ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

TRẦN ĐẠI DƯƠNG

TÌM HIỂU LICH SỬ PHÁT TRIỂN TÍCH PHÂN

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp
Mã số : 60.46.01.13

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

Thái Nguyên, năm 2013

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Trong chương trình Toán Trung học Phổ thông, sách giáo khoa hiện hành thường giới thiệu sơ lược về các nhà toán học và một số kiến thức lịch sử toán học liên quan đến nội dung bài học.

Tìm hiểu những kiến thức về lịch sử toán nói chung, kiến thức lịch sử tích phân liên quan đến chương trình toán Trung học Phổ thông nói riêng, theo tôi, là rất cần thiết. Hơn nữa, giảng dạy toán học thông qua lịch sử toán học có lẽ cũng là vấn đề rất thú vị và đáng quan tâm.

Với mong muốn tìm hiểu và trang bị cho mình một số kiến thức về lịch sử tích phân liên quan đến chương trình Trung học Phổ thông và một số biện pháp để cung cấp kiến thức này cho học sinh Trung học Phổ thông, nhằm nâng cao chất lượng giảng dạy bộ môn toán của cá nhân ở trường Trung học, tôi chọn đề tài *Tìm hiểu lịch sử phát triển tích phân* làm Luận văn Cao học. Luận văn có mục đích *tìm hiểu quá trình hình thành, phát triển và định hình khái niệm tích phân, các nội dung trong tính toán tích phân và ứng dụng của tích phân*. Chúng tôi cũng cố gắng sử dụng những hiểu biết về lịch sử tích phân trong dạy học toán ở trường Trung học Phổ thông.

Luận văn gồm hai chương:

Chương 1: Tìm hiểu lịch sử phát triển khái niệm tích phân trước Newton và Leibniz.

Chương 2: Tìm hiểu lịch sử hoàn chỉnh lí thuyết tích phân sau Newton và Leibniz.

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Tạ Duy Phượng (Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam). Trong suốt quá trình làm luận văn, tôi đã nhận được sự hướng dẫn tỉ mỉ, nghiêm túc của Thầy. Một số

nội dung trong Luận văn được tham khảo từ bản dịch của Thầy hướng dẫn. Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến Thầy.

Tôi cũng xin cảm ơn các quý thầy, cô giảng dạy Cao học của Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên, đã mang đến cho tôi nhiều kiến thức bổ ích trong khoa học và cuộc sống.

Xin chân thành cảm ơn Trường Trung học Phổ thông Kim Sơn C, Ninh Bình, nơi tôi công tác, đã tạo điều kiện cho tôi hoàn thành nhiệm vụ.

Xin chân thành cảm ơn các bạn đồng môn đã giúp đỡ tôi trong thời gian học tập tại Đại học Thái Nguyên và trong quá trình hoàn thành luận văn.

Cuối cùng, tác giả xin được cảm ơn mẹ và người vợ yêu dấu, cùng những người thân trong gia đình đã luôn luôn ủng hộ và động viên để tác giả có thể hoàn thành luận văn một cách tốt nhất.

Thái Nguyên, tháng 5- 2013

Người viết Luận văn

Trần Đại Dương

CHƯƠNG 1
TÌM HIỂU LỊCH SỬ PHÁT TRIỂN KHÁI NIỆM TÍCH PHÂN TRƯỚC NEWTON VÀ LEIBNIZ

Toán học thực sự được hình thành, phát triển và có ứng dụng thực tế khoảng thế kỷ thứ V trước Công nguyên, vào thời đại của các nền văn minh cổ đại: Nền văn minh Ai Cập, Babylone, nền văn minh Hy Lạp,... Ngay trong các thành tựu toán học thời kì này đã có những mầm mống của phép toán vi phân và tích phân (calculus). Chương này trình bày ý tưởng sơ khai hình thành khái niệm tích phân và những đóng góp của Archimedes, sau đó trình bày sự phát triển khái niệm tích phân thời kì trước Newton và Leibniz.

1.1 Diện tích, số và khái niệm giới hạn thời cổ đại

1.1.1 Hình học Babilon và Hình học Ai cập

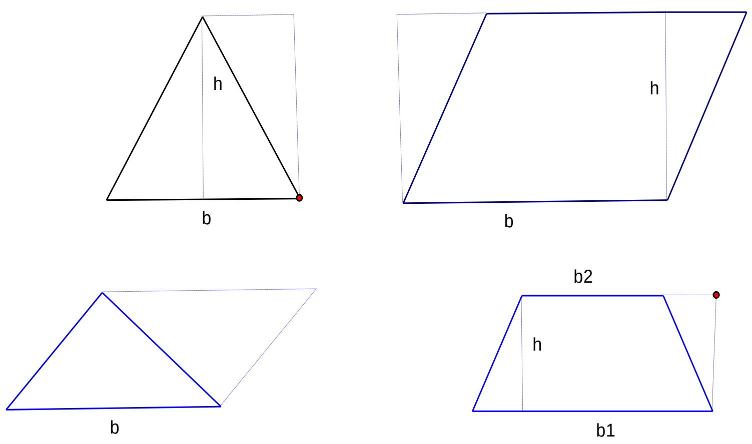
Lịch sử phát triển toán học nằm trong và gắn liền với lịch sử phát triển của văn minh nhân loại. Toán học thời sơ khai phát triển và góp phần giải quyết các bài toán thực tế do xã hội đặt ra dựa trên các khái niệm *số* và *hình*. Hai lĩnh vực này tuy phát triển độc lập, nhưng nói chung liên quan mật thiết với nhau. Thí dụ, hình học phải sử dụng số để biểu diễn các đại lượng (diện tích, thể tích,…), phương trình đại số được giải bằng phương pháp hình học.

Hình học Ai Cập

Những thành tựu hình học trong toán học Ai Cập và Hy Lạp là cơ sở cho sự phát triển của rất nhiều ngành toán học hiện đại, trong đó có *calculus* (phép tính vi phân và tích phân). Nói chung các nhà nghiên cứu lịch sử đều thống nhất rằng hình học có nguồn gốc từ Ai Cập. Thí dụ, nhà Lịch sử Hy Lạp Herodotus (thế kỉ 5 trước công nguyên) đã viết rằng, việc thu thuế của những thửa ruộng trên những cánh đồng dọc theo sông Nile được tính theo diện tích, nhưng hàng năm nhà quản lí phải biết số diện tích ruộng bị lấp đi do phù sa sông Nile bồi đắp, để trừ thuế. Rõ ràng, điều này đòi hỏi phát triển những kĩ thuật đo đạc và tính toán diện tích.

Những bảng đất sét của người Hy Lạp cổ đại sau khi được giải mã, đã cho chúng ta biết nhiều thông tin về hiểu biết hình học của người xưa. Thí dụ, các bảng đất sét *Rhind Papyrus* chứa một số bài toán và lời giải, trong đó có khoảng 20 bài toán tính diện tích cánh đồng và thể tích các kho thóc. Mỗi bài toán được phát biểu dưới ngôn ngữ các số cụ thể, đúng hơn là bằng các chữ, và lời giải của chúng được viết dưới dạng đơn thuốc (in recipe fashion), mà không chỉ rõ công thức tổng quát hoặc phương pháp chung.

Diện tích hình chữ nhật bằng tích của đáy nhân chiều cao coi như đã biết. Diện tích hình bình hành được tính bằng cách đưa về hình chữ nhật nhờ *cắt* và *dán* tam giác. Diện tích tam giác được tính bằng cách nhân một nửa cạnh đáy với chiều cao, bằng nửa diện tích hình bình hành (hình bình hành là hai tam giác bằng nhau ghép lại). Bài toán tính diện tích hình thang cân có đáy bằng 4, 6 và chiều cao 20 đã được tính như nửa tổng hai đáy "giống như hình chữ nhật" và nhân với chiều cao, kết quả được đáp số đúng là 100 (Hình 1.1). Bài toán này và các bài toán tương tự cho phép giả thiết rằng cách tính diện tích của người Ai Cập dựa trên *phương pháp cắt cơ bản* (elementary dissection method), hay kĩ thuật cắt các hình (đa giác) thành tam giác và dán các tam giác này lại để được hình chữ nhật (Hình 1.1).



Hình 1.1

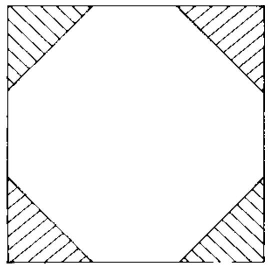
Người Ai Cập đã biết gần đúng số π. Một bảng đất sét đã mô tả cách tính diện tích hình tròn bằng bình phương của $\frac{8}{9}$ đường kính như sau:

Chia mỗi cạnh hình vuông ngoại tiếp đường tròn đường kính d làm ba phần và cắt đi bốn tam giác ở bốn góc (Hình 1.2).

Khi ấy diện tích của bát giác đều (xấp xỉ diện tích hình tròn) là

$$A=\frac{7}{9}d^2=\frac{63}{81}d^2=\left(\frac{8}{9}d\right)^2.$$

Vì diện tích hình tròn là πr^2, ta suy ra $\pi \approx 3.16$.



Hình 1.2

Toán học Babilon

Người Babilon đã biết đặt và giải các bài toán đại số như một số phương trình và hệ phương trình bậc hai. Ví dụ, họ đã giải được bài toán sau đây: "Tìm chiều dài một cạnh hình vuông cho biết diện tích của nó trừ đi chiều dài của một cạnh thì bằng 870". Ngày nay ta dễ dàng đặt phương trình $x^2 - x = 870$, và tìm thấy đáp số là 30.

Neugebauer đã phát hiện trong bộ sưu tập của Louvre một tài liệu từ thời vua Nabuchodonosor (vua Babilon 605 - 562 trước CN), có ghi hai chuỗi số:

$$1+2+2^2+2^3+\ldots+2^9=2^9+2^9-1;$$

$$1+2^2+3^2+\ldots+10^2=\left[1\left(\frac{1}{3}\right)+10\left(\frac{2}{3}\right)\right]55=385.$$

Một câu hỏi cho tới nay vẫn chưa có câu trả lời là: Khi tìm ra các công thức trên, người Babilon đã biết công thức tính tổng các số hạng của một cấp số nhân và tổng bình phương các số tự nhiên liên tiếp dưới đây chưa?

$$\sum_{i=0}^{n} s^i=\frac{s^{n+1}}{s-1};\quad \sum_{j=1}^{n} j^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6};\quad \sum_{j-1}^{n} j^2=\left[\frac{1}{3}+\frac{2n}{3}\right]\left[\sum_{j=1}^{n} j\right].$$

Ngày nay, khi nghiên cứu thành tựu về đại số của người Babilon, người ta cho rằng sở dĩ họ đạt được những thành tựu như vậy là vì họ biết dựa vào hệ đếm cơ số 60. Thí dụ, họ đã tính gần đúng giá trị của $\sqrt{2}$ (chỉ sai khác 0.000001 đơn vị):

$$1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}=1.414213.$$

Về mặt hình học, người Babilon đã biết tính chính xác diện tích của tam giác và hình thang, thể tích hình trụ và hình lăng trụ (bằng diện tích đáy nhân với chiều cao).

1.1.2 Hình học Hy Lạp thời cổ đại

Khoảng 2500 về trước, người Hy Lạp đã tiếp thu được những kiến thức toán học, đặc biệt là hình học, của người Ai Cập và người Babilon. Những kiến thức đó lần đầu tiên đã được ứng dụng một cách hiệu quả để đo diện tích các mảnh đất. Tiếng Hy Lạp chữ "hình học" nghĩa là "đo đất".

Các nhà toán học Hy Lạp, tiêu biểu là Thales (nửa đầu thế kỉ 6 trước công nguyên) và Pythagoras (500 năm trước công nguyên), đã có những đóng góp lớn trong hình học. Trường phái Pythagoras đã đưa vào khái niệm *tỉ số* (ratios) và *tỉ lệ* (proportion) giữa các đại lượng (có thể là các số hoặc các đại lượng hình học), có ứng dụng thiết thực trong tính toán số học và buôn bán. Khái niệm tỉ số và tỉ lệ giữa các số được mở rộng và áp dụng cho tỉ số độ dài, diện tích. Thí dụ, Hyppocrates (khoảng năm 430 trước công nguyên) đã chứng minh rằng tỉ số diện tích giữa hai hình tròn bằng bình phương tỉ số đường kính (hoặc bán kính) của chúng. Ông suy ra kết quả này bằng cách vẽ hai đa giác đều đồng dạng nội tiếp trong hai đường tròn đã cho và diện tích hình tròn nhận được bằng cách tăng vô hạn số cạnh của đa giác đều nội tiếp. Như vậy, Hyppocrates đã có những cảm nhận về khái niệm *giới hạn* (limit) và