NGUYỄN DUY THUẬN

Bài tập Đại số tuyến tính

SP

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TS. NGUYỄN DUY THUẬN

BÀI TẬP
ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

(Sách dùng cho các trường Cao đẳng và Đại học)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Mục lục

Lời nói đầu

Trong các môn toán ở trường đại học thì Đại số tuyến tính không phải là môn học khó nhất. Tuy vậy, đối với sinh viên thì nó cũng là một môn khó vì thường sinh viên được học môn này ở năm thứ nhất, khi mà họ vừa mới bước chân từ trường trung học vào trường đại học, phải bắt đầu làm quen với những môn học mới lạ với khối lượng kiến thức đồ sộ và với những phương pháp tính toán và tư duy hoàn toàn mới mẻ. Họ không những phải làm những phép tính cồng kềnh, với những phương pháp tính toán đòi hỏi nhiều kĩ thuật mà còn phải tập luyện một phương pháp tư duy chặt chẽ và tinh tế, một phương pháp học tập, nghiên cứu một cách khoa học và sáng tạo. Những cuốn sách bài tập tốt sẽ giúp đỡ họ rất nhiều để vượt qua những khó khăn trong học tập, trong việc tiếp nhận, đào sâu, củng cố kiến thức và trong việc rèn luyện óc tư duy sáng tạo của họ.

Mục tiêu biên soạn cuốn sách này là như thế. Nội dung cuốn sách này được biên soạn sát với nội dung kiến thức về Đại số tuyến tính mà sinh viên được học ở các trường đại học và cao đẳng hiện nay, đặc biệt là các trường đại học và cao đẳng sư phạm.

Trong cuốn sách có 520 bài tập đáp ứng tất cả các nội dung về Đại số tuyến tính. Các bài tập rất đa dạng, bao gồm đủ các thể loại: có những bài tập về rèn luyện kĩ năng tính toán và cũng có nhiều bài có tính lí thuyết giúp học sinh rèn luyện khả năng vận dụng kiến thức và rèn luyện tư duy sáng tạo.

Việc sắp xếp thứ tự các bài tập cũng được cân nhắc một cách kĩ lưỡng: từ dễ đến khó, từ những bài tập củng cố đến những bài tập đào sâu kiến thức rồi đến những bài tập rèn luyện tư duy sáng tạo, rất thuận tiện cho việc sử dụng của nhiều đối tượng sinh viên.

Trong số các bài tập có nhiều bài tập nâng cao nhằm giúp các sinh viên có khả năng có thể có một tư liệu học tập tốt.

Đối với sinh viên, cuốn sách này có thể giúp các bạn từng bước nâng cao trình độ của mình.

Đối với các thầy cô giáo, cuốn sách này có thể là một tư liệu tốt giúp các bạn chuẩn bị bài giảng. Các bạn có thể dùng nó để thiết kế những bài tập lớn và cũng có thể khai thác ở đây những đề tài luận văn tốt nghiệp.

Phần "*Lời giải – Hướng dẫn – Trả lời*" có đưa ra những hướng dẫn bổ ích giúp bạn đọc tìm ra phương hướng giải quyết bài toán, đồng thời có nhiều phân tích giúp bạn đọc trau dồi được kinh nghiệm, biết cách suy nghĩ để vận dụng kiến thức và phát triển khả năng tư duy. Đối với những bài tập khó tác giả có đưa ra những phương pháp giải cùng với những lí giải giúp bạn đọc hiểu rằng cần suy nghĩ như thế nào để đưa ra cách giải ấy.

Cuối cùng xin lưu ý rằng trong cuốn sách này chỉ xét không gian vectơ trên các trường số. Chữ K dùng để kí hiệu chung cho trường số hữu tỉ $\mathbb{Q}$, trường số thực $\mathbb{R}$ và trường số phức $\mathbb{C}$.

Tác giả hi vọng rằng cuốn sách thực sự hữu ích đối với một đối tượng rộng lớn các bạn đọc.

Tuy đã có nhiều cố gắng trong việc biên soạn, song không sao tránh được mọi sai sót. Rất mong nhận được những lời chỉ bảo quý báu của bạn đọc. Tác giả xin chân thành cảm ơn.

TÁC GIẢ

Các kí hiệu

X_n	Tập hợp {1, 2,..., n} gồm n số tự nhiên từ 1 đến n
$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 \ldots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) \ldots & \sigma(n) \end{pmatrix}$	Phép thế σ biến phần tử i thành $\sigma(i)$
S_n	Tập hợp các phép thế trên tập X_n
$\mathrm{sgn}(\sigma)$	Dấu của phép thế σ
$\sum_{i=1}^{n} a_i$	Tổng $a_1 + a_2 +\ldots + a_n$
$\sum_{j\in J} a_j$	Tổng các số a_j, với j thuộc tập chỉ số J
$\prod_{i=1}^{n} a_i$	Tích $a_1 a_2 \ldots a_n$
$\prod_{j\in J} a_j$	Tích các thừa số a_j, với j thuộc tập chỉ số J
$A = (a_{ij})_{(m,\, n)}$	Ma trận A có m dòng, n cột, với các thành phần ở dòng thứ i, cột thứ j.
$A = (a_{ij})_n$	Ma trận vuông cấp n
$\mathrm{Mat}_n(K)$	Tập hợp các ma trận vuông cấp n với các thành phần thuộc trường K
${}^tA$	Ma trận chuyển vị của ma trận A
A^{-1}	Ma trận nghịch đảo của ma trận A
$\lvert A \rvert$	Định thức của ma trận A
I	Ma trận đơn vị
$\tilde{M}_{ij}$	Định thức con bù của thành phần a_{ij} trong ma trận vuông (a_{ij})
A_{ij}	Phần bù đại số của thành phần a_{ij}

$M_{i_1 \ldots i_r}^{j_1 \ldots j_r}$	**Định thức con xác định bởi các dòng $i_1, \ldots, i_r$ và các cột $j_1, \ldots, j_r$**
$\tilde{M}_{i_1 \ldots i_r}^{j_1 \ldots j_r}$	Định thức con bù của định thức con $M_{i_1 \ldots i_r}^{j_1 \ldots j_r}$
$A_{i_1 \ldots i_r}^{j_1 \ldots j_r}$	Phần bù đại số của định thức con $M_{i_1 \ldots i_r}^{j_1 \ldots j_r}$
hạng(A)	Hạng của ma trận A
A + B	Tổng của hai ma trận A và B
AB	Tích của hai ma trận A và B
$\vec{\alpha}$	Vectơ, là một phần tử của không gian vectơ
$-\vec{\alpha}$	Vectơ đối của $\vec{\alpha}$
$\vec{0}$	Vectơ không
$A = \{\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \ldots, \vec{\alpha}_m\}$	Hệ vectơ gồm các vectơ $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \ldots, \vec{\alpha}_m$
hạng(A)	Hạng của hệ vectơ A
$(\varepsilon) = \{\vec{\varepsilon}_1, \vec{\varepsilon}_2, \ldots, \vec{\varepsilon}_n\}$	Cơ sở (ε) của không gian vectơ
$\dim_K V$	Số chiều của K – không gian vectơ V
$f: V \to W$	Ánh xạ tuyến tính từ không gian V đến không gian W
f(X)	Ảnh của tập X qua ánh xạ tuyến tính f
Imf	Ảnh của không gian V hay ảnh của ánh xạ tuyến tính f
$f^{-1}(Y)$	Ảnh ngược của tập Y
Kerf hay $f^{-1}(0)$	Hạt nhân của ánh xạ tuyến tính f
$\mathrm{Hom}_K(V, W)$	Tập hợp các ánh xạ tuyến tính từ V đến W
f + g	Tổng của hai ánh xạ tuyến tính f và g
$g \circ f$	Tích của hai ánh xạ tuyến tính f và g
$\vec{\alpha}.\vec{\beta}$	Tích vô hướng của hai vectơ
$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$	$\vec{\alpha}$ trực giao với $\vec{\beta}$
$H \perp G$	Không gian H trực giao với không gian G