

# CÁC DẠNG HOẠT ĐỘNG NHẬN THỨC TOÁN HỌC VÀ TRI THỨC ĐỊNH HƯỚNG TRONG TIẾP CẬN HỆ THỐNG PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC TÍCH CỰC

○ GS. TS. ĐÀO TAM\*

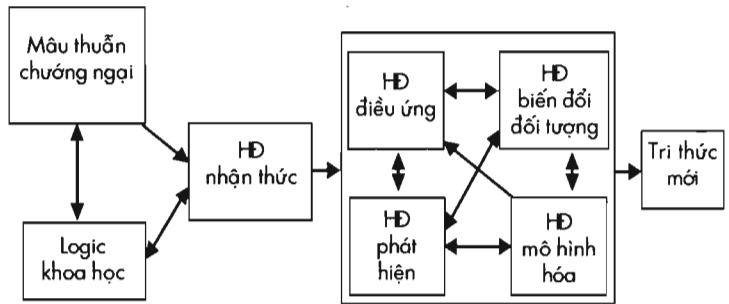
Những nghiên cứu lí luận về phương pháp dạy học (PPDH) bộ môn Toán trong giai đoạn hiện nay tập trung chủ yếu vào hướng khai thác các PPDH nhằm tăng cường tính chủ động, sáng tạo của người học; nghiên cứu khai thác những ưu điểm của các PPDH và các phương thức tổ chức dạy học sao cho chủ thể nhận thức một cách tự giác, tích cực và sáng tạo. Nếu xét riêng các lí thuyết dạy học hiện đại, các PPDH mới có những đặc thù, chứa đựng những phạm trù lí luận trừu tượng; khó vận dụng vào thực tiễn dạy học ở nước ta. Vì vậy, việc nghiên cứu khai thác những tư tưởng chung nhất trong các lí thuyết và các PPDH tích cực nhằm vận dụng có tính khả thi vào dạy học Toán là vấn đề có tính thiết thực, có ý nghĩa quan trọng trong việc đào tạo và bồi dưỡng giáo viên (GV) toán hiện nay.

Bài viết trình bày cách tiếp cận hệ thống các PPDH tích cực và các lí thuyết dạy học thông qua nghiên cứu, khai thác các dạng hoạt động (HD) nhận thức chủ yếu trong dạy học Toán và các loại hình tri thức định hướng, điều chỉnh các HD nhận thức của người học.

## 1. Các dạng HD nhận thức Toán học chủ yếu của học sinh (HS)

Phân tích các cơ sở tâm lí, triết học, lí luận dạy học và phương pháp luận nhận thức toán học có thể đưa ra các dạng HD nhận thức toán học theo sơ đồ biện chứng sau đây (xem sơ đồ).

HD nhận thức của người học chỉ nảy sinh khi họ đứng trước các nhiệm vụ nhận thức, khi họ cần phải vượt qua những mâu thuẫn, chướng ngại nhận thức. Việc phát hiện các mâu thuẫn đó dựa trên các tri thức đã có và logic khoa học (logic hình thức, logic biện chứng, logic toán). Theo

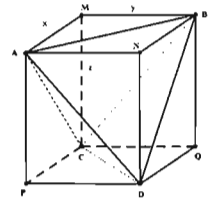


chúng tôi, các HD thành phần của HD nhận thức trong dạy học Toán bao gồm:

1) *HD điều ứng*: là HD diễn ra khi vốn tri thức đã có của chủ thể chưa tương hợp với môi trường tri thức mới cần nhận thức, khi sơ đồ nhận thức đã có và tri thức mới không tương thích. Khi đó, HD điều ứng nhằm tạo lập sơ đồ nhận thức khác để tiếp nhận tri thức mới, tạo sự cân bằng mới.

HD điều ứng được biểu hiện qua HD trí tuệ, HD toán học, cấu trúc lại kiến thức đã có hoặc bác bỏ chúng, làm thay đổi cấu trúc diễn dịch để phù hợp với kiến thức mới, tạo lập bước thích nghi mới.

*Ví dụ*: Khi giải bài toán: «Tìm thể tích của tứ diện ABCD, có  $AB = CD = a$ ;  $AC = BD = b$ ;  $AD = BC = c$ », thực nghiệm dạy học Toán ở trường phổ thông cho thấy HS gặp chướng ngại sau: HS không xác định được vị trí chân đường cao vẽ từ một đỉnh nào đó của tứ diện, chân đường cao không thuộc điểm nào đã biết. Từ đó, HS không tính được độ dài đường cao của tứ diện theo  $a, b, c$ .



\* Trường Đại học Vinh

Việc khắc phục chứng ngại đó nhờ sử dụng các tri thức về mối liên hệ giữa tứ diện và hình hộp; hình hộp có thể được xây dựng từ tứ diện bằng cách qua các cặp cạnh đối, dựng các cặp mặt phẳng song song lần lượt chứa các cạnh đối đó; khi đó ba cặp mặt phẳng song song nói trên của tứ diện cắt nhau tạo thành hình hộp ngoại tiếp tứ diện. Xem xét mối quan hệ nhân quả nói trên đã thúc đẩy các HD biến đổi đối tượng, HD điều ứng để cấu trúc lại bài toán: tính một phần thể tích của hình hộp chữ nhật có các kích thước  $MA = x$ ;  $MD = y$ ;  $MC = z$ . Khi đó, thể tích tứ diện bằng tích hình hộp trừ đi tổng thể tích 4 hình chóp có góc tam diện ở đỉnh vuông và có thể tích bằng nhau.

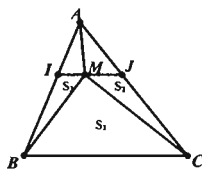
Từ đó  $V_{ABCD} = xyz - \frac{4}{6}xyz = \frac{1}{3}xyz$ . Ở đây  $x, y, z$  được

tính theo  $a, b, c$  từ hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x^2 + z^2 = b^2 \\ y^2 + z^2 = c^2 \end{cases}$$

Tới đây HS sử dụng các kiến thức đã có để tính  $V_{ABCD}$ .

2) HD biến đổi đối tượng. HD này thể hiện trong tiến trình chủ thể tư duy làm bộc lộ đối tượng của HD (các khái niệm toán học, các quy luật về mối liên hệ giữa các đối tượng toán học, các quan hệ giữa chúng). Chúng ta hiểu HD đối tượng là HD trí tuệ của chủ thể nhận thức nhằm biến đổi cấu trúc, nội dung và hình thức của đối tượng, sao cho các tri thức mới tương thích với các tri thức đã có; từ chủ thể xâm nhập vào đối tượng, hiểu và giải thích chúng, vận dụng chúng với tư cách là sản phẩm của HD nhận thức.

Ví dụ: Tìm quỹ tích những điểm M trong  $\triangle ABC$  sao cho tổng diện tích các  $\triangle MAB$  và  $\triangle MAC$  bằng một nửa diện tích của  $\triangle ABC$ .



Khi HS tiếp cận với bài toán này, ban đầu đối tượng còn xa lạ đối với chủ thể HS vì kiến thức đã có của họ chưa gắn kết với cái mới, đối tượng lúc đó chưa bộc lộ. Qua quá trình biến đổi, đặt  $S_1, S_2, S_3, S$  lần lượt là diện tích của các tam giác  $MBC, MCA, MAB, ABC$ , ta có các mối liên hệ:

$$S_2 + S_3 = \frac{1}{2}S_1 \Leftrightarrow S_1 + S_2 + S_3 = \frac{3}{2}S_1 \Leftrightarrow S_1 = \frac{2}{3}S$$

Biến đổi hệ thức liên hệ cuối cùng làm bộc lộ đối tượng, từ đó HS có thể dùng kiến thức đã có

để giải quyết bài toán trên và đưa ra phương pháp giải tổng quát cho dạng toán này.

3) HD phát hiện. HD phát hiện trong dạy học Toán ở trường phổ thông là HD trí tuệ của HS được điều chỉnh bởi nền tảng tri thức đã tích lũy thông qua các HD khảo sát, tương tác với các tình huống để phát hiện tri thức mới.

Ví dụ: Để phát hiện định lí Viet về tam thức bậc hai, có thể tạo tình huống nhận thức sau đây: Không giải phương trình bậc hai, hãy tìm tổng và tích các nghiệm của các phương trình sau: a)  $x^2 - 9x + 20 = 0$  (\*); b)  $2x^2 - 5x - 3 = 0$  (\*\*).

Với giả thiết  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (\*), giả sử nghiệm  $x_1 > x_2$ , ta được  $x_1 - x_2 = 9x_1 - 20 - 9x_2 + 20 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 9$ .

Từ hệ thức  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9(x_1 + x_2) - 40 \Leftrightarrow x_1x_2 = 20$

Tương tự, HS tìm được tổng và tích hai nghiệm của phương trình (\*\*). Đặc biệt hoá yêu cầu, HS xét phương trình có nghiệm kép. Từ đó, nhờ HD so sánh, phân tích, tổng hợp HS đề xuất được mệnh đề tổng quát về tổng và tích hai nghiệm.

Trong HD phát hiện nêu trên, đòi hỏi phải tiến hành HD biến đổi đối tượng trên cơ sở các tri thức đã có của HS.

4) HD mô hình hóa: là HD nhận thức các lớp đối tượng, hiện tượng quá trình trong nội bộ môn Toán hay trong thực tiễn thông qua việc mô tả giải thích chúng bằng cách sử dụng kí hiệu và ngôn ngữ toán học. HD mô hình hóa bao gồm các HD thành phần cơ bản như: so sánh; phân tích; tổng hợp; trừu tượng hóa khái quát; trừu tượng hóa đồng nhất; lí tưởng hóa.

Ví dụ: Có thể mô tả lớp tam giác nhọn ABC bằng các mô hình sau:

- Tam giác ABC có:  $\cos A > 0, \cos B > 0, \cos C > 0$ .
- Tam giác ABC có trực tâm H thuộc miền trong của nó.
- Tam giác ABC có  $\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C > 0$ .
- Tam giác ABC có các cạnh thỏa mãn:

$$\begin{cases} a^2 < b^2 + c^2 \\ b^2 < a^2 + c^2 \\ c^2 < a^2 + b^2 \end{cases}$$

- Tam giác ABC thỏa mãn:  $\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C > 0$ .

Tùy theo các dạng toán nhận dạng tam giác có giả thiết liên quan đến yếu tố cạnh hay góc, có thể chọn mô hình này hay mô hình khác để lập luận chứng minh.

## 2. Các tri thức điều chỉnh HĐ nhận thức Toán học

Theo Nguyễn Bá Kim (1), tri thức, đặc biệt là tri thức phương pháp vừa là điều kiện vừa là mục đích của HĐ.

Theo các quan điểm của C. Mác; Ph. Anghen và kết quả nghiên cứu tâm lí của L. X. Vygotski; X. L. Rubinstein; M. Alekseev cho thấy: Quá trình tư duy phù hợp với những sự kiện đã tích lũy được. Con người trở thành chủ thể của tư duy với điều kiện họ nắm được các khái niệm, ngôn ngữ, logic học; chúng là sản phẩm của sự phản ánh khái quát kinh nghiệm của thực tiễn xã hội. Họ nhấn mạnh tri thức vừa tham gia vào quá trình tư duy vừa là sản phẩm của tư duy.

HĐ nhận thức toán học không thể tách khỏi HĐ tư duy nói chung, đặc biệt là tư duy toán học, tư duy biện chứng, tư duy phê phán. Khai thác các loại hình tri thức cốt lõi có vai trò định hướng cho tri thức phương pháp tìm đoán và điều chỉnh các dạng HĐ nhận thức của HS trong tiến trình dạy học Toán, chúng tôi đưa ra các loại hình tri thức sau:

1) *Tri thức thuộc phạm trù triết học duy vật biện chứng.* Những tri thức về phép biện chứng duy vật được vận dụng trong dạy học Toán chủ yếu định hướng cho các HĐ tìm tòi, phát hiện tri thức mới, mở rộng kiến thức. Những tri thức điển hình thúc đẩy tiến trình HĐ nhận thức toán học bao gồm: - Tri thức về mối liên hệ nhiều mặt và mối liên hệ qua lại giữa các đối tượng, các quan hệ, các quy luật Toán học; - Tri thức về mối liên hệ nhân quả của các đối tượng, các quan hệ, các quy luật trong dạy học Toán; - Tri thức về mối quan hệ giữa cái chung và cái riêng thể hiện trong HĐ tìm tòi phát hiện kiến thức mới; - Tri thức về mối quan hệ giữa nội dung và hình thức vận dụng trong nghiên cứu Toán; - Tri thức về quá trình vận động, phát triển, trong đó mâu thuẫn là động lực chủ yếu, giúp phát hiện các đối tượng của HĐ nhận thức, phát hiện các chương ngại để tạo các tình huống, các môi trường có dụng ý dạy học các kiến thức.

*Ví dụ:* Khi viết phương trình tổng quát của đường thẳng trong mặt phẳng đi qua 2 điểm A (1; 2); B (2; 5), SV đã tiến hành như sau: phương trình tổng quát của đường thẳng có dạng  $ax + by + c = 0$ , đường thẳng đi qua điểm A và

B nên  $\alpha, \beta, c$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} \alpha + 2\beta + c = 0 \\ 2\alpha + 5\beta + c = 0 \end{cases}$  (1).

Đến đây SV gặp chương ngại gây nên do xung đột kiến thức giữa hình học và đại số. Trong đại số, hệ 2 phương trình có 3 ẩn có vô số nghiệm, lúc đó trong hình học chỉ có một nghiệm duy nhất vì đường thẳng qua 2 điểm là duy nhất. SV khác chọn  $c = 1$  để khắc phục khó khăn trên nhưng cũng sai lầm vì  $c$  không phải luôn khác 0.

Phát hiện và giải quyết mâu thuẫn này, cần hướng SV khảo sát, cấu trúc lại tri thức đã có và HĐ lập luận các vectơ  $\overline{OA}, \overline{OB}$  không cộng tuyến,

vì phương trình  $\overline{OA} = x\overline{OB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 1 \\ 5x = 2 \end{cases}$  vô nghiệm. Từ

đó, đường thẳng AB không đi qua gốc tọa độ O và suy ra  $c \neq 0$ .

Vậy hệ phương trình (1) tương đương với hệ

$\begin{cases} \frac{\alpha}{c} + 2\frac{\beta}{c} + 1 = 0 \\ \frac{2\alpha}{c} + \frac{5\beta}{c} + 1 = 0 \end{cases}$ . HĐ biến đổi đối tượng, HĐ điều

ứng dẫn tới SV thích nghi với phương pháp mới, quy trình mới và lập phương trình tổng quát của đường thẳng qua hai điểm.

2) *Tri thức về tâm lí học liên tưởng.* Những tri thức về tâm lí học liên tưởng cần bồi dưỡng cho SV để chuẩn bị tốt cho họ tiềm năng dạy học theo quan điểm phát hiện, chuẩn bị cho họ khả năng điều khiển các HĐ của HS khám phá, phát hiện tri thức mới trong quá trình dạy học Toán ở trường phổ thông.

Việc dạy học hướng vào sự phát hiện, khám phá cái mới đòi hỏi những tri thức về tâm lí học liên tưởng sau: - Tri thức về việc chuyển hóa các liên hệ, quan hệ, quy luật từ đối tượng này sang đối tượng khác để phát hiện cái mới dựa trên tư tưởng các quy luật tương cận; - Tri thức về các phương pháp phát hiện cách giải quyết vấn đề dựa trên quy luật nhân quả.

*Ví dụ:* Khi yêu cầu HS giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^4 + y^4 + z^4 = 3 & (1) \\ x^5 + y^5 + z^5 = 3 & (2) \\ x^6 + y^6 + z^6 = 3 & (3) \end{cases}$$

Nhiều HS chỉ quan tâm sử dụng phương pháp đánh giá và gặp khó khăn, chương ngại để thực hiện đánh giá về phương trình ba ẩn. Số ít HS biết nhận xét: phương trình (1) là bình phương

vô hướng của vector  $\vec{u} = (x^2, y^2, z^2)$  và  $|\vec{u}| = \sqrt{3}$ .  
 Đẳng thức (3) là bình phương vô hướng của vector  
 $\vec{w} = (x^3, y^3, z^3)$  và  $|\vec{w}| = \sqrt{3}$ . Đẳng thức (2) chính là

tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{w}$ . Từ đó, nhờ các tri thức về vector, HS có thể phát hiện lời giải bài toán trên nhờ khả năng liên tưởng.

3) *Tri thức về thích nghi trí tuệ của J. Piaget và quan điểm HD.* Theo các quan điểm trên, thích nghi trí tuệ gắn với HD đồng hóa, HD điều ứng và gắn với các dạng HD trí tuệ khác của HS. SV các trường sư phạm cần nhận thức quá trình thích nghi trí tuệ gắn với sự phát triển trí tuệ. Vì vậy, để dạy HS thích nghi trí tuệ cần chú trọng phát triển năng lực HD điều ứng, chỉ có kết quả của HD điều ứng mới có sự phát triển trí tuệ của HS, mới có thể biến đổi sơ đồ nhận thức đã có thành sơ đồ nhận thức mới.

Theo tâm lí học HD, thích nghi trí tuệ biểu hiện khả năng chuyển hóa chức năng tâm lí bên ngoài vào bên trong thông qua công cụ kí hiệu với tư cách là công cụ tâm lí thông qua HD hợp tác giữa các chủ thể nhận thức. Nhận thức những điều nói trên nhằm định hướng cho SV toán, GV toán cách xây dựng các tình huống học tập bằng thích nghi, cách tổ chức dạy học tương tác.

4) *Các tri thức về phương pháp luận nhận thức toán học.* Những tri thức thuộc phạm trù này nhằm định hướng cho GV điều khiển HD nhận thức của HS, xác định nguồn gốc của kiến thức, ứng dụng các kiến thức toán vào thực tiễn; những tri thức về phương pháp luận nhận thức

toán học sẽ làm sáng tỏ các HD mô hình hóa gắn với các HD trí tuệ.

Việc nghiên cứu, đề xuất các HD nhận thức thành phần trong các lí thuyết và các PPDH tích cực cũng như xác định được các tri thức cốt lõi; nhằm định hướng, điều chỉnh các HD nói trên góp phần giúp SV toán, GV toán có khả năng tiếp cận hệ thống với các PPDH tích cực, đồng thời góp phần nâng cao hiệu quả bồi dưỡng GV toán và định hướng nội dung tự bồi dưỡng tri thức PPDH hiện nay. □

(1) Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán.** NXB Đại học sư phạm, H. 2002.

**Tài liệu tham khảo**

1. Nguyễn Hữu Châu. **Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học.** NXB Giáo dục, H. 2005.
2. A. N. Leonchiev. **Hoạt động, ý thức, nhân cách.** NXB Giáo dục, H. 1998.
3. D. P. Gorki. **Logic học.** NXB Giáo dục, H. 1974.
4. G. I. Rudavin (và các tác giả khác). **Một số quan điểm triết học trong Toán học.** NXB Giáo dục, H. 1979.
5. J. Piaget. **Tâm lí học và giáo dục học.** NXB Giáo dục, H.1997.
6. Phan Trọng Ngọ (chủ biên). **Các lí thuyết phát triển tâm lí người.** NXB Đại học sư phạm, H. 2003.
7. Iu. M. Koliagin (và các tác giả khác). **Phương pháp giảng dạy Toán ở trường phổ thông, Moskva.** NXB Giáo dục, H.1978.
8. Bùi Văn Nghị. **Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông.** NXB Đại học sư phạm, H. 2009.

**Sử dụng phương pháp...**

(Tiếp theo trang 52)

cũng như hoàn thành mục tiêu giáo dục, giáo dỡng và phát triển trí tuệ. □

**Tài liệu tham khảo**

1. Phùng Văn Bộ (chủ biên). **Phương pháp giảng dạy Giáo dục công dân dùng cho THPT.** Trường Đại học sư phạm 1 Hà Nội, 1994.
2. Phùng Văn Bộ. **Lí luận dạy học môn Giáo dục công dân ở trường THPT.** NXB Đại học quốc gia, H. 1999.
3. Bộ GD-ĐT. **Tài liệu bồi dưỡng giáo viên thực hiện chương trình, sách giáo khoa lớp 10 THPT môn Giáo dục công dân.** NXB Giáo dục, H. 2006.
4. Trần Bá Hoàng. **Đổi mới phương pháp dạy học, chương trình và sách giáo khoa.** NXB Đại học sư phạm, H. 2007.
5. Thái Duy Tuyên. **Phương pháp dạy học truyền thống và đổi mới.** NXB Giáo dục, H. 2007.

- 2) Xã hội loài người có từ bao giờ? 3) Xã hội loài người trải qua những giai đoạn phát triển nào? 4) Quan điểm cho rằng Thần linh quyết định mọi sự tiến hoá xã hội, đúng hay sai? 5) Yếu tố chủ yếu nào tạo nên sự phát triển của xã hội? 6) Vì sao xã hội là một bộ phận đặc thù của giới tự nhiên?

*Tóm lại:* Khi DH phần *Công dân với việc hình thành TGQ, PPL khoa học*, với những ưu thế vượt trội, PPĐT đã khẳng định được tính ưu việt của nó trong việc phát huy tính tích cực của người học, qua đó nâng cao chất lượng DH bộ môn