ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐÀO TRUNG KIÊN

PHƯƠNG PHÁP KHÔNG GIAN CON KRYLOV CHO GIẢM BẬC CỦA HỆ ĐỘNG LỰC TUYẾN TÍNH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Mã số: 60.46.01.12

Người hướng dẫn: TS. Nguyễn Thanh Sơn

Thái Nguyên - 2013

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên tôi xin gửi lời cảm ơn sâu sắc tới Tiến sĩ Nguyễn Thanh Sơn - Giảng viên khoa Toán - Tin, Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên, người thầy đã hướng dẫn, chỉ bảo tận tình cho tôi trong suốt quá trình hoàn thành luận văn này.

Tôi cũng xin được gửi lời cảm ơn chân thành đến các thầy, cô đã và đang tham gia giảng dạy tại trường Đại học Khoa học Thái Nguyên. Các thầy cô đã nhiệt tình giảng dạy và tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tôi hoàn thành khóa học tại trường.

Đồng thời, tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn tới tất cả bạn bè, đồng nghiệp và người thân đã động viên, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập và viết luận văn.

Mặc dù đã dành nhiều thời gian nghiên cứu tìm hiểu, song bản luận văn không thể tránh khỏi những hạn chế, thiếu sót. Vì vậy, tôi rất mong muốn nhận được sự góp ý của tất cả quý vị để luận văn này được hoàn thiện hơn.

Thái Nguyên, tháng 8 năm 2013

Học viên

Đào Trung Kiên

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan rằng số liệu và các kết quả nghiên cứu trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với các đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Tác giả

Đào Trung Kiên

Mục lục

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

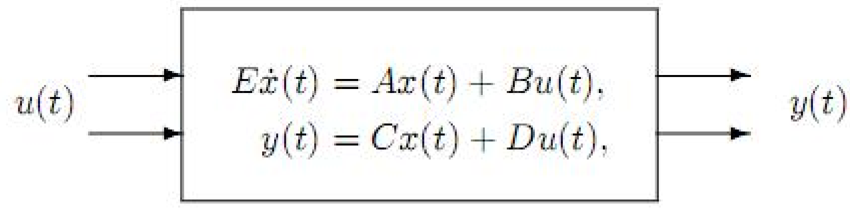
Ngày nay, mô phỏng số là khâu rất quan trọng giúp các nhà sản xuất tạo ra sản phẩm. Bước này giúp các nhà thiết kế tạo ra mẫu sản phẩm thỏa mãn các yêu cầu của nhà sản xuất. Ngoài ra, việc mô phỏng thay thế cho các thí nghiệm thực tế thường đắt tiền và kéo dài sẽ giúp hạ giá thành và tiết kiệm thời gian.

Trong bước đầu tiên của một mô phỏng, người ta phải tìm một mô hình toán học mô tả hoạt động của thiết bị, hoặc một thành phần đơn lẻ của nó. Việc hình thành một mô hình được dựa trên các quy luật trong vật lý, hóa học, vv. Quá trình này thường được kết thúc bởi một tập hợp các phương trình vi phân đạo hàm riêng. Để có dữ liệu mô phỏng người ta phải giải những phương trình đó trên máy tính. Để làm được điều này các phương trình vi phân đạo hàm riêng phải được rời rạc trong không gian bằng một số phương pháp số chẳng hạn như phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) hoặc phương pháp sai phân hữu hạn (FDM). Thông qua quá trình tuyến tính hóa và khai triển thích hợp ta thường thu được hệ tuyến tính không phụ thuộc thời gian dạng như sau:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t)), \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t)), \end{aligned} \tag{0.1}$$

trong đó $E, A \in \mathbb{R}^{N\times N}, B \in \mathbb{R}^{N\times m}, C \in \mathbb{R}^{l\times N}$ là các ma trận thực hoặc phức; $x(t)$ là một véctơ mô tả trạng thái của hệ thống phụ thuộc vào thời gian t; $u(t)$ đại diện cho đầu vào được đưa ra bởi người sử dụng hoặc được xác định bởi một quá trình, được gọi là đầu vào hoặc hàm điều khiển, ảnh hưởng tới hoạt động của hệ thống; $y(t)$ là thông tin đầu ra từ trạng thái $x(t)$ và đầu vào $u(t)$ mà người dùng quan tâm đến.

Hệ thống (0.1) là mô hình toán học cho tương ứng đầu vào-đầu ra. Nhập một đầu vào $u(t)$ và quan sát các thông tin của đầu ra $y(t)$. Hành động này được lặp đi lặp lại nhiều lần trong quá trình thiết kế, mô phỏng.



Hình 1: Sơ đồ đầu vào - đầu ra

Với các máy tính hiện đại, có được kết quả số dường như là đơn giản. Nhưng nó không phải là dễ dàng như ta tưởng. Trong các ngành công nghiệp, vì nhiều lý do như chi phí sản xuất hoặc sự tiện lợi của người sử dụng, người ta có xu hướng tích hợp nhiều thành phần khác nhau vào một đơn vị nhỏ. Điều này dẫn đến cái gọi là hệ thống vi cơ điện (micro-electro-mechanical systems -MEMS). Đó là sản phẩm mà trong đó có sự tích hợp các mạch điện và các thành phần cơ học khác với kích cỡ micro. Mô phỏng các vi hệ đó rất phức tạp. Một mặt, kiến thức về các hiện tượng xảy ra ở quy mô bình thường không thể được áp dụng cho quy mô nhỏ, do đó chúng ta cần thiết phải xem xét lại các hiệu ứng chỉ xảy ra ở quy mô nhỏ. Mặt khác, để hiểu mối quan hệ giữa các phần khác nhau của hệ thống, tất cả chúng phải được mô phỏng trong sự tương tác qua lại.

Thời gian mô phỏng các hệ động lực này phụ thuộc rất nhiều vào bậc N của hệ động lực, tức là cỡ của véctơ trạng thái $x(t)$. Thông thường bậc của các hệ động lực trong thực tế là từ vài nghìn trở lên, do vậy thời gian thực hiện là rất lớn và đặc biệt không phù hợp cho đòi hỏi của quá trình mô phỏng. Từ đó người ta muốn xấp xỉ hệ động lực bậc N ban đầu bởi một hệ động lực bậc n, với $n \ll N$. Xấp xỉ được hiểu theo nghĩa: với mọi đầu vào giống nhau, đầu ra của hai hệ động lực xấp xỉ bằng nhau. Đương nhiên với bậc n nhỏ hơn nhiều lần, thời gian mô phỏng sẽ được rút ngắn rất nhiều. Công việc này gọi là giảm bậc của hệ động lực.

Việc giảm bậc hệ của động lực rất quan trọng cả về mặt lý thuyết và ứng dụng thực tế. Có rất nhiều công trình đã viết về vấn đề này và nhiều phương pháp đã được tìm ra. Nổi bật hơn cả là ba phương pháp: phân tích trực giao chính (Proper Orthogonal Decomposition), chặt cụt cân bằng (Balanced Truncation) và phương pháp không gian con Krylov (Krylov Subspace Methods). Trong ba phương pháp giảm bậc ở trên thì phương pháp không gian con Krylov có ưu điểm là dễ lập trình, độ phức tạp của thuật toán thấp, có thể làm với hệ bậc cao. Do vậy chúng tôi quyết định chọn đề tài "Phương pháp không gian con Krylov cho giảm bậc của hệ động lực tuyến tính" để nghiên cứu.

2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

Xây dựng phương pháp không gian con Krylov cho giảm bậc của hệ động lực tuyến tính; áp dụng phương pháp này cho một số ví dụ thực tế.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Nghiên cứu cơ sở lý thuyết của hệ động lực tuyến tính cấp một và cấp hai, phương pháp không gian con Krylov và các thuật toán Arnoldi, Lanczos.

4. Phương pháp nghiên cứu

- Sử dụng các phép biến đổi của đại số tuyến tính, các kết quả của đại số tuyến tính và giải tích.
- Sử dụng các tài liệu liên quan đến phương pháp giảm bậc bao gồm: các bài báo khoa học, sách chuyên khảo và các luận án về phương pháp không gian con Krylov, thuật toán Arnoldi và Lanczos. Và sử dụng các dữ liệu đã được công nhận trong cộng đồng những

nhà khoa học nghiên cứu về lý thuyết giảm bậc để làm ví dụ minh họa cho phương pháp.

5. Bố cục của luận văn

Ngoài phần mở đầu và phần kết luận, luận văn gồm hai chương:

- *Chương 1. Phương pháp không gian con Krylov cho giảm bậc của hệ động lực tuyến tính*
  Giới thiệu sơ lược về lịch sử của phương pháp, lý thuyết hệ động lực, lý thuyết xấp xỉ trong miền tần số và định lý chính. Trình bày thuật toán Lanzcos và Arnoldi. Trình bày về phương pháp Krylov cho hệ cấp hai.
- *Chương 2. Ví dụ số*
  Trình bày một số ví dụ số thực hiện trên Matlab.