ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

Nguyễn Thị Thu Tính

PHƯƠNG PHÁP THU HẸP VÀ LOẠI ĐƯỜNG DỐC NHẤT CHO ÁNH XẠ VÀ NỬA NHÓM KHÔNG GIÃN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2013

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

Nguyễn Thị Thu Tính

PHƯƠNG PHÁP THU HẸP VÀ LOẠI ĐƯỜNG DỐC NHẤT CHO ÁNH XẠ VÀ NỬA NHÓM KHÔNG GIÃN

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Mã số: 60.46.0112

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

GS.TS. NGUYỄN BƯỜNG

Thái Nguyên - 2013

Mục lục

Lời cám ơn

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học Khoa học-Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn khoa học của GS.TS. Nguyễn Bường. Qua đây, tác giả xin được gửi lời cảm ơn sâu sắc đến thầy giáo, người hướng dẫn khoa học của mình, GS.TS. Nguyễn Bường, người đã đưa ra đề tài và tận tình hướng dẫn trong suốt quá trình nghiên cứu của tác giả. Đồng thời tác giả cũng chân thành cảm ơn các thầy cô trong khoa Toán-Tin học trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên, đã tạo mọi điều kiện cho tác giả về tài liệu và thủ tục hành chính để tác giả hoàn thành bản luận văn. Cuối cùng tác giả xin gửi lời cảm ơn chân thành đến gia đình, lãnh đạo cơ quan đơn vị công tác, bạn bè, đồng nghiệp... những người đã tạo điều kiện, động viên tác giả hoàn thành luận văn này.

Tác giả

Nguyễn Thị Thu Tính

Bảng ký hiệu

H	Không gian Hilbert thực.
$\emptyset$	Tập rỗng.
$M^{\perp}$	Phần bù trực giao của M.
I	Toán tử đồng nhất.
A^*	Toán tử liên hợp của toán tử A.
$N(A)$	Không gian con không của toán tử A.
$R(A)$	Miền giá trị của toán tử A.
$P_C x$	Phép chiếu của phần tử x lên tập C.
$\mathcal{F}$	Tập các điểm bất động chung của nửa nhóm ánh xạ không giãn $\{T(t) : t > 0\}$.
$F(T)$	Tập các điểm bất động của ánh xạ T.
$\rightharpoonup$	Hội tụ yếu.
$\to$	Hội tụ mạnh.

Mở đầu

Cho C là một tập con của không gian X và T là một ánh xạ từ C vào X. Có tồn tại hay không một điểm x_0 trong C sao cho $Tx_0 = x_0$? Và có thể có những cách nào để tìm ra điểm x_0 hay xấp xỉ điểm x_0 như vậy? Điểm x_0 như vậy được gọi là điểm bất động của ánh xạ T.

Lý thuyết điểm bất động ra đời từ rất sớm và đã được mở rộng cho nhiều lớp ánh xạ Lipschitz khác nhau như ánh xạ không giãn tiệm cận, ánh xạ Lipschitz đều (hệ số Lipschitz lớn hơn 1 thực sự). Lý thuyết điểm bất động gắn liền với tên tuổi nhiều nhà toán học lớn như Brouwer, Bannach, Schauder, Kakutani, Tikhonov, Browder, Ky Fan,...Có nhiều định lý không chỉ đề cập đến sự tồn tại điểm bất động của một ánh xạ mà nó còn đề cập đến vấn đề xấp xỉ điểm bất động. Phương pháp tìm điểm bất động của ánh xạ nói chung là một trong những kết quả kinh điển được nghiên cứu, có nhiều ứng dụng thực tiễn. Các phương pháp này đã và đang được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu...

Mục đích của luận văn này là nghiên cứu về một cải biên mới trong phương pháp đường dốc nhất tìm điểm bất động cho ánh xạ không giãn và điểm bất động chung cho nửa nhóm ánh xạ không giãn, dựa trên cơ sở bài báo của GS.TS.Nguyễn Bường. Đồng thời khái quát lại một số phương pháp tìm điểm bất động cho ánh xạ không giãn và một số phương pháp tìm điểm bất động chung cho nửa nhóm ánh xạ không giãn, được tổng hợp từ những tài liệu đã được công bố.

Luận văn gồm 2 chương với những nội dung chính sau đây:

Chương 1. Nhắc lại một số kiến thức chuẩn bị làm cơ sở để theo dõi luận văn.

Chương 2. Trình bày một số phương pháp tìm điểm bất động cho ánh xạ không giãn và điểm bất động chung cho nửa nhóm ánh xạ không giãn, bao gồm một số phương pháp cơ bản và một số mở rộng của chúng. Đặc biệt, ở chương này chúng tôi trình bày một số cải biên của phương pháp đường dốc nhất cùng với một số phương pháp đã được biết đến trong các tài liệu của Takahashi, Alber, Solodov, Saejung....

Do thời gian và kinh nghiệm còn nhiều hạn chế nên luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót. Tác giả rất mong nhận được sự góp ý từ quý thầy cô và các bạn đồng nghiệp. Tác giả xin trân trọng cảm ơn!

Chương 1

Một số kiến thức chuẩn bị

Chương này chúng tôi sẽ nhắc lại một số định nghĩa, một số định lí và bổ đề cơ bản trong không gian Hilbert.

1.1 Không gian Hilbert

Định nghĩa 1.1. *Giả sử E là không gian véc tơ trên trường K. Tích vô hướng trên E là ánh xạ*

$$\varphi : E \times E \to K$$

thỏa mãn

(i) $\varphi(x, x) > 0$ nếu $x \neq 0$; và nếu $\varphi(x, x) = 0$ thì $x = 0$.
(ii) $\varphi(x, y) = \overline{\varphi(y, x)}$.
(iii) $\varphi(\lambda x, y) = \lambda\varphi(x, y)$.
(iv) $\varphi(x_1 + x_2, y) = \varphi(x_1, y) + \varphi(x_2, y)$.
Kí hiệu

$$\varphi(x, x) = \langle x, x\rangle.$$

Khi đó

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x\rangle}.$$

xác định một chuẩn trên E.

Định nghĩa 1.2. *Không gian E cùng với tích vô hướng trên nó gọi là không gian tiền Hilbert.*

Một không gian tiền Hilbert đủ được gọi là không gian Hilbert.

Một không gian tiền Hilbert không đủ bao giờ cũng có thể bổ sung thành một không gian Hilbert.

Không mất tính tổng quát, trong luận văn này, chúng tôi thống nhất dùng kí hiệu H để kí hiệu không gian Hilbert.

Ví dụ 1.3. *Trong C^n, với $x = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n), y = (\eta_1, \eta_2, ..., \eta_n)$, ta đặt:*

$$\langle \mathrm{x}, \mathrm{y} \rangle = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \overline{\eta_i}.$$

Khi đó, C^n là một không gian Hilbert.

Ví dụ 1.4. *Trong $L_2\left[a, b\right]$ ta đưa vào tích vô hướng:*

$$\langle x, y \rangle = \int\limits_a^b x(t)\overline{y(t)}dt, (x(t), y(t) \in L_2\left[a, b\right]$$

thì $L_2\left[a, b\right]$ là một không gian Hilbert.

1.1.1 Sự hội tụ yếu

Định nghĩa 1.5. *Dãy $\{x_n\}$ trong không gian Hilbert H được gọi là hội tụ yếu đến phần tử $x \in H$, nếu:*

$$\lim_{n\to\infty} \langle x_n, y \rangle = \langle x, y \rangle, \forall y \in H$$

.

Sau đây, chúng tôi sẽ dùng kí hiệu $\rightharpoonup$ và $\rightarrow$ tương ứng biểu thị cho sự hội tụ yếu và mạnh.

Mệnh đề 1.6. *Giả sử H là không gian Hilbert, $x_n \rightharpoonup x$ và $y_n \rightarrow y$. Khi đó, $\langle x_n, y_n \rangle \rightarrow \langle x, y \rangle$.*

Định lý 1.7. *Giả sử H là không gian Hilbert, $x_n \rightharpoonup x$ trong H và $\|x_n\| \rightarrow \|x\|$. Khi đó, $x_n \rightarrow x$.*