

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

VIỆN TOÁN HỌC

Trần Thị Thu Hương

**ĐẶC TRƯNG KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI VÀ
TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA MỘT SỐ HỆ
SANDPILE MODEL MỞ RỘNG**

Chuyên ngành: Cơ sở Toán học cho Tin học

Mã số: 62 46 01 10

Cán bộ hướng dẫn: PGS.TS. Phan Thị Hà Dương, Viện Toán học

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

Hà Nội, 2014

Đặc trưng không gian trạng thái và tính ổn định
của một số hệ Sandpile Model mở rộng

Trần Thị Thu Hương

Chuyên ngành: Cơ sở Toán học của Tin học

Mã số: 62 46 01 10

Cán bộ hướng dẫn: PGS.TS. Phan Thị Hà Dương, Viện Toán học

Ngày 27 tháng 3 năm 2014

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Phan Thị Hà Dương. Các kết quả viết chung với các tác giả khác đã được sự nhất trí của đồng tác giả khi đưa vào luận án. Các kết quả nghiên cứu trong luận án là mới và chưa từng được ai công bố trong bất kì công trình nào khác.

Tác giả

Trần Thị Thu Hương

Lời cảm ơn

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành và sâu sắc nhất tới cô giáo tôi, PGS. TS. Phan Thị Hà Dương - người thầy, người đồng nghiệp mà tôi rất mực kính trọng, yêu quý và đầy lòng biết ơn. Chính sự say mê, niềm nhiệt huyết trong công tác nghiên cứu Toán của cô đã truyền cảm hứng cho tôi ngay từ khi mới bước chân vào Viện Toán. Dưới sự hướng dẫn của cô, theo thời gian, tôi đã trưởng thành và vững tin hơn rất nhiều trên con đường nghiên cứu của mình. Với tôi, cô còn là người bạn lớn có thể chia sẻ những khó khăn không những trong công việc mà trong cả cuộc sống.

Tôi xin gửi lời cảm ơn tới các thầy, các đồng nghiệp, những người đã giúp tôi trong trao đổi khoa học, thảo luận, đóng góp ý kiến, động viên tinh thần,...: GS. Lê Tuấn Hoa, GS. Ngô Việt Trung, GS. Nguyễn Việt Dũng, Ths. Phạm Văn Trung, GS. Robert Cori, PGS. Phạm Trà Ân, GS. Ngô Đắc Tân, TS. Lê Công Thành, TS. Lê Mạnh Hà, TS. Đỗ Phan Thuận, GS. Dominique Rossin, PGS. Trương Xuân Đức Hà, ThS. Hoàng Phi Dũng, CN. Phùng Văn Doanh.

Tôi xin cảm ơn bạn tôi, TS. Phạm Thị Anh Lê, người đã đọc kỹ bản thảo và sửa rất nhiều lỗi diễn đạt, chính tả và đánh máy.

Tôi xin gửi lời cảm ơn tới các cơ quan, tổ chức: Trung tâm đào tạo sau đại học, Viện Toán học, Viện Khoa học và công nghệ Việt Nam, Quỹ Nafosted, VIASM (Viện nghiên cứu cao cấp về Toán), LIA Formath Vietnam, đã tài trợ và tạo điều kiện thuận lợi cho công tác nghiên cứu, trao đổi khoa học của tôi trong thời gian làm luận án. Đặc biệt, tôi xin cảm ơn Viện Toán học đã cho tôi làm việc trong một môi trường bình đẳng, thân thiện, hòa nhã, vui vẻ và lành mạnh.

Luận án dành tặng ba mẹ tôi và hai cháu (Bin và Tóc): những người có thể không hiểu nội dung luận án nhưng chỉ cần nhìn thấy họ, tôi đã thấy cả bầu trời và

là nguồn động viên lớn nhất giúp tôi hoàn thành luận án đúng kỳ hạn.

Luận án còn tặng cho những ai yêu Toán.

Mục lục

Mục lục	1
Danh mục hình vẽ	3
Danh mục ký hiệu	6
Tóm tắt	7
Abstract	8
Mở đầu	9
1 Hệ động lực rời rạc	13
1.1 Các kiến thức chuẩn bị	13
1.1.1 Đồ thị	13
1.1.2 Phân hoạch của số tự nhiên, tập thứ tự bộ phận và dàn	18
1.1.3 Ngôn ngữ	24
1.2 Một số hệ động lực rời rạc	25
1.2.1 Các kiến thức chung về hệ động lực rời rạc	25
1.2.2 Hệ CFG	28
1.2.3 Hệ SPM	34
2 Hệ SPM: Tính ổn định	40
2.1 Hệ E-SPM	41
2.2 Cấu trúc không gian trạng thái của các phân hoạch trơn	43
2.3 Độ dài đường đi giữa hai phân hoạch trơn trong hệ E-SPM	46

2.4	Kết luận chương	57
3	Hệ SPM đối xứng song song	58
3.1	Một số mở rộng của hệ SPM	59
3.1.1	Hệ SPM song song (P-SPM)	59
3.1.2	Hệ SPM đối xứng (S-SPM)	60
3.2	Hệ SPM đối xứng song song (PS-SPM): Trạng thái ổn định	64
3.3	Kết luận chương	81
4	Các hệ mở rộng CFG có dấu và SPM đối xứng	82
4.1	Hệ mở rộng CFG có dấu (S-CFG)	83
4.2	Các mở rộng S-SPM và S-CFG trên đường thẳng	84
4.2.1	Sự đẳng cấu	85
4.2.2	Trạng thái ổn định	86
4.3	Các mở rộng trên đồ thị vòng: $SPM(C_n)$, $CFG(C_n)$, $S-SPM(C_n)$ và $S-CFG(C_n)$	93
4.3.1	Các hệ $SPM(C_n)$ và $CFG(C_n)$; $S-SPM(C_n)$ và $S-CFG(C_n)$: Sự đẳng cấu	93
4.3.2	Cấu trúc không gian và đặc trưng trạng thái	98
4.3.3	Trạng thái ổn định của hệ $S-CFG(C_n)$	103
4.4	Kết luận chương	109
	Kết luận	110
	Danh mục các công trình	113
	Tài liệu tham khảo	113

Danh sách hình vẽ

1.1	Đồ thị đầy đủ K_4	17
1.2	Biểu đồ Ferrer của phân hoạch $(4, 3, 2, 2, 2, 1)$	18
1.3	Biểu đồ Hasse của một số tập thứ tự	21
1.4	Dàn và không phải dàn	22
1.5	Dàn phân phối địa phương trên nhưng không phân phối địa phương dưới	23
1.6	Đồ thị quỹ đạo của CFG	30
1.7	Luật rơi phải	36
1.8	Không gian trạng thái của SPM(6) và SPM(30)	36
2.1	Không gian trạng thái của hệ E-SPM	43
2.2	Không gian trạng thái của hệ E-SPM	45
2.3	Biểu đồ Ferrer	48
2.4	Cột trơn và đường chéo	48
2.5	Biểu đồ năng lượng	52
2.6	Đường đi dài nhất	54
2.7	Đường đi dài nhất giữa hai phân hoạch trơn	55
2.8	Phản ví dụ cho $e_a(i, j) = e_b(i, j)$	56
3.1	Không gian trạng thái của: (a): SPM(6); (b): PS-SPM(6)	60
3.2	Dãy đơn đỉnh	61
3.3	Không gian trạng thái của hệ S-SPM(5)	63
3.4	Khai triển SPM	64
3.5	Không gian trạng thái của hệ PS-SPM(5)	65

3.6	Thủ tục Atom trên $(4, 3, 2, 1)$	68
3.7	Thủ tục đan xen trên (9)	70
3.8	Thủ tục giả đan xen trên (13)	74
3.9	Cột đối xứng	75
3.10	Đường đi từ (20) tới trạng thái ổn định $(1123(4)3321)$	80
4.1	CFG có dấu	84
4.2	Trọng số của các ký tự 0 của một từ trong \mathcal{LS}	91
4.3	Không gian trạng thái của S-SPM($C_4, 4$)	96
4.4	Dàn con SPM($C_3, 10$) của dàn SPM(10)	101

Danh mục ký hiệu

$\mathbf{Alt}^t(a)$	Áp dụng thủ tục đạn xen t bước trên a	71
$\mathbf{Atom}^t(a)$	Áp dụng thủ tục Atom t bước trên a	67
CFG	Chip Firing Game	28
$\mathbf{CFG}(G)$	Hệ CFG trên đồ thị G	28
$\mathbf{CFG}(G, \mathcal{O})$	Hệ CFG trên G xuất phát từ trạng thái \mathcal{O}	29
$\mathbf{CFG}(G, k)$	Hệ CFG trên G xuất phát từ các trạng thái có trọng số k	29
δ	Ánh xạ lấy hiệu đẳng cấu giữa hệ SPM và CFG	38
E-SPM	Hệ SPM mở rộng với luật thêm hạt	41
\mathcal{LS}	Ngôn ngữ ổn định trên $\{1,0\}$	87
$\mathbf{PAlt}^t(a)$	Áp dụng thủ tục giả đạn xen t bước trên a	73
P-SPM (N)	Hệ SPM song song xuất phát từ (N)	59
PS-SPM (N)	Hệ SPM đối xứng song song xuất phát từ (N)	65
SE-SPM	Tập các phân hoạch trơn cảm sinh từ hệ E-SPM	44
SPM	Sandpile Model	34
$\mathbf{SPM}(N)$	Hệ SPM xuất phát từ (N)	35
S-SPM (N)	Hệ SPM đối xứng xuất phát từ (N)	62