BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH

ĐẬU XUÂN LƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP HÀM PHẠT
CHO BÀI TOÁN
BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

VINH - 2010

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH

ĐẬU XUÂN LƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP HÀM PHẠT CHO BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

Chuyên ngành: Toán giải tích

Mã số: 62 46 01 01

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

GS. TSKH. LÊ DŨNG MƯU

PGS. TS. TRẦN VĂN ÂN

VINH - 2010

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các kết quả trình bày trong luận án là hoàn toàn trung thực, được các đồng tác giả cho phép sử dụng và luận án hoàn toàn không trùng lặp với bất kì tài liệu nào khác.

Đậu Xuân Lương

LỜI CẢM ƠN

Luận án được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của GS. TSKH. Lê Dũng Mưu và PGS. TS Trần Văn Ân. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc nhất tới các Thầy, những người đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ tác giả trong cả quá trình học tập, nghiên cứu và viết bản luận án này.

Tác giả cũng xin chân thành cảm ơn Lãnh đạo trường Đại học Vinh, lãnh đạo khoa Toán học, Khoa Sau đại học – Trường Đại học Vinh; Lãnh đạo Viện Toán học, cùng tập thể GS và các Thầy, Cô của Trường Đại học Vinh và Viện Toán học đã động viên giúp đỡ tạo nhiều điều kiện thuận lợi trong thời gian tác giả học tập và nghiên cứu.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn tới các nhà khoa học và các Thầy, Cô thuộc Tổ Giải tích của Khoa Toán học – Trường Đại học Vinh đã dành thời gian đọc luận án và cho những ý kiến nhận xét quý báu.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn tới Trường Cao Đẳng Sư phạm Quảng Ninh và Khoa Tự nhiên thuộc Trường Cao Đẳng Sư phạm Quảng Ninh, người thân và bạn bè vì những góp ý, ủng hộ và động viên về tinh thần cũng như vật chất cho tác giả.

Đậu Xuân Lương

MỞ ĐẦU

1 Lí do chọn đề tài

1.1 Lý thuyết bất đẳng thức biến phân ra đời vào những năm 60 ([50, 20, 32]), là một công cụ mạnh và thống nhất để nghiên cứu các bài toán cân bằng. Cho đến nay, những bài toán được quy về các bài toán bất đẳng thức biến phân gồm có: bài toán cân bằng mạng giao thông (Traffic Network Equilibrium Problem) và bài toán gần với nó là bài toán cân bằng giá không gian (Spatial Price Equilibrium Problem) (tham khảo chẳng hạn [8, 47, 9, 42, 41]), các bài toán cân bằng tài chính (Financial Equilibrium Problem), cân bằng nhập cư (Migration Equilibrium Problem), hệ thống môi trường (Environmental Network Problem) và mạng kiến thức (Knowledge Network Problem) ([11, 25, 26, 10, 40, 41, 29]).

Phương pháp hàm phạt là một trong các phương pháp quan trọng để giải các bài toán bất đẳng thức biến phân (tham khảo chẳng hạn [38, 23, 39, 1, 51]). Nhờ vào phương pháp này, một bài toán với miền ràng buộc phức tạp có thể được chuyển về một dãy các bài toán không ràng buộc hoặc với ràng buộc đơn giản hơn. Trong khi đó, phương pháp chiếu là một lớp phương pháp đơn giản và hiệu quả, đặc biệt đối với các bài toán thỏa mãn điều kiện đơn điệu. Nhược điểm duy nhất của phương pháp này là ta phải tính hình chiếu của một điểm lên một miền lồi bất kỳ, và đó là một bài toán rất khó trong trường hợp tổng quát, khi mà miền đó không có hình dạng đặc biệt. Do đó, kết hợp phương pháp hàm phạt và phương pháp chiếu sẽ khắc phục được nhược điểm này của phương pháp chiếu.

1.2 Khái niệm bất đẳng thức biến phân vector được giới thiệu bởi Giannessi [16]. Từ đó tới nay, người ta đã tìm được nhiều ứng dụng của bài toán bất đẳng thức biến phân vector (Vector Variational Inequality Problem, viết tắt là VVIP) và bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu (Weak Vector Variational Inequality Problem, viết tắt là WVVIP) trong bài toán tối ưu đa mục tiêu (Multiobjective Optimization Problem, viết tắt là MOP) (tham khảo chẳng hạn [16, 2, 4, 53, 18], trong bài toán xấp xỉ vector (Vector Approximation Problem) ([54]), và trong bài toán cân bằng giao thông vector (Vector Traffic Equilibrium Problem) ([55]). Sự tồn tại nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu cũng được nghiên cứu trong nhiều công trình (tham khảo chẳng hạn [6, 4, 3, 31, 12]).

Để có thể ứng dụng bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu vào thực tiễn, đòi hỏi phải có các thuật toán giải số hiệu quả cho bài toán này. Tuy nhiên, theo hiểu biết của chúng tôi, cho tới nay chỉ có một vài công trình nghiên cứu về các thuật toán để giải bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu ([18, 19]). Từ rất lâu, phương pháp hàm phạt đã được áp dụng để giải các bài toán tối ưu và các bài toán bất đẳng thức biến phân dạng thường, đưa một bài toán với miền ràng buộc phức tạp về một dãy các bài toán có ràng buộc đơn giản hơn hoặc không có ràng buộc. Tuy nhiên, cho tới nay chưa có bất cứ công trình nào nghiên cứu áp dụng phương pháp này cho bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu mà chúng tôi được biết.

1.3 Khái niệm nghiệm tối ưu Pareto (mà trong luận án này chúng tôi gọi là nghiệm Pareto) của bài toán tối ưu đa mục tiêu xuất hiện đầu tiên trong các công trình của Edgeworth [13] và Pareto [44]. Một điểm $\boldsymbol{x}$ được gọi là nghiệm Pareto của bài toán tối ưu đa mục tiêu với hàm mục tiêu $\boldsymbol{f} = (f_1, \dots, f_k)$ (k mục tiêu) nếu không có một điểm nào khác tốt hơn điểm đó, nghĩa là không tồn tại một điểm $\boldsymbol{y} \neq \boldsymbol{x}$ sao cho $f_i(\boldsymbol{y}) \leq f_i(\boldsymbol{x})$ với mọi $i = 1, \ldots, k$, và $f_j(\boldsymbol{y}) < f_j(\boldsymbol{x})$ với một chỉ số j nào đó. Điểm $\boldsymbol{x}$ được gọi là nghiệm Pareto yếu của bài toán tối ưu đa mục tiêu nếu không có một điểm nào khác tốt hơn điểm đó xét trên tất cả các mục tiêu, nghĩa là không tồn tại $\boldsymbol{y}$ sao cho $f_i(\boldsymbol{y}) < f_i(\boldsymbol{x})$ với mọi $i = 1, \ldots, k$.

Bài toán tối ưu đa mục tiêu có ứng dụng rộng rãi trong rất nhiều lĩnh vực, trong cả khoa học và cuộc sống. Lý thuyết tối ưu đa mục tiêu được sử dụng trong bài toán xấp xỉ vector (Vector Approximation Problem), lý thuyết trò chơi (Game Theory), các bài toán quản lý và hoạch định tài nguyên (Resource Planning and Management), lý thuyết phúc lợi (Welfare Theory), các bài toán trong kỹ thuật như điều khiển phi cơ, các hệ thống cơ khí chính xác, .v.v.. (tham khảo chẳng hạn [48, 49, 33, 24]).

Phương pháp hàm phạt áp dụng cho bài toán tối ưu đa mục tiêu đã được nghiên cứu trong một vài công trình gần đây (tham khảo [52, 21, 22, 34]). Trong [34], Liu và Feng nghiên cứu nghiệm Pareto yếu của bài toán MOP$(D, \boldsymbol{f})$ sử dụng một hàm phạt mũ. Liu và Feng đã chứng minh rằng nếu $\boldsymbol{x}$ là một điểm giới hạn của một dãy các nghiệm Pareto yếu của các bài toán phạt và $\boldsymbol{x}$ chấp nhận được (nghĩa là $\boldsymbol{x} \in D$), thì $\boldsymbol{x}$ là một nghiệm Pareto yếu của bài toán ban đầu. Như vậy, các định lý hội tụ của họ dựa trên giả thiết rằng điểm giới hạn $\boldsymbol{x}$ của dãy các nghiệm Pareto yếu của các bài toán phạt nằm trong miền ràng buộc D. Giả thiết này là một điểm bất lợi trong cách tiếp cận bài toán tối ưu đa mục tiêu với hàm phạt mũ của Liu và Feng. Từ đó nảy sinh yêu cầu phải có một mô hình hàm phạt cho các kết quả hội tụ tốt hơn, khắc phục được nhược điểm của mô hình đề xuất trong [34].

Với các lí do nêu trên, chúng tôi chọn đề tài "**Phương pháp hàm phạt cho bài toán bất đẳng thức biến phân**" làm đề tài luận án tiến sĩ. Đề tài tập trung nghiên cứu những vấn đề sau.

(1) Kết hợp phương pháp hàm phạt và phương pháp chiếu để có một

thuật toán hoàn chỉnh giải các bài toán bất đẳng thức biến phân dạng VIP$(D, \boldsymbol{f})$, với D lồi đóng khác rỗng và $\boldsymbol{f}$ đơn điệu, liên tục Lipschitz. Bằng cách này, ta khắc phục được trở ngại lớn nhất của phương pháp chiếu là sự khó khăn khi tính toán hình chiếu của một điểm lên một miền lồi bất kỳ.

(2) Áp dụng phương pháp hàm phạt để chuyển một bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu với ràng buộc trên một miền D lồi đóng bất kỳ về một dãy các bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu với miền ràng buộc $K \supset D$ đơn giản hơn, gọi là các bài toán phạt. Ta có thể chọn $K = \mathbb{R}^k$, nghĩa là các bài toán phạt sẽ không có ràng buộc.

(3) Áp dụng phương pháp hàm phạt để chuyển một bài toán tối ưu đa mục tiêu với ràng buộc trên một miền D lồi đóng bất kỳ về một dãy các bài toán tối ưu đa mục tiêu với miền ràng buộc $K \supset D$ đơn giản hơn, gọi là các bài toán phạt. Ta có thể chọn $K = \mathbb{R}^k$, nghĩa là các bài toán phạt sẽ không có ràng buộc. Bằng cách sử dụng hàm phạt ngoài, chúng tôi thu được các kết quả hội tụ tốt hơn so với các kết quả nêu trong [34]. Ngoài ra, chúng tôi còn chỉ ra điều kiện đủ để các bài toán phạt đều có nghiệm Pareto yếu, đồng thời dãy các nghiệm đó có ít nhất một điểm giới hạn và đó chính là một nghiệm của bài toán ban đầu.

2 Mục đích nghiên cứu

Luận án nhằm mục đích nghiên cứu áp dụng phương pháp hàm phạt cho bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu và bài toán tối ưu đa mục tiêu, trong đó bài toán cuối cùng trong một số trường hợp đặc biệt là tương đương với bài toán bất đẳng thức biến phân vector yếu. Qua đó, luận án đưa ra những thuật toán mới cho các bài toán vừa nêu ở trên.