ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

– – – – – – – – – – –

NGUYỄN THÀNH ĐOÀN

HỆ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN KIỂU TÍCH CHẬP SUY RỘNG ĐỐI VỚI CHÙM CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TÍCH PHÂN DẠNG FOURIER

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2013

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

– – – – – – – – – – –

NGUYỄN THÀNH ĐOÀN

HỆ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN KIỂU TÍCH CHẬP SUY RỘNG ĐỐI VỚI CHÙM CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TÍCH PHÂN DẠNG FOURIER

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số : **60.46.01.12**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
TS. NGUYỄN MINH KHOA

Thái Nguyên - 2013

Mục lục

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy giáo:TS. Nguyễn Minh Khoa - Trưởng khoa Khoa học cơ bản - Trưởng bộ môn Toán Trường Đại học Điện Lực đã hướng dẫn và chỉ bảo tận tình trong suốt quá trình làm luận văn. Tác giả cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành đến Ban giám hiệu, phòng Đào tạo, khoa Toán - Tin Trường ĐHKH, Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện thuận lợi trong suốt quá trình học tập tại trường.

Xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè đồng nghiệp và các thành viên trong lớp cao học toán K5B đã luôn quan tâm, động viên, giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập và quá trình làm luận văn.

Tuy bản thân có nhiều cố gắng, song thời gian và năng lực của bản thân có hạn nên luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô cùng toàn thể bạn đọc.

Thái Nguyên, tháng 05 năm 2013.

Tác giả

.

Nguyễn Thành Đoàn

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan các kết quả nghiên cứu trong luận văn là trung thực và không trùng lặp với các đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Tác giả

.

Nguyễn Thành Đoàn

MỘT SỐ KÍ HIỆU DÙNG TRONG LUẬN VĂN

1. R_+ : Tập các số thực dương.
2. $L(R) = \left\{ f(x) : \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|\, dx < +\infty \right\}$
3. $L(R_+) = \left\{ f(x) : \int\limits_{0}^{+\infty} |f(x)|\, dx < +\infty \right\}$
4. $L\left(\sqrt{1+x^2}, R\right) = \left\{ f(x) : \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{1+x^2}.\, |f(x)|\, dx < +\infty \right\}$

Mở đầu

Cùng với sự phát triển của lí thuyết các phép biến đổi tích phân, một hướng phát triển mới của lí thuyết các phép biến đổi tích phân là tích chập của các phép biến đổi tích phân xuất hiện vào khoảng đầu thế kỷ XX.
Tích chập đối với phép biến đổi tích phân Fourier F của hai hàm f và g được xác định như sau [7,8]

$$(f \underset{F}{*} g)(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-y)g(y)dy \quad , \ x \in R \qquad (0.1)$$

Tích chập này thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa:

$$F(f \underset{F}{*} g)(y) = (Ff)(y).(Fg)(y) \quad ,\forall y \in R \ \ ,\forall f,g \in L(R) \qquad (0.2)$$

Tích chập đối với phép biến đổi tích phân Fourier cosine F_c của hai hàm f và g được xác định như sau [7,8]

$$(f \underset{F_c}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{+\infty} f(y)\left[g(|x-y|) + g(x+y)\right]dy \quad ,x > 0 \qquad (0.3)$$

Tích chập này thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa:

$$F_c(f \underset{F_c}{*} g)(y) = (F_c f)(y).(F_c g)(y) \quad ,\forall y > 0 \ \ ; \ f,g \in L(R_+) \qquad (0.4)$$

Tiếp đến là tích chập đối với các phép biến đổi Laplace[7,8], Mellin, Hilbert [7],Hankel và Stieltjes.

Các tích chập nói trên đều có cùng một thuộc tính đặc trưng đó là trong đẳng thức nhân tử hóa của chúng chỉ có duy nhất một phép biến đổi tích phân tham gia. Điều này hạn chế đến cấu trúc và việc ứng dụng chúng vào giải các phương trình, hệ phương trình tích phân dạng chập và các bài toán thực tế.

Năm 1958, lần đầu tiên tích chập với hàm trọng ra đời. Đó là tích chập với hàm trọng đối với phép biến đổi tích phân Mehler – Fox được khám phá bởi Vilenkin .Y.Ya.

Sau đó năm 1967, trong một công trình công bố trên tạp chí D.A.N [2] V.A Kakichev đã xây dựng phương pháp kiến thiết tích chập với hàm trọng $\gamma(y)$ đối với phép biến đổi tích phân K bất kỳ, thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa:

$$K(f \overset{\gamma}{*} g)(y) = \gamma(y)(Kf)(y)(Kg)(y)$$

Nhờ phương pháp này mà một số tích chập với hàm trọng đã được xây dựng và nghiên cứu.

Dẫu là năm 1951, I.N. Sneddon đã xây dựng tích chập suy rộng đầu tiên đối với hai phép biến đổi tích phân Fourier sine và Fourier cosine [7]

$$(f \underset{1}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^{+\infty} f(t)\,[g(|x-t|) - g(x+t)]dt\ ,\ x > 0 \tag{0.5}$$

Tích chập này thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa:

$$F_s(f \underset{1}{*} g)(y) = (F_s f)(y).(F_c g)(y) \quad ,\forall y > 0\ ;\ f, g \in L(R_+). \tag{0.6}$$

Nhưng phải đến những năm 90 của thế kỷ trước S.B.Yakubovich đã xây dựng được một số tích chập suy rộng đối với các phép biến đổi tích phân với chỉ số, chẳng hạn như tích chập đối với phép biến đổi tích phân

Mellin, tích chập đối với phép biến đổi tích phân Kontorovich – Lebedev, biến đổi G, biến đổi H.

Năm 1998, V.A. Kakichev và Nguyễn Xuân Thảo đã đưa ra phương pháp kiến thiết tích chập suy rộng của ba phép biến đổi tích phân bất kỳ K_1 , K_2, K_3 Với hàm trọng $\gamma(y)$ thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa.

$$K_1(f \overset{\gamma}{*} g)(y) = \gamma(y)(K_2 f)(y)(K_3 g)(y)$$

Từ ý tưởng của bài báo này trong vòng một thập niên trở lại đây Nguyễn Xuân Thảo, Nguyễn Minh Khoa đã xây dựng và nghiên cứu hàng chục tích chập, tích chập suy rộng và đa chập đối với chùm ba phép biến đổi tích phân nổi tiếng Fourier, Fourier sine, Fourier cosine [4,5,6] chẳng hạn như:

Tích chập suy rộng đối với phép biến đổi Fourier cosine và Fourier sine [3] được xác định bởi:

$$(f \underset{2}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} f(t)\left[sign(t-x)g(|t-x|) + g(t+x)\right]dt \quad , x > 0 \quad (0.7)$$

Khi f và g là các hàm thuộc $L(R_+)$ thì tích chập $(f \underset{2}{*} g)$ cũng thuộc $L(R_+)$ và thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa:

$$F_c(f \underset{2}{*} g)(y) = (F_s f)(y).(F_s g)(y) \quad ,\forall y > 0 \ . \qquad (0.8)$$

Tích chập suy rộng $\gamma_1(y) = \sin y$ đối với các phép biến đổi Fourier cosine, Fourier sine [4] được xác định bởi :

$$\begin{aligned}(f \overset{\gamma_1}{\underset{3}{*}} g)(x) = \tfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(t)\,[g(|x+t-1|) + g(|x-t+1|) - \\ -g(x+t+1) - g(|x-t-1|)]\,dt \quad , \quad x > 0 \qquad (0.9)\end{aligned}$$

Khi f , g là các hàm thuộc $L\,(R_+)$ thì tích chập $(f \overset{\gamma_1}{\underset{3}{*}} g)$ cũng thuộc $L\,(R_+)$