	4
1.1.2 Đánh giá các chương trình song song.....	5
1.1.3 Thuật toán song song	7
1.1.4 Các cách tiếp cận trong thiết kế	8
1.1.5 Phân tích và đánh giá thuật toán song song.....	8
1.2 Các kiến thức cơ bản về giải số phương trình đạo hàm riêng.....	11
1.2.1 Phương pháp sai phân	11
1.2.2 Thuật toán thu gọn khối lượng tính toán	14
1.3 Giới thiệu thư viện TK2004	24
1.3.1 Bài toán biên Diricchlet.....	24
1.3.2 Bài toán biên hỗn hợp.....	26
Chương 2: PHƯƠNG PHÁP LẬP SONG SONG DỰA TRÊN TU TƯỢNG CHIA MIỀN	29
2.1 Cơ sở của phương pháp chia miền	29
2.2 Một số thuật toán chia miền	30
2.2.1 Thuật toán chia miền Patrick le Talle.....	30
2.2.2 Thuật chia miền J.R.Rice, E.A. Vavalis, Daopi Yang.	32
2.2.3. Thuật toán chia miền Saito – Fujita.....	34
2.3 Các sơ đồ lập song song dựa trên chia miền.....	36
2.3.1 Phương pháp lập chắn lẻ QD1.....	36
2.3.2 Phương pháp song song QD2.....	43

2.4 Mô hình bài toán biên gián đoạn.....	47
2.4.1 Phương pháp lặp tuần tự	48
2.4.2 Phương pháp lặp chặn lẻ QD3	51
PHẦN KẾT LUẬN.....	55
TÀI LIỆU THAM KHẢO	56

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1: $u^*(x, y) = e^x \log(y + 5) - \sin y \log(x + 6)$	40
Bảng 2: $u^*(x, y) = x^3 + ye^x + y^3 + xe^{-y}$	41
Bảng 3: $u^*(x, y) = \sin x \sin y$	42
Bảng 4: $u^*(x, y) = e^x \log(y + 5) - \sin y \log(x + 6)$	46
Bảng 5: $u^*(x, y) = x^3 + ye^x + y^3 + xe^{-y}$	46
Bảng 6: Kết quả thực nghiệm của ví dụ 1	49
Bảng 7: Kết quả thực nghiệm của ví dụ 2	50

DANH MỤC CÁC HÌNH

Hình 1	29
Hình 2	36
Hình 3: Đồ thị nghiệm xấp xỉ.....	40
Hình 4: Đồ thị nghiệm xấp xỉ.....	41
Hình 5: Đồ thị nghiệm xấp xỉ.....	42
Hình 6	43
Hình 7: Đồ thị nghiệm xấp xỉ trong ví dụ 1	49
Hình 8: Đồ thị nghiệm xấp xỉ trong ví dụ 2	50

LỜI CẢM ƠN

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học khoa học- Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của TS. Vũ Vinh Quang. Qua đây tác giả xin chân thành cảm ơn sâu sắc đến thầy Vũ Vinh Quang, người đã đưa đề tài và tận tình hướng dẫn trong suốt quá trình nghiên cứu của tôi.

Đồng thời tác giả xin được gửi lời cảm ơn đến các thầy cô trong Khoa Toán - Tin trường Đại học Khoa học - Đại học Thái nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để tác giả hoàn thành bản luận văn này. Tác giả cũng gửi lời cảm ơn đến gia đình, các bạn bè trong lớp Cao học K4C đã động viên giúp đỡ tác giả trong suốt quá trình học tập và làm luận văn.

Tác giả

LỜI NÓI ĐẦU

Trong trường hợp tổng quát, việc tìm nghiệm đúng của lớp các bài toán biên mà chủ yếu là phương trình elliptic cấp hai trong trường hợp điều kiện biên hỗn hợp hoặc hỗn hợp mạnh là không thực hiện được. Việc nghiên cứu giải gần đúng các bài toán biên mà tiêu biểu là các bài toán được biểu diễn bằng các phương trình cấp hai đã và đang là một lĩnh vực rất quan tâm của các nhà toán học. Trong nhiều năm qua đã có nhiều công trình nghiên cứu về lĩnh vực này, mục đích chính của các phương pháp là đưa các bài toán vi phân về các bài toán sai phân để tìm nghiệm xấp xỉ thông qua các thuật toán giải các hệ phương trình đại số. Tuy nhiên khi bài toán biên elliptic với các điều kiện biên phức tạp hoặc hàm nghiệm hoặc đạo hàm của nghiệm gián đoạn trong miền đang xét thì các phương pháp truyền thống sẽ gặp khó khăn. Để giải quyết bài toán trong các trường hợp này thì một trong những phương pháp được biết đến là phương pháp lặp với độ phức tạp tính toán thấp trên tư tưởng của phương pháp chia miền và dựa trên phương pháp này, hướng nghiên cứu hiện nay đang rất phát triển đó là nghiên cứu các sơ đồ tính toán song song giải quyết các mô hình bài toán phức tạp.

Luận văn đặt vấn đề tìm hiểu một số phương pháp lặp giải bài toán elliptic cấp hai trên tư tưởng của thuật toán chia miền. Trên cơ sở các thuật toán chia miền, luận văn đề xuất việc xây dựng một số sơ đồ tính toán song song. Luận văn cấu trúc gồm 2 chương.

Chương 1: Đưa ra các kiến thức cơ bản về lý thuyết tính toán song song, phương pháp sai phân và thuật toán thu gọn khối lượng tính toán và hệ thống thư viện TK2004 giải số các bài toán biên elliptic.

Chương 2: Trình bày tóm tắt cơ sở của phương pháp chia miền. Trên cơ sở các phương pháp đã biết, luận văn đưa ra một số sơ đồ tính toán song song

dựa trên tư tưởng chia miền giải bài toán biên elliptic cấp hai. Tiến hành đánh giá độ phức tạp của thuật toán, cài đặt thử nghiệm trên máy tính điện tử để kiểm tra sự hội tụ của các sơ đồ.

Các kết quả thực nghiệm trong luận văn được cài đặt bằng ngôn ngữ Matlab trên máy tính tuần tự PC.

Chương 1

CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ XỬ LÝ SONG SONG

VÀ GIẢI SỐ PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG

Trong chương này, luận văn sẽ trình bày một số kiến thức cơ bản về lý thuyết xử lý song song, phương pháp sai phân và thư viện TK2004. Đây là các kiến thức quan trọng sẽ được sử dụng trong các chương sau của luận văn. Các kiến thức này được tham khảo từ các tài liệu [1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11].

1.1. Các kiến thức cơ bản về lý thuyết xử lý song song

1.1.1 Định nghĩa: Xử lý song song là quá trình xử lý gồm nhiều tiến trình được kích hoạt đồng thời và cùng tham gia giải quyết một vấn đề, nói chung là thực hiện trên những đa bộ xử lý.

Hiện nay vấn đề xử lý song song đã được hiện thực hóa nhờ những ưu điểm vượt trội của nó.

1. Hiện nay giá thành của phần cứng (CPU) giảm mạnh, tạo điều kiện để xây dựng những hệ thống có nhiều BXL với giá thành hợp lý.

2. Sự phát triển của công nghệ mạch tích hợp VLSI cho phép tạo ra những hệ phức hợp có hàng triệu transistor trên một chip.

3. Tốc độ xử lý của các BXL theo kiểu Von Neumann đã dần tiến tới giới hạn, không thể cải tiến thêm được do vậy dẫn tới đòi hỏi phải thực hiện xử lý song song .

Một trong các mục đích chính của xử lý song song là nghiên cứu và xây dựng những thuật toán thích hợp để cài đặt trên các máy tính song song, nghĩa là phát triển các thuật toán song song. Câu hỏi tự nhiên là đánh giá một thuật toán song song như thế nào được gọi là thích hợp cho xử lý song song? Đối với thuật toán tuần tự thì chúng ta có thể thống nhất cách đánh giá dựa vào

thời gian thực hiện thuật toán, không gian bộ nhớ và khả năng lập trình, v.v. Đánh giá thuật toán song song thì phức tạp hơn nhiều, ngoài những tiêu chuẩn trên còn phải bổ sung thêm những tham số về số BXL, khả năng của các bộ nhớ cục bộ, sơ đồ truyền thông, và các giao thức đồng bộ hoá, v.v.

Để cài đặt các thuật toán song song trên các máy tính song song chúng ta phải sử dụng những ngôn ngữ lập trình song song. Nhiều ngôn ngữ lập trình song song đang được sử dụng như: Fortran 90, nCUBE C, Occam, C-Linda, PVM với C/C++, CDC 6600, v.v.

1.1.2 Đánh giá các chương trình song song

Sau đây chúng ta đưa ra cơ sở của phương pháp đánh giá độ phức tạp của thuật toán song song.

Thời gian thực hiện song song

Để đánh giá được độ phức tạp tính toán của các thuật toán song song, ngoài số bước tính toán chúng ta còn cần đánh giá thời gian truyền thông của các tiến trình. Trong một hệ thống truyền thông, thời gian truyền thông cũng phải được xem trong thời gian thực hiện của thuật toán.

Thời gian thực hiện song song, ký hiệu là t_p gồm hai phần t_{comp} và t_{comm}

$$t_p = t_{comp} + t_{comm}$$

trong đó, t_{comp} là thời gian tính toán và t_{comm} - thời gian truyền thông dữ liệu.

Thời gian tính toán t_{comp} được xác định giống như thuật toán tuần tự. Khi có nhiều tiến trình tiến trình thực hiện đồng thời thì tính thời gian thực hiện của tiến trình phức tạp nhất (thực hiện lâu nhất). Trong phân tích độ phức tạp tính toán, chúng ta luôn giả thiết rằng, tất cả các bộ xử lý là giống nhau và thao tác cùng một tốc độ như nhau. Đối với những cụm máy tính không thuần nhất thì điều này không đảm bảo do vậy, việc đánh giá thời gian tính toán của những hệ như thế là rất phức tạp.