ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

Đặng Thị Thủy

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TỔ HỢP

Chuyên Ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
MÃ SỐ: 60.46.01.13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: GS.TSKH.HÀ HUY KHOÁI

Thái Nguyên - 2013

Công trình được hoàn thành tại
Trường Đại Học Khoa Học - Đại Học Thái Nguyên

Người hướng dẫn khoa học: GS.TSKH.HÀ HUY KHOÁI

Phản biện 1: ....
....

Phản biện 2: ....
....

Luận văn sẽ được bảo vệ trước hội đồng chấm luận văn họp tại:
Trường Đại Học Khoa Học - Đại Học Thái Nguyên
Ngày .... tháng .... năm 2013

Có thể tìm hiểu tại
Thư Viện Đại Học Thái Nguyên

Mục lục

Mở đầu

Có thể nói tư duy về tổ hợp ra đời từ rất sớm, tuy nhiên lý thuyết tổ hợp được hình thành như một ngành toán học mới vào khoảng thế kỷ 17 bằng một loạt các công trình nghiên cứu của các nhà toán học xuất sắc như Pascal, Fermat, Leibnitz, Euler... Mặc dù vậy, trong suốt hai thế kỷ rưỡi, tổ hợp không đóng vai trò nhiều trong việc nghiên cứu tự nhiên. Đến nay với sự hỗ trợ đắc lực của máy tính, tổ hợp đã chuyển sang lĩnh vực toán ứng dụng với sự phát triển mạnh mẽ, có nhiều ứng dụng cho con người.

Nhận thức được vai trò của lý thuyết tổ hợp đối với đời sống hiện đại, lý thuyết tổ hợp đã được đưa vào chương trình toán trung học phổ thông. Các bài toán tổ hợp ngày càng chiếm một vị trí hết sức quan trọng trong các kì thi học sinh giỏi toán, olympic toán, vô địch toán... Toán tổ hợp là một dạng toán khó, đòi hỏi tư duy lôgic, tư duy thuật toán cao, tính hình tượng tốt, phù hợp với mục đích tuyển chọn học sinh có khả năng và năng khiếu toán học. Hơn nữa, nội dung các bài toán kiểu này ngày càng gần với thực tế, và điều này hoàn toàn phù hợp với xu hướng của toán học hiện đại.

Giải một bài toán tổ hợp không hề đơn giản. Khi mới làm quen với giải tích tổ hợp, chúng ta vẫn liên tục đếm nhầm vì những vụ đếm lặp, đếm thiếu, không phân biệt được các đối tượng tổ hợp cần áp dụng, không biết nên sử dụng công cụ gì để giải quyết bài toán. Khi đã vượt qua những khó khăn ban đầu này, ta lại gặp những bài toán mà việc áp dụng trực tiếp các quy tắc đếm cơ bản và các đối tượng tổ hợp không đem lại kết quả mong muốn ngay lập tức. Với những bài toán như vậy, ta cần đến các phương pháp đếm nâng cao hơn.

Để giải các bài toán tổ hợp-rời rạc có rất nhiều phương pháp. Luận văn này chúng tôi đã tìm hiểu và trình bày "**Một số phương pháp**

giải toán tổ hợp"

Ngoài phần mở đầu, phần kết luận, luận văn gồm 4 chương.

Chương 1. PHƯƠNG PHÁP ĐẠI LƯỢNG BẤT BIẾN.
Trong chương này trình bày ...

Chương 2 . PHƯƠNG PHÁP HÀM SINH.
Trong chương này trình bày ...

Chương 3. NGUYÊN TẮC CỰC HẠN
Trong chương này trình bày ...

Chương 4. SỬ DỤNG ÁNH XẠ TRONG CÁC BÀI TOÁN TỔ HỢP.
Trong chương này trình bày ...

Luận văn này được hoàn thành với sự hướng dẫn và chỉ bảo tận tình của GS.TSKH .Hà Huy Khoái-Trường Đại học Thăng Long.Thầy đã dành nhiều thời gian hướng dẫn và giải đáp thắc mắc của tôi trong suốt quá trình làm luận văn. Từ đáy lòng mình, tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy.

Tôi xin trân trọng gửi tới các Thầy cô khoa Toán, phòng Đào tạo sau Đại học Trường Đại Học Khoa Học - Đại Học Thái Nguyên cũng như các thầy cô đã tham gia giảng dạy khóa cao học 2011-2013, lời cảm ơn sâu sắc nhất về công lao dạy dỗ của các thầy, cô trong suốt quá trình giáo dục, đào tào của nhà trường. Đồng thời tôi xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp Cao Học Toán K5C Trường Đại Học Khoa Học đã động viên giúp đỡ tôi trong quá trình học tập và làm luân văn này.

Tôi xin cảm ơn tới Sở Giáo dục - Đào tạo Tỉnh Bắc Ninh, Ban Giám hiệu, các đồng nghiệp Trường THPT Lý Thường Kiệt Bắc Ninh đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi học tập và hoàn thành khóa học này.

Tôi xin cảm ơn gia đình, bạn bè và những người đã quan tâm tạo điều kiện, động viên, cổ vũ để tôi hoàn thành nhiệm vụ của mình

Tuy nhiên do sự hiểu biết của bản thân và khuôn khổ của luận văn thạc sĩ, nên luận văn mới chỉ dừng lại ở việc tìm hiểu, tập hợp tài liệu, sắp xếp và trình bày kết quả nghiên cứu đã cho theo chủ đề đặt ra. Trong quá trình viết luận văn cũng như trong quá trình xử lý văn bản và sự hiểu biết của bản thân nên chắc chắn không tể tránh khỏi những thiếu sót, rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các Thầy Cô và độc giả quan tâm tới luận văn này.

Thái Nguyên, ngày ...tháng ... năm 2013

Tác giả

Đặng Thị Thủy

Chương 1
PHƯƠNG PHÁP ĐẠI LƯỢNG BẤT BIẾN

1.1. Giới thiệu về phương pháp đại lượng bất biến

Nhiều bài toán cho biết thực hiện một số thao tác trên một hệ đối tượng nào đó như các số, quân bài, quân cờ hoặc những biến đã cho.Tuy bài toán có phức tạp nhưng ẩn chứa những đại lượng bất biến như tính chẵn lẻ hoặc tổng, tích của các biến không thay đổi,... Nhờ phát hiện ra, hoặc xây dựng những biến cố có tính chất bất biến của bài toán, ta có thể dựa vào những bất biến đó để đi đến lời giải. Phương pháp đó gọi là phương pháp sử dụng bất biến, thường được dùng trong các bài toán tổ hợp. Những bài toán liên quan đến bất biến được chia làm hai loại:
1. Những bài toán lấy bất biến làm kết luận phải tìm.
2. Những bài toán lấy bất biến làm phương pháp giải.

Thực ra không có lý thuyết chung nào cho các bài toán mà trong đó có đại lượng bất biến. Phương pháp này chỉ hình thành như một cách phân loại bài tập có những ý tưởng chung trong lời giải. Vì thế tốt nhất là tìm hiểu phương pháp bất biến thông qua một số bài tập cụ thể.

Những bài tập lựa chọn ở đây phù hợp với trình độ THPT, đặc biệt là đối với học sinh khá giỏi. Mặt khác, trong khi lựa chọn những ví dụ điển hình, chúng tôi cố gắng làm nổi bật những thao tác thường dùng khi sử dụng phương pháp bất biến trong những tình huống khác nhau.

1.2. Một số bài toán

1.2.1. Dạng 1: Phát hiện bất biến trong bài toán

Bài toán 1.3.1. *Trên bảng ta viết 10 dấu cộng (+) và 15 dấu trừ (-) tại các vị trí bất kì. Thực hiện xóa hai dấu bất kì trong đó và viết vào đó một dấu cộng (+) nếu hai dấu vừa xóa là giống nhau và dấu trừ (-) nếu* *hai dấu vừa xóa khác nhau. Làm như vậy cho đến khi trên bảng chỉ còn một dấu. Hỏi trên bảng còn lại dấu gì?*

Lời giải: *Cách 1.* Ta thay mỗi dấu cộng bằng số 1, mỗi dấu trừ bằng số -1.Thao tác thực hiện chính là xóa hai số và viết lại một số là tích của chúng.Vì thế tích của tất cả các số viết trên bảng sẽ không thay đổi. Ở thời điểm xuất phát, tích các số trên bảng bằng -1, nên cuối cùng còn lại số -1, nghĩa là trên bảng còn lại dấu trừ.

Cách 2. Ta thay mỗi dấu cộng bằng số 0, còn dấu trừ bằng số 1. Thao tác thực hiện là: nếu tổng của hai số xóa đi là số chẵn thì ta viết lại số 0, nếu tổng là lẻ thì ta viết số 1. Như vậy tổng các số trên bảng sau khi thực hiện một thao tác hoặc là không thay đổi hoặc là giảm đi 2. Đầu tiên tổng các số trên bảng là một số lẻ (bằng 15), nên số cuối cùng trên bảng còn lại là số lẻ, vậy là số 1, nghĩa là trên bảng còn dấu trừ.

Cách 3. Sau khi thực hiện một thao tác, ta thấy số các dấu trừ hoặc không đổi, hoặc giảm đi 2 đơn vị. Như vậy tính chẵn lẻ của số các dấu trừ cũng là một bất biến.Tại trạng thái ban đầu số các dấu trừ là số lẻ (15), nên khi còn lại một dấu, đó phải là dấu trừ.

Phân tích ba cách giải ta thấy: Trong **Cách 1** ta thay các dấu bởi các số, và lợi dụng tính bất biến của tích các số viết trên bảng; **cách 2** sử dụng bất biến là tính chẵn lẻ của tổng các số và **cách 3** là sự bất biến của tính chẵn lẻ của số các dấu trừ. Như vậy trong cách giải ta sử dụng tính bất biến của tích, tổng, hoặc tính chẵn lẻ của các số. Qua cách giải trên ta thấy rằng khi gặp những lớp bài toán mà thao tác lặp đi, lặp lại, ta phải biến đổi và tìm ra những đại lượng bất biến của thao tác ta thực hiện. Chú ý rằng các thao tác ta thực hiện không phụ thuộc vào thứ tự các đối tượng được chọn. □

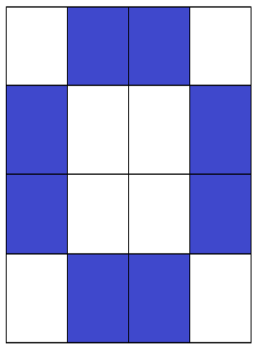
Bài toán 1.3.2.*Trên bảng ta viết tập hợp số gồm các số 0; 1 và 2. Cho phép xóa hai số khác nhau và điền vào đó số còn lại trong 3 số (Nghĩa là 2 thay cho 0 và 1; 1 thay cho 0 và 2; 0 thay cho 2 và 1). Chứng minh rằng nếu sau một số lần thực hiện thao tác trên, trên bảng chỉ còn lại một số duy nhất thì số đó không phụ thuộc vào thứ tự thực hiện các thao tác .*

Lời giải: Ta thực hiện một lần thao tác thì số lượng mỗi loại trong ba loại số trên tăng lên hoặc giảm đi 1, suy ra số lượng các số thay đổi tính chẵn lẻ. Khi trên bảng chỉ còn lại một số, nghĩa là hai trong các số 0, 1 và 2 có số lượng bằng 0 còn số thứ ba bằng một. Như vậy ngay từ đầu số lượng hai số trong ba số trên bảng phải có cùng tính chẵn lẻ và số lượng loại số còn lại có tính chẵn lẻ khác. Vì thế không phụ thuộc vào thứ tự thực hiện thao tác, cuối cùng chỉ còn một trong các số 0, 1, và 2, số này chính là số thuộc loại mà số lượng loại số đó khác tính chẵn lẻ với số lượng hai loại số kia.
Nhận xét. Trong chứng minh bài toán trên, nếu số lượng cả ba loại số trên bảng có cùng tính chẵn lẻ thì dù có thực hiện thao tác trên thế nào đi nữa, cuối cùng cũng không thể nào còn một số duy nhất trên bảng. □

Bài toán 1.3.3. *Một hình vuông có cạnh 4 cm được chia thành 16 ô vuông, mỗi ô vuông có cạnh 1 cm. Tại mỗi một trong 15 ô nào đó ta đánh dấu cộng (+), ô còn lại đánh dấu trừ (-). Những dấu ở các ô vuông có thể thay đổi đồng thời theo hàng, một cột hoặc theo một đường chéo. Có khả năng sau hữu hạn lần đổi dấu theo nguyên tắc trên dẫn đến tất cả các ô vuông đều có dấu cộng (+) hay không?*

1	1	-1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

Hình 1.1



Hình 1.2

Lời giải: Ta thay dấu cộng (+), trừ (-) bằng các số tương ứng 1 và -1. Trạng thái ban đầu giả sử được mô tả bởi **Hình1.1**. Có thể thấy rằng tích các số ở các ô được tô màu trong **Hình1.2** là một đại lượng bất