



GT.0000020264

ch Kim

3

# Giáo trình Các Phương pháp Tối ưu Lý thuyết và Thuật toán

GUYÊN  
LIỆU

1

NHÀ XUẤT BẢN BÁCH KHOA - HÀ NỘI





**Nguyễn Thị Bạch Kim**

**Giáo trình**  
**Các Phương pháp Tối ưu**  
**Lý thuyết và Thuật toán**



**NHÀ XUẤT BẢN BÁCH KHOA – HÀ NỘI**

---

*Mã số: 285-2008/CXB/08-57/BKHN*

# Mục lục

|  |          |
|--|----------|
| Lời mở đầu   | VII      |
| <b>1 Một số khái niệm và kết quả cơ bản từ giải tích lồi</b> | <b>1</b> |
| 1.1 Không gian Euclid $\mathbb{R}^n$                         | 1        |
| 1.1.1 Điểm hay véc tơ trong $\mathbb{R}^n$                   | 1        |
| 1.1.2 Véc tơ độc lập tuyến tính                              | 2        |
| 1.1.3 Cơ sở  | 3        |
| 1.1.4 Tích vô hướng  | 3        |
| 1.1.5 Chuẩn Euclid của véc tơ                                | 4        |
| 1.1.6 Bất đẳng thức Cauchy-Bunjakowski-Schwarz               | 4        |
| 1.1.7 Góc giữa hai véc tơ                                    | 5        |
| 1.1.8 Sự hội tụ  | 5        |
| 1.1.9 Tập đóng, tập mở, tập compac                           | 5        |
| 1.1.10 Thứ tự  | 6        |
| 1.2 Hàm nhiều biến   | 6        |
| 1.2.1 Định nghĩa   | 6        |
| 1.2.2 Tính liên tục  | 8        |
| 1.2.3 Đạo hàm riêng  | 8        |
| 1.2.4 Gradient và ma trận Hesse                              | 9        |
| 1.2.5 Tính khả vi  | 10       |
| 1.2.6 Khả vi hai lần   | 12       |
| 1.2.7 Khai triển Taylor                                      | 12       |
| 1.2.8 Đạo hàm hàm hợp  | 13       |
| 1.2.9 Đạo hàm theo hướng                                     | 14       |
| 1.2.10 Hàm tuyến tính, hàm afin                              | 15       |
| 1.3 Tập lồi  | 16       |
| 1.3.1 Tập afin   | 16       |
| 1.3.2 Số chiều và điểm trong tương đối                       | 17       |
| 1.3.3 Tập lồi và điểm cực biên                               | 17       |
| 1.3.4 Siêu phẳng, nửa không gian                             | 20       |
| 1.3.5 Nón  | 22       |
| 1.3.6 Phương lồi xa, phương cực biên                         | 23       |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 1.3.7    | Các định lý tách tập lồi . . . . .  | 24        |
| 1.3.8    | Tập lồi đa diện . . . . .   | 25        |
| 1.3.9    | Đơn hình . . . . .  | 28        |
| 1.4      | Hàm lồi . . . . .   | 29        |
| 1.4.1    | Định nghĩa . . . . .  | 29        |
| 1.4.2    | Các phép toán về hàm lồi . . . . .  | 32        |
| 1.4.3    | Tính liên tục của hàm lồi . . . . .   | 32        |
| 1.4.4    | Đạo hàm theo hướng của hàm lồi . . . . .  | 33        |
| 1.4.5    | Tiêu chuẩn nhận biết hàm lồi khả vi . . . . .   | 34        |
| <b>2</b> | <b>Bài toán tối ưu</b> . . . . .  | <b>39</b> |
| 2.1      | Một số ví dụ . . . . .  | 39        |
| 2.2      | Bài toán tối ưu và các khái niệm cơ bản . . . . .                                     | 51        |
| 2.3      | Các loại bài toán tối ưu . . . . .  | 57        |
| 2.4      | Điều kiện tồn tại nghiệm . . . . .  | 58        |
| <b>3</b> | <b>Quy hoạch tuyến tính</b> . . . . .   | <b>63</b> |
| 3.1      | Định nghĩa quy hoạch tuyến tính . . . . .   | 64        |
| 3.1.1    | Dạng chuẩn tắc . . . . .  | 65        |
| 3.1.2    | Dạng chính tắc . . . . .  | 65        |
| 3.1.3    | Chuyển bài toán quy hoạch tuyến tính bất kỳ về dạng chuẩn tắc hay chính tắc . . . . . | 66        |
| 3.2      | Sự tồn tại nghiệm và tính chất tập nghiệm của quy hoạch tuyến tính . . . . .          | 68        |
| 3.2.1    | Sự tồn tại nghiệm . . . . .   | 68        |
| 3.2.2    | Tính chất tập nghiệm . . . . .  | 70        |
| 3.3      | Giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến bằng phương pháp hình học . . . . .       | 71        |
| 3.4      | Phương pháp đơn hình giải quy hoạch tuyến tính dạng chính tắc . . . . .               | 75        |
| 3.4.1    | Mô tả hình học của phương pháp đơn hình . . . . .                                     | 77        |
| 3.4.2    | Cơ sở lý thuyết của phương pháp đơn hình . . . . .                                    | 77        |
| 3.4.3    | Thuật toán đơn hình giải bài toán quy hoạch tuyến tính chính tắc . . . . .            | 89        |
| 3.4.4    | Công thức đối cơ sở và thuật toán đơn hình dạng bảng . . . . .                        | 90        |
| 3.5      | Tìm phương án cực biên xuất phát và cơ sở xuất phát . . . . .                         | 103       |
| 3.5.1    | Trường hợp bài toán có dạng chuẩn tắc . . . . .                                       | 103       |
| 3.5.2    | Trường hợp bài toán có dạng chính tắc . . . . .                                       | 104       |
| 3.5.3    | Phương pháp đánh thuế hay phương pháp bài toán (M) . . . . .                          | 112       |
| 3.6      | Tính hữu hạn của thuật toán đơn hình . . . . .  | 115       |
| 3.7      | Hiện tượng xoay vòng . . . . .  | 116       |
| 3.8      | Đối ngẫu . . . . .  | 117       |
| 3.8.1    | Cặp bài toán quy hoạch tuyến tính đối ngẫu . . . . .                                  | 117       |
| 3.8.2    | Các định lý về đối ngẫu . . . . .   | 120       |
| 3.8.3    | Định lý về độ lệch bù . . . . .   | 123       |
| 3.8.4    | Một số ứng dụng của lý thuyết đối ngẫu . . . . .                                      | 126       |



|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>4</b> | <b>Bài toán vận tải</b>  | <b>135</b> |
| 4.1      | Bài toán vận tải   | 135        |
| 4.1.1    | Mô hình toán học   | 135        |
| 4.1.2    | Sự tồn tại phương án tối ưu  | 140        |
| 4.2      | Bảng vận tải, chu trình  | 141        |
| 4.2.1    | Bảng vận tải   | 141        |
| 4.2.2    | Chu trình  | 142        |
| 4.3      | Phương pháp thế vị giải bài toán vận tải   | 146        |
| 4.3.1    | Cơ sở lý thuyết  | 147        |
| 4.3.2    | Thuật toán thế vị  | 151        |
| 4.4      | Tìm phương án xuất phát cho bài toán vận tải   | 157        |
| 4.4.1    | Phương pháp góc tây bắc (northwest - conner rule)                                    | 157        |
| 4.4.2    | Phương pháp cực tiểu chi phí (The least-cost method)                                 | 159        |
| 4.5      | Các bài toán vận tải mở rộng   | 163        |
| 4.5.1    | Bài toán không cân bằng thu phát   | 163        |
| 4.5.2    | Bài toán vận tải với ràng buộc bất đẳng thức   | 168        |
| 4.5.3    | Bài toán lập kho nhận hàng   | 170        |
| 4.5.4    | Bài toán vận tải có ô cấm  | 173        |
| 4.5.5    | Bài toán vận tải dạng max  | 176        |
| 4.5.6    | Bài toán phân việc (The personnel-assignment problem)                                | 178        |
| <b>5</b> | <b>Quy hoạch nguyên</b>  | <b>183</b> |
| 5.1      | Mô hình toán học   | 183        |
| 5.2      | Một số ví dụ   | 185        |
| 5.3      | Ý tưởng của phương pháp nhánh cận  | 189        |
| 5.3.1    | Một số khái niệm cơ bản  | 189        |
| 5.3.2    | Ý tưởng của phương pháp nhánh cận  | 190        |
| 5.4      | Thuật toán nhánh cận Land - Doig giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên hoàn toàn | 191        |
| 5.4.1    | Tính cận trên  | 191        |
| 5.4.2    | Chia nhánh   | 192        |
| 5.4.3    | Thuật toán   | 192        |
| 5.4.4    | Ví dụ  | 194        |
| 5.5      | Thuật toán nhánh cận giải bài toán ba lô 0 - 1                                       | 204        |
| 5.5.1    | Công thức tính cận trên của bài toán ba lô (KP)                                      | 204        |
| 5.5.2    | Tính cận trên của bài toán con   | 207        |
| 5.5.3    | Thuật toán   | 209        |
| 5.5.4    | Ví dụ  | 213        |
| <b>6</b> | <b>Quy hoạch phi tuyến</b>   | <b>221</b> |
| 6.1      | Bài toán quy hoạch phi tuyến không ràng buộc   | 221        |
| 6.1.1    | Điều kiện tối ưu   | 221        |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 6.1.2 | Phương pháp hướng giảm . . . . .   | 225 |
| 6.1.3 | Phương pháp gradient . . . . .   | 231 |
| 6.1.4 | Phương pháp Newton . . . . .   | 236 |
| 6.1.5 | Cực tiểu hàm một biến . . . . .  | 248 |
| 6.1.6 | Phương pháp tìm kiếm trực tiếp . . . . .   | 252 |
| 6.2   | Bài toán quy hoạch phi tuyến có ràng buộc . . . . .  | 256 |
| 6.2.1 | Điều kiện tối ưu . . . . .   | 257 |
| 6.2.2 | Phương pháp nhân tử Lagrange . . . . .   | 266 |
| 6.2.3 | Phương pháp tuyến tính hóa giải quy hoạch lồi . . . . .  | 273 |
| 6.2.4 | Phương pháp hướng có thể giải bài toán cực tiểu hàm tron với<br>ràng buộc tuyến tính . . . . . | 278 |
| 6.2.5 | Phương pháp Frank-Wolfe giải bài toán quy hoạch lồi với ràng<br>buộc tuyến tính . . . . .      | 281 |
| 6.2.6 | Phương pháp hàm phạt . . . . .   | 284 |



## Một số ký hiệu và chữ viết tắt

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| $\mathbb{R}$                     | tập số thực   |
| $\mathbb{R}^n$                   | không gian Euclid $n$ chiều                             |
| $x \in D$                        | $x$ thuộc tập $D$                                       |
| $x \notin D$                     | $x$ không thuộc tập $D$                                 |
| $\emptyset$                      | tập rỗng  |
| $C \setminus D$                  | hiệu của tập $C$ và $D$                                 |
| $C \cup D$                       | hợp của tập $C$ và tập $D$                              |
| $C \cap D$                       | giao của tập $C$ và tập $D$                             |
| $\langle x, y \rangle$           | tích vô hướng của $x$ và $y$                            |
| $\ x\ $                          | chuẩn Euclid của $x$                                    |
| $ x $                            | giá trị tuyệt đối của $x$                               |
| $\text{aff} E$                   | bao afin của tập $E$                                    |
| $\text{conv} E$                  | bao lồi của tập $E$                                     |
| $\text{dim} E$                   | thứ nguyên (hoặc số chiều) của tập $E$                  |
| $ X $                            | số phần tử của tập $X$                                  |
| $[x^1, x^2]$                     | đoạn nối hai điểm $x^1$ và $x^2$                        |
| $\text{int} X$                   | phần trong của tập $X$                                  |
| $\text{ri} X$                    | phần trong tương đối của tập $X$                        |
| $\text{rec} X$                   | nón lồi xa của tập $X$                                  |
| $\text{cone}\{v^1, \dots, v^k\}$ | nón sinh bởi các véc tơ $v^1, \dots, v^k$               |
| $T(X, x^*)$                      | nón tiếp xúc với tập $X$ tại điểm $x^*$                 |
| $F(X, x^*)$                      | tập các hướng chấp nhận được của tập $X$ tại $x^*$      |
| $\text{dom} f$                   | miền xác định hữu hiệu của $f$                          |
| $\text{epi}(f)$                  | epigraph của hàm $f$                                    |
| $\text{hypo}(f)$                 | hypograph của hàm $f$                                   |
| $f'(x^0, d)$                     | đạo hàm theo hướng của hàm $f$ theo hướng $d$ tại $x^0$ |
| $\nabla f(x)$                    | véc tơ gradient của hàm $f$ tại điểm $x$                |
| $\nabla^2 f(x)$                  | ma trận Hesse của hàm $f$ tại điểm $x$                  |
| $f'_{x_i}$                       | đạo hàm riêng của $f$ theo biến $x_i$                   |

|                |   |
|----------------|---|
| $A^T$          | ma trận chuyển vị của ma trận $A$             |
| $A^{-1}$       | ma trận nghịch đảo của ma trận khả nghịch $A$ |
| $I_m$          | ma trận đơn vị cấp $m$                        |
| $\text{rank}A$ | hạng của ma trận $A$                          |
| $\mathbb{L}$   | hàm Lagrange                                  |
| v.d.k.         | viết tắt của cụm từ "với điều kiện"           |
| t.ư.           | viết tắt của chữ "tương ứng"                  |