BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

TRƯƠNG HÀ HẢI

PHƯƠNG PHÁP GIẢI GẦN ĐÚNG MỘT SỐ LỚP BÀI TOÁN BIÊN CỦA PHƯƠNG TRÌNH ELLIPTIC

Chuyên ngành: Toán học tính toán
Mã số : 62.46.30.01

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
1. GS.TS Đặng Quang Á
2. TS. Vũ Vinh Quang

HÀ NỘI - 2013

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan những kết quả trình bày trong luận án là mới, trung thực và chưa từng được công bố trong bất kỳ công trình của ai khác. Những kết quả viết chung với các cán bộ hướng dẫn đã được sự đồng ý khi đưa vào luận án.

Nghiên cứu sinh

LỜI CẢM ƠN

Trước hết, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới các Thầy hướng dẫn, PGS. TS. Đặng Quang Á và TS. Vũ Vinh Quang. Tôi vô cùng biết ơn sự giúp đỡ tận tình, quí báu mà các Thầy đã dành cho tôi trong suốt quá trình thực hiện luận án. Nhờ những ý tưởng mà các Thầy đã gợi ý, những tài liệu bổ ích mà các Thầy đã cung cấp cùng với sự hướng dẫn, chỉ bảo nhiệt tình của các Thầy về công việc nghiên cứu, tôi đã hoàn thành đề tài của mình. Đặc biệt, từ tận đáy lòng, tôi xin cảm ơn PGS. TS Đặng Quang Á. Thầy đã dành cho tôi rất nhiều sự quan tâm, chỉ dẫn và kiên trì dìu dắt tôi từ một học viên còn rất non nớt trong công việc nghiên cứu khoa học cho đến khi hoàn thành được luận án. Chính nhờ sự quan tâm và động viên của Thầy đã giúp tôi cảm thấy tự tin hơn, vượt qua được những khó khăn, vất vả trong suốt quá trình nghiên cứu.

Tôi xin chân thành cảm ơn các Thầy và các cán bộ nghiên cứu trong Viện Công nghệ thông tin. Trong thời gian qua, Viện CNTT đã tạo cho tôi môi trường làm việc hết sức thuận lợi và thường xuyên có những lời động viên, nhắc nhở giúp tôi thực hiện tốt công việc nghiên cứu đề tài.

Tôi xin chân thành cảm ơn các Thầy trong Viện Toán đã góp ý và nhiệt tình chỉ bảo, cho tôi tham dự các buổi Seminar khoa học và các Hội thảo Toán học giúp tôi bổ sung những kiến thức Toán học cần thiết cho luận án trong quá trình nghiên cứu.

Tôi xin chân thành cảm ơn lãnh đạo Trường ĐH Công nghệ thông tin và Truyền thông - Đại học Thái nguyên đã động viên và tạo điều kiện về mặt thời gian cũng như công việc giúp tôi tập trung vào công việc nghiên cứu.

Tôi cũng muốn gửi lời cảm ơn của tôi đến tất cả các đồng nghiệp và bạn bè của tôi đã chia sẻ buồn, vui và những kinh nghiệm hết sức quí báu trong cuộc sống lẫn công việc nghiên cứu khoa học.

Cuối cùng, luận án sẽ không thể hoàn thành nếu như không có sự động viên và hỗ trợ về mọi mặt của gia đình. Luận án này và những công việc tôi đang cố gắng thực hiện, là để gửi tới cha mẹ, anh chị em và những người thân trong gia đình với tất cả lòng biết ơn sâu sắc nhất.

Xin chân thành cảm ơn.

Danh mục các chữ viết tắt và các ký hiệu

DDM	Phương pháp chia miền
BAM	Phương pháp xấp xỉ biên
SFBIM	Phương pháp tích phân biên
LPIS	Giá đỡ thẳng bên trong
$\mathbb{R}^n$	Không gian Euclide n chiều
Ω	Miền giới nội trong không gian $\mathbb{R}^n$
$\partial\Omega$	Biên của miền Ω
Δ	Toán tử Laplace
∇	Toán tử Gradient
$C^k(\Omega)$	Không gian các hàm có đạo hàm cấp k liên tục
$L^2(\Omega)$	Không gian các hàm đo được bình phương khả tích
$H^s(\Omega)$	Không gian Sobolev với chỉ số s
$\|.\|_V$	Chuẩn xác định trên không gian V
$(.,.)_V$	Tích vô hướng xác định trên không gian V
I	Toán tử đơn vị
$D^\alpha u$	Đạo hàm riêng của u cấp $\|\alpha\|$
H_A	Không gian năng lượng của toán tử A

Danh sách hình vẽ

1.1 Các véc tơ pháp tuyến và tiếp tuyến tại điểm P 16
1.2 Miền Ω và các ký hiệu biên tương ứng. 22

2.1 Miền Ω và các miền con Ω_1, Ω_2 36
2.2 Đồ thị nghiệm xấp xỉ tương ứng với $r = 0.5$. 48
2.3 Đồ thị nghiệm xấp xỉ tương ứng với $r = 0.3$. 49
2.4 Miền hình học dạng L với các miền con Ω_1 và Ω_2 49
2.5 Đồ thị nghiệm xấp xỉ trong miền dạng L 50
2.6 Miền Ω với lớp cách nhiệt Ω_δ 51
2.7 Đồ thị nghiệm xấp xỉ của bài toán trong môi trường 3 lớp không đồng nhất 52
2.8 Miền Ω với các miền con và các phần biên tương ứng 55
2.9 Đồ thị nghiệm xấp xỉ ứng với các hàm: a) Hàm u_1; b) Hàm u_2; c) Hàm u_3. 65
2.10 Hình miền và các điều kiện biên của bài toán Motz 65
2.11 Nghiệm xấp xỉ của bài toán Motz 66
2.12 Dáng điệu đạo hàm tại điểm kỳ dị 66

3.1 Miền Ω và các phần biên của nó 72
3.2 Miền Ω với các điều kiện biên hỗn hợp 73
3.3 Miền Ω và các miền con của nó 80
3.4 Bài toán vết nứt 84

3.5 Đồ thị nghiệm của bài toán vết nứt 85
3.6 Dáng điệu đạo hàm bậc hai biểu diễn ứng suất dọc theo vết nứt: theo DDM (bên trái) và theo SFBIM (bên phải) 85
3.7 Bản với một giá đỡ bên trong. 86
3.8 Bản với hai giá đỡ bên trong. 86
3.9 Bài toán có một LPIS với các điều kiện biên tương ứng xét trong 1/4 bản 87
3.10 Bài toán có hai LPIS với các điều kiện biên tương ứng xét trong 1/4 bản 87
3.11 Miền Ω và các miền con Ω_1, Ω_2 91
3.12 Mặt võng của 1/4 bản với giá đỡ có độ dài khác nhau 96
3.13 Độ dốc của bản theo hướng x và y dọc theo giá đỡ 96
3.14 Mặt võng của toàn bản có một LPIS 96
3.15 Đường đồng mức của độ võng trong trường hợp $e/\pi = 0.1$ . . . 97
3.16 Đường đồng mức của độ võng trong trường hợp $e/\pi = 0.3$ . . . 97
3.17 Miền Ω và các miền con Ω_1, Ω_2, Ω_3 98
3.18 Độ dốc của bản theo hướng x dọc theo LPIS 101
3.19 Độ dốc của bản theo hướng y xét tại điểm giữa của LPIS . . . 101
3.20 Mặt võng của 1/4 bản với hai LPIS 101
3.21 Mặt võng của toàn bản có hai LPIS 101
3.22 Độ dốc của bản theo hướng x với LPIS đặt tại vị trí tùy ý . . 102
3.23 Độ dốc của bản theo hướng y xét tại điểm giữa của LPIS . . . 102
3.24 Mặt võng của 1/4 bản với giá đỡ đặt tại vị trí tùy ý 102
3.25 Đường đồng mức của độ võng trong trường hợp $e_1/\pi = 0.1, e_2/\pi = 0.2$ 103

3.26 Đường đồng mức của độ võng trong trường hợp $e_1/\pi = 0.2, e_2/\pi = 0.4$ 103

Danh sách bảng

2.1 Sự hội tụ của quá trình lặp với $r = 0.5$ 48

2.2 Sự hội tụ của quá trình lặp với $r = 0.3$ 48

2.3 Sự hội tụ của quá trình lặp giải bài toán trong miền dạng L . . 50

3.1 Sự hội tụ của quá trình lặp với 3 hàm $u_1,\ u_2,\ u_3$ 82

3.2 Sự hội tụ của quá trình lặp trong Ví dụ 3.2.5 83

3.3 Sự hội tụ của quá trình lặp giải bài toán vết nứt 84

3.4 Sự hội tụ của quá trình lặp với 3 hàm $u_1,\ u_2,\ u_3$. 93

3.5 Sự hội tụ của quá trình lặp trong trường hợp không biết trước nghiệm đúng 94

3.6 Vị trí đặt giá đỡ, độ võng lớn nhất và tọa độ tương ứng của bản với 1 LPIS 97

3.7 Vị trí đặt giá đỡ, độ võng lớn nhất và tọa độ tương ứng của bản với 2 LPIS 103

Mục lục

Lời cam đoan ..... **i**

Lời cảm ơn ..... **ii**

Danh mục các chữ viết tắt và các ký hiệu ..... **iv**

Danh sách hình vẽ ..... **iv**

Danh sách bảng ..... **vii**

Mở đầu **1**

Chương 1. Một số kiến thức chuẩn bị và kết quả bổ trợ **8**

1.1. Không gian Sobolev 8

1.1.1. Một số ký hiệu và định nghĩa 8

1.1.2. Không gian Sobolev 10

1.1.3. Công thức Green và bất đẳng thức Poincare 12

1.2. Bài toán biên của phương trình elliptic cấp hai và phương trình song điều hòa 13

1.2.1. Bài toán biên của phương trình elliptic cấp hai với các điều kiện biên hỗn hợp, không thuần nhất 13

1.2.2. Bài toán biên của phương trình song điều hòa 15

1.3. Các vấn đề cơ bản về phương pháp lặp 19

1.3.1. Lược đồ lặp hai lớp 19

1.3.2. Định lý cơ bản về sự hội tụ của các sơ đồ lặp 20