ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

ĐẠI HỌC KHOA HỌC

PHẠM HÙNG CƯỜNG

# PHƯƠNG TRÌNH, ĐƯỜNG LỐI CHUNG ĐỂ GIẢI MỘT PHƯƠNG TRÌNH

LUẬN VĂN THẠC SĨ PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP

Thái Nguyên - Năm 2010

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
ĐẠI HỌC KHOA HỌC

**PHẠM HÙNG CƯỜNG**

# PHƯƠNG TRÌNH, ĐƯỜNG LỐI CHUNG ĐỂ GIẢI MỘT PHƯƠNG TRÌNH

CHUYÊN NGÀNH: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
MÃ SỐ: **60.46.40**

LUẬN VĂN THẠC SĨ CHUYÊN NGÀNH PP TOÁN SƠ CẤP

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
1. Tiến sĩ: **Nguyễn Minh Hà**
Trường THPT Chuyên – ĐHSP Hà Nội

Thái Nguyên - Năm 2010

# MỤC LỤC

Trang

# LỜI NÓI ĐẦU

"Phương trình" là một vần đề quan trọng trong chương trình toán phổ thông, xung quanh khái niệm " Phương trình" có rất nhiều vấn đề đáng quan tâm. Đương nhiên, vấn đề được quan tâm nhất vẫn là *các kỹ thuật giải phương trình* . Tuy nhiên, vì quá quan tâm tới kĩ thật giải phương trình nên chúng ta (SGK và những người giáo viên toán) thường không chú ý tới các vấn đề khác: *định nghĩa phương trình, đường lối chung để giải một phương trình*. Với các em học sinh, tình trạng trên dẫn đến một hệ quả tất yếu: *chỉ thấy cây mà không thấy rừng*. Rất nhiều học sinh không trả lời được các câu hỏi đại loại như: "1=2 là đẳng thức hay là phương trình?"; "Mục đích của việc đặt điều kiện trong khi giải phương trình?" ….

Chính vì lẽ đó, em chọn cho mình đề tài luận văn:

" **Phương trình, đường lối chung để giải một phương trình**"

Luận văn nhằm phân tích 2 cách định nghĩa phương trình trong chương trình Toán phổ thông để từ đó đưa ra nhận xét nên sử dụng cách định nghĩa nào thuận lợi cho việc giải phương trình ở phổ thông. Hình thành các phương pháp tổng quát giải phương trình quen thuộc từ bài toán tìm đối tượng thoả mãn điều kiện. Phân tích vai trò của bước đặt điều kiện khi giải phương trình và đặt điều kiện như thế nào cho đơn giản và thuận lợi.

Em xin chân thành cảm ơn TS Nguyễn Minh Hà đã tận tình hướng dẫn , chỉ bảo em trong quá trình viết luận văn. Đồng thời em cũng xin được cảm ơn nhà trường và các thầy giáo, cô giáo đã tạo điều kiện thuận lợi để em hoàn thành luận văn này.

# Chương 1

# ĐỊNH NGHĨA PHƯƠNG TRÌNH

Trong chương trình toán phổ thông khái niệm phương trình được định nghĩa hai lần bằng hai cách khác nhau.

## 1.1. Định nghĩa bằng khái niệm biểu thức chứa ẩn

### 1.1.1. Đẳng thức

Hai biểu thức nối với nhau bởi một dấu bằng được gọi là đẳng thức.

Mỗi một biểu thức nói trong định nghĩa trên được gọi là một vế của đẳng thức.

Dưới đây là một vài ví dụ.

$2 = 2$ (đẳng thức đúng).

$1 = 2$ (đẳng thức sai).

$5x + 1 = 5$ (đẳng thức, có thể đúng hoặc sai tuỳ theo giá trị của biến x).

$3x^2 + xy^3 = 5zy + z^4$ (đẳng thức có thể đúng hoặc sai tuỳ theo giá trị của biến x, y, z).

Chú ý:

Việc biết một đẳng thức đúng hay sai nói chung là không đơn giản, bởi vì sẽ có những biểu thức rất phức tạp nên để xét sự bằng nhau của chúng hoàn toàn không dễ dàng.

Như vậy câu hỏi “1 = 2 là phương trình hay đẳng thức?” đã được trả lời.

Câu trả lời là: “1 = 2” là đẳng thức (đẳng thức sai) và cũng là phương trình (phương trình vô nghiệm).

### 1.1.2. Phương trình

Hai biểu thức có chứa các đại lượng chưa biết (gọi là ẩn) nối với nhau bởi một dấu bằng được gọi là phương trình.

Mỗi biểu thức nói trong định nghĩa trên được gọi là một vế của phương trình.

Những giá trị của ẩn làm cho phương trình trở thành đẳng thức đúng được gọi là nghiệm của phương trình.

Dưới đây là một vài ví dụ.

2 = 2 (phương trình nhận mọi giá trị của ẩn làm nghiệm).

1 = 2 (phương trình vô nghiệm).

$5x + 1 = 5$ (phương trình (ẩn x) có duy nhất nghiệm $x = \frac{4}{5}$).

$3x^2 + xy^3 = 5zy + z^4$ (phương trình ba ẩn x, y, z phương trình này có nhiều nghiệm, $(x, y, z)=(0, 0, 0)$ là một nghiệm của nó).

Trừ một số loại phương trình đã được giới thiệu trong chương trình toán phổ thông, nhìn chung việc tìm các nghiệm của một phương trình là không đơn giản.

## 1.2. Định nghĩa bằng khái niệm hàm số

### 1.2.1. Mệnh đề, mệnh đề chứa biến

Một câu khẳng định đúng hoặc sai được gọi là một mệnh đề.

Câu khẳng định đúng được gọi là một mệnh đề đúng.

Câu khẳng định là sai được gọi là một mệnh đề sai.

Mệnh đề chứa một hay nhiều biến nhận giá trị trong một tập X nào đó và tính đúng sai của chúng tùy thuộc vào giá trị cụ thể của các biến đó được gọi là mệnh đề chứa biến.

### 1.2.2. Hàm số

Cho tập số thực khác rỗng D. Hàm số f xác định trên D là một quy tắc đặt tương ứng mỗi số x thuộc D với một và chỉ một số, kí hiệu là f(x). Số f(x) được gọi là giá trị của f tại x. Tập D được gọi là tập xác định (hay miền xác định), x được gọi là biến số hay đối số của f.

### 1.2.3. Phương trình một ẩn

Cho hai hàm số y = f($x$) và y = g($x$) có tập xác định lần lượt là $D_f$ và $D_g$.

Đặt D là giao của $D_f$ và $D_g$.

Mệnh đề chứa biến " f($x$) = g($x$)" được gọi là phương trình một ẩn, x gọi là ẩn số, D được gọi là tập xác định của phương trình. Số $x_0$ thuộc D được gọi là nghiệm của phương trình f($x$) = g($x$) nếu "$f(x_0) = g(x_0)$" là mệnh đề đúng.

## 1.3. Nhận xét

Với các em học sinh phổ thông, định nghĩa nào trong hai định nghĩa trên là hợp lí? Ta hãy cùng phân tích để tìm câu trả lời.

Trong lịch sử toán học, khái niệm "Phương trình" có trước khái niệm "Hàm số". Nói cách khác, không có khái niệm hàm số, loài người đã biết định nghĩa phương trình (một cách chặt chẽ) bằng khái niệm đẳng thức chứa ẩn.

Tất cả các loại phương trình được đề cập đến trong chương trình Toán phổ đều có thể định nghĩa bằng khái niệm đẳng thức chứa ẩn.

Định nghĩa bằng khái niệm hàm số mở rộng thêm lớp các phương trình.

Ví dụ, phương trình f($x$) = g($x$), trong đó $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 \text{ khi } x \geq 1 \\ x^2 + 3x - 2 \text{ khi } x < 1 \end{cases}$ và g($x$) = $x^2$ – $x$ + 3, chỉ có thể định nghĩa bằng khái niệm hàm số chứ không thể định nghĩ bằng khái niệm đẳng thức chứa ẩn. Tuy nhiên, trong SGK đại số 10, 11, 12 không có một ví nào đại loại như ví dụ trên, do đó, đa số học sinh không thể thấy được ý nghĩa của sự mở rộng nói trên.

Định nghĩa phương trình bằng khái niệm hàm số rất dễ dẫn đến khái niệm **tập xác định** của phương trình và trên thực tế, trong SGK đại số 10 đã có khái niệm này.

Khi đưa ra một khái niệm toán học mới, tác giả của khái niệm trước hết phải trả lời được câu hỏi "Để làm gì?". Hình như tác giả của khái niệm *tập xác định* chưa nghĩ tới việc trả lời câu hỏi trên.

Sự xuất hiện của khái niệm tập xác của phương trình – điều kiện của phương trình sẽ kéo theo một quan niệm sai lầm: *trước khi giải phương trình cần phải tìm tập xác định của phương trình – điều kiện của phương trình*.

Vì định nghĩa bằng khái niệm hàm số nên SGK đại số 10 rơi vào tình trạng tiền hậu bất nhất: định nghĩa phương trình một ẩn bằng khái niệm hàm số, định nghĩa phương trình nhiều ẩn bằng khái niệm biểu thức chứa ẩn. Rất phản sư phạm!

Tất cả các lập luận trên giúp ta đi đến khẳng định: nhiều bài toán giải phương trình ta không nhất thiết phải tìm tập xác định, điều kiện ngay khi bắt tay vào giải, ta có thể thực hiện bước tìm điều kiện như một bước trong lời giải.

Khẳng định trên sẽ được minh hoạ cụ thể bởi các ví dụ trong mục 2.3.2.

# Chương 2

# ĐƯỜNG LỐI CHUNG ĐỂ GIẢI MỘT PHƯƠNG TRÌNH

## 2.1. Bài toán tìm đối tượng thoả mãn điều kiện

Bài toán *tìm đối tượng thoả mãn điều kiện* là bài toán quen thuộc với tất cả chúng ta. Về hình thức, nó được phát biểu như sau.

Tìm tất cả các đối tượng $A(a)$.

Kí hiệu $A(a)$ biểu thị đối tượng A có tính chất $a$.

Cùng với kí hiệu $A(a)$, ta còn dùng kí hiệu $A(\overline{a})$ để biểu thị đối tượng A không có tính chất $a$.

Các kí hiệu $A(a)$ và $A(\overline{a})$ có hiệu lực trong toàn bộ luận văn này.

Trong bài toán tìm đối tượng thoả mãn điều kiện, thuật ngữ "tìm" cần phải hiểu là "tìm hết" chứ không phải là "tìm được". Nói một cách chính xác, tìm tập hợp $\{A | A(a)\}$.

Bài toán *tìm đối tượng thoả mãn điều kiện* chỉ có ba phương pháp giải, được mô hình hoá như sau.

Phương pháp 1: *biến đổi hệ quả và thử lại**.

Bước 1: *biến đổi hệ quả**. $A(a)$ Þ $A$ Î T.

Bước 2: *thử lại**. $A$ Î T Þ $A(a)$.

Phương pháp 2: *biến đổi tương đương**. $A(a)$ Û $A$ Î T.

<u>Chú ý:</u>

Về phương diện logic, phương pháp biến đổi tương đương cũng chính là phương pháp biến đổi hệ quả và thử lại. Tuy nhiên, trong lời giải mỗi bài toán *tìm kiếm đối tượng thoả mãn điều kiện cụ thể*, sử dụng phương pháp nào trong hai phương pháp trên là vấn đề không đơn giản đòi hỏi người giải toán phải có kĩ năng.

Phương pháp 3: *đoán nhận và khẳng định**.

Bước 1: *đoán nhận**. Bằng một cách nào đó chỉ ra rằng $T \subset \{A(a)\}$.

Bước 2: *khẳng định**. $A \notin T \Rightarrow A(\overline{a})$. $A \in T \Rightarrow A(a)$.

<u>Chú ý:</u>

Nếu sử dụng phương pháp *đoán nhận và khẳng định* thì ta phải có công đoạn *đoán nhận* tập hợp $T$ trước khi tiến hành thao tác *khẳng định*: chứng minh $A \in T \Rightarrow A(a)$.

Như vậy, phương pháp *đoán nhận và khẳng định* không tự nhiên bằng phương pháp *biến đổi hệ quả và thử lại*.

Vì lí do trên, *phương pháp đoán nhận và khẳng định* ít được sử dụng hơn phương pháp *biến đổi hệ quả và thử lại*.

Cần phải nói thêm rằng, để giải bài toán tìm đối tượng thoả mãn điều kiện, về phương diện lôgic, song hành với các phương pháp 1, 3 còn có hai phương pháp giải khác, được mô hình hoá như sau.

Phương pháp 1', bao gồm hai bước.

Bước 1. $A \notin T \Rightarrow A(\overline{a})$.

Bước 2. $A(\overline{a}) \Rightarrow A \notin T$.

Phương pháp 3', bao gồm hai bước.

Bước 1. $A(a) \Rightarrow A \in T$.

Bước 2. $A(\overline{a}) \Rightarrow A \notin T$.

Tuy nhiên, trong thực tế giải toán, để giải các bài toán tìm đối tượng thoả mãn điều kiện, người ta chỉ sử dụng các phương pháp 1, 2, 3, các phương pháp 1', 3' không bao giờ được sử dụng.

## 2.2. Bài toán giải phương trình

### 2.2.1. Đường lối chung để giải một phương trình – Các ví dụ