ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐOÀN DUY LÂM

THUẬT TOÁN NÓN XOAY GIẢI BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH DẠNG CHUẨN TRONG TRƯỜNG HỢP TÁI TỐI ƯU HÓA

Chuyên ngành: Toán Ứng Dụng
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS.Nguyễn Anh Tuấn

Thái Nguyên - 2013

1Số hóa bởi Trung tâm Học liệu – Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

Mục lục

Mở đầu ii

1 Bài toán tối ưu tổng quát và một số mô hình bài toán thực tế **1**

1.1 Bài toán tối ưu tổng quát 1

1.2 Một số mô hình thực tế 2

1.2.1 Bài toán vốn đầu tư 2

1.2.2 Bài toán vận tải 3

1.2.3 Mô hình phân bố máy bay cực tiểu tổng chi phí trên toàn mạng đường bay hàng không 4

1.3 Tập lồi đa diện 6

1.3.1 Một số khái niệm cơ bản 6

1.4 Bài toán quy hoạch tuyến tính tổng quát và một số phương pháp giải 8

1.4.1 Bài toán quy hoạch tuyến tính tổng quát 8

1.4.2 Dạng chuẩn và dạng chính tắc 8

1.4.3 Đưa bài toán quy hoạch tuyến tính về dạng chuẩn và dạng chính tắc 9

1.5 Một số phương pháp giải bài toán quy hoạch tuyến tính 10

1.5.1 Phương pháp đơn hình [6] 10

1.5.2 Phương pháp đơn hình cải biên [6] 13

1.5.3 Phương pháp KARMARKAR (điểm trong)[6] . . 15

2 Bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn tổng quát và phương pháp nón xoay **17**

2.1 Một số khái niệm cơ bản liên quan đến hàm số tuyến tính 17

2.2 Khái niệm về miền ràng buộc tuyến tính không bị chặn, phương vô hạn chấp nhận được và hướng tăng, giảm của hàm gần lồi-gần lõm 19

2.3 Bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn tổng quát . . 21

2.4 Khái niệm về nón tuyến tính, cạnh của nón và nón - min 22

2.4.1 Khái niệm về nón đơn hình tuyến tính 22

2.4.2 Khái niệm về cạnh của nón đơn hình 22
2.4.3 Khái niệm về nón xoay M(r,s) sinh ra từ nón M . 27
2.4.4 Định nghĩa Nón - Min 29
2.5 Phương pháp nón xoay tuyến tính 33
2.5.1 Thuật toán nón xoay tuyến tính 34
2.5.2 Bảng lặp giải bài toán qui hoạch tuyến tính bởi thuật toán nón xoay tuyến tính và ví dụ minh hoạ 36

3 Bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn trong trường hợp tái tối ưu hóa và thuật toán nón xoay TT 43
3.1 Bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn tái tối ưu hoá 43
3.2 Thuật toán nón xoay tái tối ưu hóa 46
3.2.1 Xây dựng nón - min ban đầu 46
3.2.2 Thuật toán nón xoay TT 46
3.3 Bảng lặp nón xoay giải bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chuẩn trong trường hợp tái tối ưu hoá bằng thuật toán TT và các ví dụ minh hoạ 48
3.4 Thuật toán nón xoay TT giải ví dụ KLEE – MINTY với n=3 59

Kết luận 64

Tài liệu tham khảo 65

3Số hóa bởi Trung tâm Học liệu – Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

Mở đầu

Trong những thập kỷ qua, lý thuyết tối ưu đã có những bước tiến lớn cùng với sự phát triển không ngừng của công nghệ thông tin. Nhiều nội dung kinh điển tưởng như ổn định như phương pháp giải bài toán quy hoạch tuyến tính cũng đã có những đổi mới liên tục gắn liền với tên tuổi của nhiều nhà toán học như L.V. Kantorovich (1939), George Dantzig (1947), Lemke (1954), Leonid Khachian (1979), Karmarkar (1984),...

Một lớp bài toán quy hoạch phi tuyến khá gần với quy hoạch tuyến tính là bài toán quy hoạch có hàm mục tiêu đơn điệu , mà chúng ta gọi là hàm gần lồi – gần lõm đã có các thuật toán tương tự để giải như các thuật toán đơn hình và đơn hình đối ngẫu trong quy hoạch tuyến tính (xem [1], [5]).

Luận văn này trình bày phương pháp nón xoay tuyến tính giải trực tiếp bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn và thuật toán nón xoay tuyến tính giải cho bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn trong trường hợp tái tối ưu hoá gọi là thuật toán nón xoay TT. Trong các trường hợp khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên bằng phương pháp cắt-nhánh cận hoặc tái tối ưu hoá thì việc áp dụng các thuật toán nón xoay tỏ ra rất hiệu quả.

Như đã biết đôi khi để có được một điểm chấp nhận của miền ràng buộc ta phải đi giải một bài toán quy hoạch tuyến tính khác. Các bài toán quy hoạch tuyến tính được xây dựng từ thực tế nhiều khi chưa biết được một điểm chấp nhận của miền ràng buộc, đồng thời miền ràng buộc bị thoái hóa, thậm chí các ràng buộc của miền có thể không tương thích.Các thuật toán trình bày trong luận văn này vẫn có thể giải quyết được bài toán.

thuật toán nón xoay trình bày trong luận văn này đã được xây dựng để giải trực tiếp cho bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn không phải chuyển về dạng chính tắc như các phương pháp đơn hình quen thuộc như phương pháp đơn hình đối ngẫu, vì thế số chiều của bài toán không tăng lên, đồng thời hiệu quả khi giải bài toán trong trường hợp cần tái tối ưu và do đó nó thuận lợi khi áp dụng vào các phương pháp cắt giải đối với các bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên.

Luận văn gồm 3 chương:

Chương 1: Trình bày bài toán quy hoạch tổng quát, các khái niệm cơ bản về tập lồi và một số mô hình thực tế đưa về bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn cùng với một số phương pháp giải bài toán quy

4Số hóa bởi Trung tâm Học liệu – Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

hoạch tuyến tính quen thuộc và thông dụng.

Chương 2: Trình bày những khái niệm cơ bản liên quan đến hàm số tuyến tính, từ đó làm cơ sở lý thuyết cho việc xây dựng phương pháp nón xoay tuyến tính giải trực tiếp bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn khi biết một nón-min của hàm mục tiêu bài toán.

Chương 3: (dựa trên phương pháp nón xoay đề nghị trong chương 2) Trình bày việc xây dựng thuật toán nón xoay TT giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn trong trường hợp tái tối ưu hoá và các ví dụ bằng số minh hoạ cho thuật toán.

Thuật toán nón xoay TT giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn trong trường hợp tái tối ưu hoá trình bày trong luận văn này được xây dựng chi tiết, các bước của thuật toán được trình bày sao cho chúng ta có thể dễ dàng lập trình chuyển sang các chương trình trên máy tính bằng các ngôn ngữ như Pascal, C, Java, ...

Luận văn được hoàn thành dưới sự hướng dẫn và chỉ đạo tận tình của TS.Nguyễn Anh Tuấn - Tổng Công Ty Hàng Không Việt Nam .Từ đáy lòng mình Em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đối với sự quan tâm và động viên chỉ đạo tận tình hướng dẫn của thầy .

Em xin chân thành cảm ơn các thầy cô trong Trường Đại học Khoa Học - Đại học Thái Nguyên, Phòng đào tạo trường Đại học Khoa Học . Đồng thời em gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp Cao Học Toán k5 - Trường Đại học Khoa Học đã động viên giúp em trong quá trình học tập và làm luận văn.

Tuy nhiên do hiểu biết của bản thân và khuôn khổ luận văn thạc sĩ. Nên trong quá trình nghiên cứu không tránh khỏi những thiếu sót,em rất mong được sự chỉ dạy và đóng góp ý kiến của các thầy cô và độc giả quan tâm tới luận văn này .

Thái Nguyên, tháng 6 năm 2013

Tác giả

Đoàn Duy Lâm

5Số hóa bởi Trung tâm Học liệu – Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

Chương 1

Bài toán tối ưu tổng quát và một số mô hình bài toán thực tế

1.1 Bài toán tối ưu tổng quát

Bài toán tối ưu tổng quát được phát biểu như sau:
Cực đại hoá (cực tiểu hoá) hàm

$$f(x) \to \max(\min), \tag{1.1}$$

Với các điều kiện

$$g_i(x)(\leq, =, \geq)b_i, i = 1, \ldots, m. \tag{1.2}$$

$$x \in X \subset \mathbb{R}^n. \tag{1.3}$$

Bài toán (1.1)–(1.3) được gọi là một quy hoạch, hàm $f(x)$ được gọi là hàm mục tiêu, các hàm $g_i(x), i = 1, \ldots, m$ được gọi là các hàm ràng buộc, mỗi đẳng thức trong hệ (1.2) được gọi là một ràng buộc.
Tập hợp

$$D = \{x \in X \setminus g_i(x)(\leq, =, \geq)b_i, i = 1, \ldots, m\}, \tag{1.4}$$

Được gọi là miền ràng buộc (hay miền chấp nhận được). Mỗi điểm $(x = x_1, x_2, \ldots, x_n) \in D$ được gọi là một phương án (hay một lời giải chấp nhận được). Một phương án $x^* \in D$ đạt cực đại (hay cực tiểu) của hàm mục tiêu, cụ thể là :

$$f(x^*) \geq f(x), \forall x \in D,$$

$$f(x^*) \leq f(x), \forall x \in D.$$

Được gọi là phương án tối ưu (hay là lời giải) của bài toán (1.1) - (1.3).

6Số hóa bởi Trung tâm Học liệu – Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

Sau đây chúng ta sẽ trình bày các bước xây dựng, khảo sát và phân tích mô hình toán học từ một vấn đề thực tế.

Việc mô hình hóa toán học cho một vấn đề thực tế có thể chia ra làm 4 bước:

Bước 1: Xây dựng mô hình định tính cho vấn đề thực tế, tức là xác định các yếu tố có ý nghĩa quan trọng nhất và xác lập các quy luật mà chúng phải tuân theo.

Bước 2: Xây dựng mô hình cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả lại dưới dạng ngôn ngữ toán học cho mô hình định tính.

Bước 3: Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giả quyết bài toán hình thành trong Bước 2.

Bước 4: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong Bước 3. Ở đây có thể xảy ra một trong hai khả năng sau:

Khả năng 1: Mô hình và các kết quả tính toán phù hợp với thực tế. Khi đó cần lập một bảng tổng kết ghi rõ cách đặt vấn đề, mô hình toán học thuật toán tối ưu, chương trình, cách chuẩn bị số liệu để đưa vào máy tính.

Khả năng 2: Mô hình và các kết quả tính toán không phù hợp với thực tế. Trong trường hợp này cần phải xem xét các nguyên nhân của nó.

1.2 Một số mô hình thực tế

1.2.1 Bài toán vốn đầu tư

Người ta cần một lượng tối thiểu chất dinh dưỡng $(i = 1, 2..., m)$ do các thức ăn $(j = 1, 2..., n)$ cung cấp .Giả sử:
a_{ij} là số lượng chất dinh dưỡng loại i có trong một đơn vị thức ăn loại j với $(i = 1, 2..., m)$ và $(j = 1, 2..., n)$.
b_i là nhu cầu tối thiểu về loại dinh dưỡng i.
c_j là giá mua một đơn vị thức ăn loại j.
Vấn đề đặt ra là phải mua như thế nào để tổng chi phí bỏ ra là ít nhất mà vẫn đáp ứng được yêu cầu dinh dưỡng.Vấn đề được giải quyết theo mô hình sau đây :
Gọi $x_j \geq 0$ $(i = 1, 2...n)$ là số lượng thức ăn thứ j cần mua .
Tổng chi phí cho việc mua thức ăn là :

7Số hóa bởi Trung tâm Học liệu – Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 ... + c_n x_n.$$

Vì chi phí bỏ ra để mua thức ăn phải là thấp nhất nên yêu cầu cần thỏa mãn là :

$$\min z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 ... + c_n x_n.$$

Lượng dinh dưỡng i thu được từ thức ăn 1 là $a_{i1}x_1$ với $i = 1 \to m$.
Lượng dinh dưỡng i thu được từ thức ăn 2 là $a_{i2}x_2$.
.....
Lượng dinh dưỡng i thu được từ thức ăn n là $a_{in}x_n$.
Vậy lượng dinh dưỡng thứ i thu được từ các loại thức ăn là :
$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n$ với $(i = 1 \to m)$.
Vì lượng thứ i thu được phải thỏa mãn yêu cầu b_i về dinh dưỡng loại đó nên ta có ràng buộc sau :
$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n \geq b_i$ với $(i = 1 \to m)$.
khi đó ta có mô hình của bài toán :

$$\min z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 ... + c_n x_n.$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ ..... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \geq b_m \\ x_j \geq 0 (j = 1, 2..., n). \end{cases}$$

1.2.2 Bài toán vận tải

Có m kho hàng cùng chứa một loại hàng hóa (đánh số $i = 1, \ldots, m$), lượng hàng hóa ở kho i là $a_i, i = 1, ..., m$ Gọi kho i là điểm phát i. Có n địa điểm tiêu thụ loại hàng trên (đánh số $j = 1, \ldots, n$ với nhu cầu tiêu thụ ở điểm j là $b_j, j = 1, \ldots, m$). Gọi điểm tiêu thụ j là điểm thu j.

Gọi c_{ij} là cước vận chuyển một đơn vị hàng hóa từ điểm phát i đến điểm thu j. Hàng có thể chuyển từ điểm phát i bất kỳ đến điểm thu j bất kỳ. Hãy lập kế hoạch vận chuyển hàng hóa từ các điểm phát tới các điểm thu sao cho tổng chi phí vận chuyển là nhỏ nhất. Ký hiệu x_{ij} là

lượng hàng vận chuyển từ điểm phát i đến điểm thu j. Khi đó ta có mô hình toán học:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min,$$

Với các điều kiện

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, i = 1, ..., m,$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j = 1, ..., n,$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, ..., m; j = 1, ..., n.$$

Ngoài ra còn có điều kiện thu phát:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j.$$

1.2.3 Mô hình phân bố máy bay cực tiểu tổng chi phí trên toàn mạng đường bay hàng không

d.1. Các tham số và quyết định của bài toán:

Giả sử chúng ta đang khai thác sử dụng K loại máy bay (777, 767, A321, A330, A320, AT7,...),M_k là số máy bay loại k đang khai thác sử dụng ($k = 1, 2, ..., K$), giả sử số sân bay (thành phố) tham gia vào mạng là N. Ta sử dụng các ký hiệu sau đây: (i, j) là chặng bay từ sân bay i đến sân bay $j(i, j = 1, 2..., N)$ Ta giả thiết chiều dài trung bình D_{ij} thực tế và chiều dài thương mại của mỗi chặng bay là bằng nhau.

P_{ij} là số lượng khách trung bình dự báo có thu nhập thực tế chuyên chở được trên chặng bay (i, j) (trong mỗi tuần).

S_k là số ghế tương ứng (số ghế tối đa được phép xếp khách cho từng chặng bay của loại máy bay k).

g_{ij} là ghế suất (hệ số sử dụng ghế suất) trung bình trên chặng bay (i, j).

h_k^{max} - số giờ khai thác bay trung bình lớn nhất cho phép của một chiếc máy bay loại k trong một tuần.

v_k - là vận tốc bình quân thực tế của máy bay loại k.

$F_k^{min(ij)}, F_k^{max(ij)}$ tương ứng là tần xuất bay ít nhất và nhiều nhất (số chuyến bay trong một tuần) của loại máy bay k trên chặng bay (i, j).

9Số hóa bởi Trung tâm Học liệu – Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

C_{ij}^k là chi phí theo chuyến bay (trong một tuần) trên chặng bay (i, j) của loại máy bay k.

f_{ij}^k là tần suất bay (số chuyến bay trong một tuần) của loại máy bay k trên chặng bay (i, j) (biến quyết định).

d.2. Hàm mục tiêu:

Ta ký hiệu Cost là tổng chi phí theo chuyến bay cho tất cả máy bay dang khai thác sử dụng trong thời kỳ phân tích (một tuần) trên các tuyến bay toàn mạng. Thời kỳ phân tích là khoảng thời gian cần nghiên cứu cần phân tích mà ta có thể quy định là một tuần, một tháng, một quý, sáu tháng, một năm,.... Hàm mục tiêu C là tổng chi phí cho chuyến bay trên toàn mạng được xác định như sau:

$$Cost = C_0 + \sum_{ij} \sum_{k} C_{ij}^k f_{ij}^k \tag{1.5}$$

Trong đó C_0 (chi phí cố định) là tổng chi phí không phát sinh thêm khi chuyến bay được thực hiện như: giá thuê máy bay, bảo hiểm máy bay, bảo dưỡng sửa chữa máy bay, khấu hao thiết bị máy bay, quản lí chung... C_{ij}^k là chi phí biến đổi theo chuyến bay của loại máy bay k xuất hiện khi thực hiện chuyến bay như: phục vụ hàng khách, giờ bay, hàng hóa, nhiên liệu...

d.3. Các ràng buộc của bài toán:

Ràng buộc về thương mại:

$$0 \leq F_k^{\min(ij)} \leq f_{ij}^k \leq F_k^{\max(ij)} \tag{1.6}$$

Ràng buộc này có nghĩa là tần suất bay f_{ij}^k của loại máy bay k trên chặng bay (i, j) không ít hơn $F_k^{min(ij)}$ và không nhiều hơn $F_k^{max(ij)}$ (ràng buộc về hạn chế thương mại).

Ràng buộc về khai thác:

Với mỗi vòng bay j (Pairing) ta có:

$$\sum_i f_{ji}^k = \sum_i f_{ij}^k \tag{1.7}$$

$$(j = 1, 2, ...N, k = 1, 2, ..., K)$$

Ràng buộc (1.7) có nghĩa là trong khoảng thời gian phân tích (của một chu kỳ bay) thì các đội bay của loại máy bay k rời sân bay căn cứ j