ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

———————————

Đặng Thị Khuyên

VỀ ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CẤP CAO

Chuyên ngành: TOÁN GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2013

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

– – – – – – – – – – –

Đặng Thị Khuyên

VỀ ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CẤP CAO

Chuyên ngành: TOÁN GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
PGS.TS ĐỖ VĂN LƯU

Thái Nguyên - Năm 2013

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các kết quả nghiên cứu nêu trong Luận văn này là hoàn toàn trung thực, chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình của tác giả nào khác.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2013

Tác giả

Đặng Thị Khuyên

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên. Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đối với thầy PGS.TS Đỗ Văn Lưu, thầy đã trực tiếp hướng dẫn tận tình và động viên tôi trong suốt thời gian học tập nghiên cứu vừa qua.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban chủ nhiệm Khoa Sau đại học, Ban chủ nhiệm Khoa Toán - Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên cùng các quý thầy giáo, cô giáo đã trực tiếp giảng dạy lớp Cao học Toán K19, các bạn học viên đã tạo điều kiện thuận lợi, động viên giúp đỡ tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu tại trường.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới gia đình và người thân luôn khuyến khích động viên tôi trong suốt quá trình học cao học và viết luận văn này.

Mặc dù có nhiều cố gắng nhưng luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế. Tôi mong nhận được những ý kiến đóng góp của quý thầy cô và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2013

Tác giả

Đặng Thị Khuyên

Mục lục

MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài

Lý thuyết các điều kiện tối ưu nói chung và các điều kiện tối ưu cấp cao nói riêng là các bộ phận quan trọng của lý thuyết các bài toán tối ưu. Khái niệm cực tiểu chặt cấp cao đã được M. R. Hestenes nghiên cứu từ năm 1966 trong [5] và sau đó phát triển bởi L. Cromme, A. Auslender, M. Studniarski, B. Jiménez, V. Novo, ...

Mới đây, B. Jiménez và V. Novo ([7], 2008) đã thiết lập các điều kiện tối ưu cấp cao cho cực tiểu địa phương chặt cấp cao của bài toán tối ưu không trơn với ràng buộc nón và ràng buộc tập dưới ngôn ngữ các đạo hàm Studniarski trên và dưới. A. Gupta, A. Mehra và D. Bhatia ([3], 2011) đã thiết lập các điều kiện cần và đủ tối ưu cấp cao cho nghiệm hữu hiệu địa phương chặt cấp m của bài toán tối ưu đa mục tiêu lồi với ràng buộc bất đẳng thức bằng cách phân hoạch tập chỉ số của hàm mục tiêu, lập các bài toán con và thiết lập mối quan hệ của nghiệm hữu hiệu địa phương chặt cấp m của bài toán gốc với nghiệm của một trong các bài toán con.

Lý thuyết các điều kiện tối ưu cấp cao đã và đang được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu. Chính vì thế tôi chọn đề tài: "Về điều kiện tối ưu cấp cao". Đây là đề tài có tính thời sự.

2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

2.1. Mục đích nghiên cứu

Mục đích nghiên cứu của luận văn này là trình bày các điều kiện cần và các điều kiện đủ tối ưu cấp cao cho cực tiểu địa phương chặt cấp cao, bao gồm: các điều kiện tối ưu cấp cao của B. Jiménez và V. Novo [7] cho bài toán tối ưu đơn mục tiêu với ràng buộc nón và ràng buộc tập, và các điều kiện tối ưu cấp cao của A. Gupta, A. Mehra và D. Bhatia [3] cho bài toán tối ưu đa mục tiêu lồi với ràng buộc bất đẳng thức.

2.2. Nhiệm vụ nghiên cứu

Luận văn tập trung vào các nhiệm vụ chính sau đây:
- Đọc, dịch tài liệu từ hai bài báo tiếng Anh của B. Jiménez - V. Novo và A. Gupta - A. Mehra - D. Bhatia.
- Sử dụng các kết quả của hai bài báo đó để viết luận văn.

3. Phương pháp nghiên cứu

Sử dụng công cụ giải tích hàm, giải tích lồi và các kiến thức của lý thuyết tối ưu.

4. Bố cục luận văn

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1. Điều kiện cần và đủ cho cực tiểu địa phương chặt cấp cao

Trình bày các điều kiện cần tối ưu cấp cao của Jiménez - Novo [7] cho cực tiểu địa phương chặt cấp cao của bài toán tối ưu với ràng buộc nón và ràng buộc tập dưới ngôn ngữ đạo hàm Studniarski trên và dưới. Chương 1 cũng trình bày các điều kiện đủ tối ưu cấp cao dưới ngôn ngữ đạo hàm Studniarski trong trường hợp hữu hạn chiều.

Chương 2. Điều kiện tối ưu cấp cao cho nghiệm hữu hiệu chặt cấp cao của bài toán tối ưu đa mục tiêu lồi.

Trình bày các kết quả của Gupta - Mehra - Bhatia [3] về điều kiện tối ưu cấp cao cho nghiệm hữu hiệu địa phương chặt cấp cao của bài toán tối ưu đa mục tiêu lồi có ràng buộc bất đẳng thức bằng cách phân hoạch tập chỉ số của hàm mục tiêu, lập các bài toán con và thiết lập mối quan hệ của nghiệm hữu hiệu địa phương chặt cấp m của bài toán gốc với một trong các bài toán con, các tính chất đặc trưng điểm yên ngựa cho nghiệm hữu hiệu địa phương chặt cũng được trình bày trong chương này.

Chương 1

ĐIỀU KIỆN CẦN VÀ ĐỦ CHO CỰC TIỂU ĐỊA PHƯƠNG CHẶT CẤP CAO

Chương 1 trình bày các điều kiện cần tối ưu cấp cao cho cực tiểu địa phương chặt cấp cao của bài toán tối ưu với ràng buộc nón và ràng buộc tập dưới ngôn ngữ đạo hàm Studniarski trên và dưới. Các điều kiện đủ tối ưu cấp cao dưới ngôn ngữ đạo hàm Studniarski dưới trong trường hợp hữu hạn chiều cũng được trình bày trong chương này. Các kết quả được trình bày trong chương này là của B. Jiménez và V. Novo [7].

1.1. Các định nghĩa và khái niệm

Giả sử X là không gian định chuẩn, $f : X \to \mathbb{R}$ và $M \subset X$. Xét bài toán tối ưu

$$\min \{ f(x) : x \in M \} .$$

Ta nhắc lại khái niệm cơ bản sau:
Điểm $x_0 \in M$ gọi là *điểm cực tiểu địa phương* của f trên M nếu tồn tại lân cận U của x_0 sao cho $f(x) \geqslant f(x_0)$, $\forall x \in U \cap M$. Nếu bất đẳng thức này chặt với $\forall x \neq x_0$ $(x \in U \cap M)$ thì x_0 được gọi là *cực tiểu địa phương chặt*.

Định nghĩa 1.1. *Điểm $x_0 \in M$ được gọi là cực tiểu địa phương chặt cấp k ($k \geqslant 1$, k là số nguyên), kí hiệu $x_0 \in Strl(k, f, M)$ nếu tồn tại $\alpha > 0$ và lân cận U của x_0 sao cho*

$$f(x) > f(x_0) + \alpha \|x - x_0\|^k, \ \forall x \in M \cap U \backslash \{x_0\}$$

Khái niệm này đã được nghiên cứu bởi Hestenes [5] cho $k = 1$ để chứng minh các điều kiện đủ tối ưu.
Ta nhắc lại các khái niệm cơ bản sau:
Tập $K \subseteq X$ được gọi là *tập lồi*, nếu K chứa mọi đoạn thẳng đi qua hai điểm bất kỳ của nó. Điều này có nghĩa là, K lồi khi và chỉ khi $\forall x,\ y \in K,\ \forall \lambda \in [0,1] \Rightarrow \lambda x + (1-\lambda) y \in K$.
Tập $K \subset X$ được gọi là nón có đỉnh tại 0 nếu với

$$\forall x \in K,\ \forall \lambda > 0 \Rightarrow \lambda x \in K.$$

Nón K có đỉnh tại 0 được gọi là lồi nếu K là một tập lồi, tức là

$$\forall x,\ y \in K,\ \lambda,\ \mu > 0 \Rightarrow \lambda x + \mu y \in K.$$

Với M là một tập con của X, ta kí hiệu $intM$, clM, $coneM$ lần lượt là phần trong của M, bao đóng của M, nón sinh bởi M và $B(x_0, \varepsilon)$ là hình cầu mở có tâm tại x_0, bán kính ε.

Định nghĩa 1.2. *a) Nón tiếp liên của tập M tại $x_0 \in M$ là*

$$T(M, x_0) = \Big\{ v \in X : \exists t_n \to 0^+,\ x_n \in M,\ x_n \to x_0 \quad sao\ cho\ \frac{x_n - x_0}{t_n} \to v \Big\};$$

b) Nón tiếp tuyến phần trong là

$$IT(M, x_0) = \{ v \in X : \exists \varepsilon > 0 \ \ sao\ cho\ \ x_0 + tu \in M,\ \forall t \in [0, \varepsilon],\ \forall u \in B(v, \varepsilon) \}.$$