ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

BẾ ĐÌNH TIẾN

ĐÁNH GIÁ SỐ THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG CỦA TẬP NGHIỆM BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN AFFINE HAI MỤC TIÊU

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2013

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

BẾ ĐÌNH TIẾN

ĐÁNH GIÁ SỐ THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG CỦA TẬP NGHIỆM BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN AFFINE HAI MỤC TIÊU

Chuyên ngành: Giải tích

Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: PGS. TS. Tạ Duy Phượng

Thái Nguyên – 2013

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

Mục lục

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

LỜI NÓI ĐẦU

Khởi đầu từ bài báo của Giannessi [5], bất đẳng thức biến phân (variational inequality - VI) đã được các nhà toán học quan tâm và nghiên cứu rất mạnh mẽ trong ba thập kỉ trở lại đây do ý nghĩa quan trọng về lý thuyết cũng như trong thực tế của nó. Bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ (vector variational inequality problem - VVI) đóng một vai trò quan trọng trong việc nghiên cứu các câu hỏi khác nhau (cấu trúc của tập nghiệm, tính ổn định nghiệm, độ nhạy của nghiệm, ...) của bài toán tối ưu vectơ. Hơn nữa, VVI là một trong những mô hình quan trọng của lý thuyết bài toán cân bằng vectơ. Độ nhạy của nghiệm và các tính chất tôpô của tập nghiệm của bài toán VVI đơn điệu mạnh với các áp dụng vào bài toán tối ưu vectơ đã được nghiên cứu trong [6,7]. Gần đây, bằng việc sử dụng kết quả ổn định của các bất đẳng thức biến phân đơn điệu được đưa ra bởi Robinson [8, Định lý 2] và phương pháp vô hướng hóa [6,9], Yen và Yao [10] và Yen [11] đã thiết lập được các điều kiện đủ cho tính nửa liên tục trên của các ánh xạ nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân affine đơn điệu chứa tham số (affine vector variational inequality problem - AVVIs). Các kết quả đó có ý nghĩa thực tế và liên quan đến tính ổn định nghiệm và tính liên thông của tập nghiệm của bài toán tối ưu vectơ toàn phương lồi và bài toán tối ứu vectơ phân thức tuyến tính. Luận văn trình bày lại kết quả của bài báo [4]. Bài báo [4] đã chứng minh được rằng tập nghiệm Pareto và tập nghiệm Pareto yếu của bài toán bất đẳng thức biến phân affine hai mục tiêu với tập chấp nhận được mà không nhất thiết phải compact có hữu hạn thành phần liên thông. Ngoài ra luận

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

văn cũng đưa ra đánh giá số thành phần liên thông của tập nghiệm bài toán bất đẳng thức biến phân affine hai mục tiêu trong $\mathbb{R}^2$.

Toàn bộ luận văn trình bày lời giải cho hai câu hỏi chính:

- *Số thành phần liên thông của bài toán bất đẳng thức biến phân affine hai mục tiêu có hữu hạn không?*
- *Công thức đánh giá số thành phần liên thông của bài toán bất đẳng thức biến phân affine hai mục tiêu là như thế nào?*

Luận văn gồm 3 chương:

Chương 1. Trình bày một số kiến thức về bất đẳng thức biến phân, bất đẳng thức biến phân affine hai mục tiêu và kiến thức liên quan.

Chương 2. Trình bày kết quả của [4] về đánh giá số thành phần liên thông của tập nghiệm Pareto và Pareto yếu của bài toán bất đẳng thức biến phân affine hai mục tiêu trong $\mathbb{R}^n$.

Chương 3. Cụ thể hóa kết quả của [4] về đánh giá số thành phần liên thông của tập nghiệm Pareto và Pareto yếu của bài toán bất đẳng thức biến phân affine hai mục tiêu trong $\mathbb{R}^2$.

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Tạ Duy Phượng. Tôi xin bày tỏ sự kính trọng và lòng biết ơn sâu sắc đối với thày hướng dẫn đã tận tình giúp đỡ tôi để hoàn thành luận văn.

Tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn đối với Phòng Đào tạo Sau đại học, Đại học Sư phạm Thái Nguyên, Khoa Toán trường Đại học Sư phạm Thái Nguyên, tập thể lớp cao học Toán -K18, các bạn bè đồng nghiệp về sự quan tâm giúp đỡ. Và cuối cùng, xin cảm ơn những người thân trong gia đình đã luôn giúp đỡ, tạo mọi điều kiện, động viên và khích lệ cho tôi trong suốt thời gian dài học tập.

Thái Nguyên, ngày 10 tháng 9 năm 2013.

Tác giả

Bế Đình Tiến

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

Các kí hiệu

- $\mathbb{R}^n_+ = \{(x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, i = 1, ..., n\}$.
- $\langle x, y \rangle$ là tích vô hướng của hai phần tử x và y trong không gian Euclid.
- $||x||$ là chuẩn của x trong không gian Euclid.
- $N_K(x)$ là nón pháp tuyến của K tại x.
- $\overline{B}(x, \varepsilon)$ là hình cầu đóng tâm x bán kính ε.
- $B(x, \varepsilon)$ là hình cầu mở tâm x bán kính ε.
- $ri\Sigma$ là phần trong tương đối của Σ.
- $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$ là ma trận cấp $p \times n$. A^T là ma trận chuyển vị của ma trận A.
- $x \in \mathbb{R}^n$ thì x^T là chuyển vị của vectơ x.
- $\Phi : \Sigma \rightrightarrows \mathbb{R}^n$ là ánh xạ đa trị từ Σ vào $\mathbb{R}^n$ với ảnh là tập lồi, đóng.
- $\mathbb{N}^*$ là tập các số tự nhiên trừ phần tử 0.

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

Một số kiến thức chuẩn bị

Ta nhắc lại một số kiến thức quan trọng của đại số tuyến tính sử dụng trong luận văn.
Cho *hệ phương trình tuyến tính* trên trường số thực $\mathbb{R}$ có dạng

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1, \\ .... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases} \tag{1}$$

trong đó $a_{ij}, b_i \in \mathbb{R}$.
Nếu $b_1 = b_2 = ... = b_m = 0$, ta có *hệ phương trình tuyến tính thuần nhất*:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = 0, \\ .... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Hệ (2) được gọi là *hệ liên kết* với hệ phương trình (1).
Nghiệm của phương trình (1) là một vectơ $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_n) \in \mathbb{R}^n$ sao cho khi ta thay $x_1 = \alpha_1, ..., x_n = \alpha_n$ vaò (1) thì ta được một đẳng thức đúng.
Hệ phương trình tuyến tính thuần nhất (2) luôn có nghiệm tầm thường $0 = (0, ..., 0)$.

Ta gọi:

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \ a_{12} \ ... \ a_{1n} \\ a_{21} \ a_{22} \ ... \ a_{2n} \\ .... \\ a_{m1} \ a_{m1} \ ... \ a_{mn} \end{pmatrix}$$

là *ma trận hệ số* của hệ (1) và hệ (2), còn

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} \ a_{12} \ ... \ a_{1n} \ \ b_1 \\ a_{21} \ a_{22} \ ... \ a_{2n} \ \ b_2 \\ .... \\ a_{m1} \ a_{m1} \ ... \ a_{mn} \ \ b_m \end{pmatrix}$$

là *ma trận bổ sung* (hoặc *ma trận hệ số mở rộng*) của hệ (1).
Nếu kí hiệu $X = (x_1, ..., x_n)^T$ và $b = (b_1, ..., b_m)^T$ thì hai phương trình trên có thể viết dưới dạng

$$AX = b \qquad (1') \qquad \text{và} \qquad AX = 0 \qquad (2')$$

Định lý 0.1. *(xem [1], trang 106).*
Tập nghiệm của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất (2) *lập thành một không gian con của không gian véc tơ* $\mathbb{R}^n$ *và có chiều là* $r = n - rankA$.

Một cơ sở của không gian nghiệm này được gọi là một hệ nghiệm cơ sở.

Mệnh đề 0.2. *(xem [1], trang 106).*
Giả sử u_0 *là một nghiệm cho trước của hệ phương trình tuyến tính* (1)*. Khi đó* $u \in \mathbb{R}^n$ *là nghiệm của hệ phương trình tuyến tính* (1) *nếu và chỉ nếu* $u = u_0 + v$*, trong đó* v *là một nghiệm của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất* (2)*, còn* u_0 *là một nghiệm riêng của* (1)*.*

Nói cách khác, nếu $v_1, ..., v_r$ *là một hệ nghiệm cơ sở của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất* (2)*, còn* u_0 *là một nghiệm riêng của* (1) *thì ta có thể viết nghiệm của hệ phương trình tuyến tính* (1) *dưới dạng*

$$u = u_0 + t_1v_1 + ... + t_rv_r,$$

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/

trong đó $t_1, ..., t_r \in \mathbb{R}$.

Định nghĩa 0.3. *Một nghiệm cố định* u_0 *của hệ phương trình tuyến tính* (1) *được gọi là nghiệm riêng, còn nghiệm* $u = u_0 + t_1v_1 + ... + t_rv_r$ *được gọi là nghiệm tổng quát của hệ phương trình tuyến tính* (1).

Định lý 0.4. *(Kronecker - Capelli - xem [1] trang 107).*
Hệ phương trình tuyến tính (1) *có nghiệm khi và chỉ khi hạng của ma trận liên kết bằng hạng của ma trận bổ sung, nghĩa là* $rankA = rankB$.

Hệ quả 0.5. *(xem [1], trang 107) Hệ phương trình tuyến tính* (1) *có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi* $rankA = rankB = n$.

Xét ma trận vuông

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \ a_{12} \ ... \ a_{1n} \\ a_{21} \ a_{22} \ ... \ a_{2n} \\ .... \\ a_{n1} \ a_{n1} \ ... \ a_{nn} \end{pmatrix}$$

Giả sử M_{ij} là ma trận được suy ra từ A bằng cách bỏ đi hàng i và cột j chứa phần tử a_{ij}. M_{ij} được gọi là ma trận con của ma trận A. Ta gọi $D_{ij} = det(M_{ij})$ là định thức con ứng với phần tử a_{ij}, và $c_{ij} = (-1)^{i+j}D_{ij}$ là phụ đại số của phần tử a_{ij}.
Kí hiệu

$$C = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} c_{11} \ c_{12} \ ... \ c_{1n} \\ c_{21} \ c_{22} \ ... \ c_{2n} \\ .... \\ c_{n1} \ c_{n2} \ ... \ c_{nn} \end{pmatrix}.$$

Ta có

Bổ đề 0.6. *Nếu* $det(A) \neq 0$ *thì ma trận* A *có nghịch đảo* A^{-1} *được tính bởi công thức sau:*

So hoa bôi trung tam hoc lieu http://www.lrc-tnu.edu.vn/