

ĐÀO TAM

*Giáo trình*

# HÌNH HỌC SƠ CẤP

GUYÊN  
C LIỆU



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

PGS.TS ĐÀO TAM

**Giáo trình**  
**HÌNH HỌC SƠ CẤP**

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM**

Mã số:01.02.253/411 ĐH - 2005

## MỤC LỤC

	Trang
Lời nói đầu	5
<b>Phần thứ nhất: Các hệ tiên đề xây dựng hình học phổ thông và thực hành ứng dụng</b>	<b>7</b>
<b>Chương I: Các hệ tiên đề xây dựng hình học ở trường phổ thông</b>	<b>7</b>
§1. Một số yêu cầu cơ bản của việc xây dựng hình học bằng phương pháp tiên đề	7
§2. Hệ tiên đề Hinbe của hình học Óclit	8
§3. Hệ tiên đề Pogorelov của hình học Óclit	24
§4. Hệ tiên đề Waylơ của hình học Óclit	27
§5. Mối quan hệ giữa các hệ tiên đề	31
§6. Hệ tiên đề xây dựng hình học phổ thông Việt Nam	32
<i>Hướng dẫn học chương I</i>	39
<b>Chương II: Sự liên thuộc giữa các hình quan hệ song song, quan hệ vuông góc</b>	<b>40</b>
§1. Các bài toán về sự liên thuộc giữa các hình	41
§2. Quan hệ song song, phép chiếu song song	56
§3. Quan hệ vuông góc	65
§4. Seminar về chủ đề: Các bài toán afin và xạ ảnh vận dụng vào giải bài toán hình học sơ cấp	70
<i>Hướng dẫn học chương II</i>	80

<b>Phần thứ hai: Hình đa diện, hình lồi. Biến hình. Dựng hình</b>	<b>81</b>
<b>Chương III: Hình đa diện và hình lồi</b>	<b>81</b>
§1. Góc nhị diện và góc tam diện	81
§2. Góc đa diện	88
§3. Hình đa diện	90
§4. Hình lồi	95
<i>Hướng dẫn học chương III</i>	102
<b>Chương IV: Các phép biến hình</b>	<b>108</b>
§1. Phép dời hình	108
§2. Phép đồng dạng	142
§3. Seminar: Tích các phép biến hình	154
<i>Hướng dẫn học chương IV</i>	157
<b>Chương V: Dựng hình</b>	<b>165</b>
§1. Các tiên đề của hình học dựng hình	165
§2. Các phép dựng cơ bản	166
§3. Các nội dung cơ bản của lí thuyết dựng	168
§4. Dựng hình bằng phương pháp quỹ tích tương giao	177
§5. Dựng hình bằng phương pháp đại số	181
<i>Hướng dẫn học chương V</i>	187
<i>Tài liệu tham khảo</i>	191

## LỜI NÓI DẪU

Giáo trình hình học sơ cấp, chi tiết hơn là các cơ sở lý thuyết và thực hành hình học phổ thông được biên soạn dành cho sinh viên khoa Toán Trường đại học sư phạm.

*Mục đích của giáo trình nhằm:*

Trang bị cho sinh viên các cơ sở xây dựng hình học. Với mục đích này chúng tôi trình bày một số tiên đề của hình học Öclit và hệ tiên đề xây dựng hình học phổ thông. Thông qua phương pháp tiên đề sinh viên nắm được các phương pháp suy diễn chứng minh trong hình học.

Cung cấp cho sinh viên các phương pháp khác nhau giải toán hình học: phương pháp tổng hợp, phương pháp vectơ, sử dụng các phép biến hình để giải toán.

Ngoài các cơ sở lý thuyết nhằm giúp sinh viên nhìn nhận các vấn đề của hình học phổ thông, các tuyến kiến thức cơ bản của hình học phổ thông sâu sắc hơn, tổng quát hơn, chúng tôi còn chú trọng khai thác các con đường định hướng giải toán nhờ khai thác các bất biến các ảnh xạ trong hình học.

Trong giáo trình này, một số cơ sở của hình học giải tích được vận dụng thông qua thực hành giải toán và trình bày một số vấn đề lý thuyết khác.

Giáo trình được chia làm hai phần bao gồm năm chương, một số chương có hướng dẫn giúp cho học sinh tự học, tự nghiên cứu tốt hơn và kèm theo một số seminar dành cho sinh viên.

**Phần I: Các hệ tiên đề xây dựng hình học phổ thông và thực hành ứng dụng.**

**Phần II: Hình đa diện, hình lồi, biến hình, dựng hình.**

Để nâng cao tay nghề sư phạm cho sinh viên, chúng tôi cho rằng cần thực hiện giáo trình này kết nối với các giáo trình phương pháp dạy học đại cương, đặc biệt là phương pháp dạy học hình học.

# PHẦN THỨ NHẤT

## CÁC HỆ TIÊN ĐỀ XÂY DỰNG HÌNH HỌC PHỔ THÔNG VÀ THỰC HÀNH ỨNG DỤNG

### CHƯƠNG I

#### CÁC HỆ TIÊN ĐỀ XÂY DỰNG HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

##### **§1. Một số yêu cầu cơ bản của việc xây dựng hình học bằng phương pháp tiên đề**

Khi xây dựng một số lý thuyết hình học người ta cần phải có các khái niệm cơ bản (là những khái niệm đầu tiên không định nghĩa), và các tiên đề (là những mệnh đề xuất phát, được thừa nhận là đúng). Tuy nhiên hệ thống các tiên đề cần phải được đảm bảo các điều kiện sau:

a. *Điều kiện phi mâu thuẫn*: điều kiện này có nghĩa là những điều nói trong các tiên đề và những kết quả suy ra từ chúng không có hai cái nào trái ngược nhau.

b. *Điều kiện độc lập*: mỗi tiên đề của hệ phải độc lập (đối với các tiên đề khác), nghĩa là không thể suy ra được nó từ các tiên đề còn lại.

c. *Điều kiện đầy đủ*: hệ tiên đề phải đủ để xây dựng môn học bằng suy diễn lôgic.

Trong hình học, ứng với mỗi hệ tiên đề lại có một không gian hình học trừu tượng. Sở dĩ gọi là “trừu tượng” vì các khái



niệm cơ bản trong hệ tiên đề không được định nghĩa, do đó mỗi thuật ngữ chỉ một khái niệm cơ bản, ta có thể hiểu là cái gì cũng được miễn là hệ tiên đề được nghiệm đúng. Một tập hợp những cái cụ thể như vậy được gọi là một thể hiện hoặc một mô hình của hệ tiên đề ấy. Ứng với một tiên đề có thể có nhiều mô hình khác nhau.

## **§2. Hệ tiên đề Hinbe của hình học Óclít**

### **A. Hệ tiên đề Hinbe trong khoa học hình học**

Nhà toán học Hinbe (người Đức, 1862 – 1943) lần đầu tiên công bố hình học tiên đề (năm 1899) sau khi phát hiện ra hình học phi Óclít. Công trình này được giải thưởng Lôbasepski năm 1930. Sau đó, phương pháp tiên đề thịnh hành và xuất hiện nhiều hệ tiên đề khác. Nhiều công trình nghiên cứu tiếp tục về cơ sở hình học cũng đã bổ sung, tạo ra nhiều hệ tiên đề tương đương với hệ tiên đề Hinbe.

Ở đây, ta trình bày hệ tiên đề Hinbe có sửa đổi chút ít. Hệ tiên đề Hinbe gồm 20 tiên đề với 6 khái niệm cơ bản.

#### **Sáu khái niệm cơ bản gồm:**

“Điểm”, “đường thẳng”, “mặt phẳng” (gọi chung là các “đối tượng cơ bản”).

“Thuộc”, “ở giữa”, “bằng” (gọi chung là các “tương quan cơ bản”).

#### **Các tiên đề của Hinbe chia làm năm nhóm:**

Nhóm I chứa tám tiên đề về “liên thuộc”.

Nhóm II chứa bốn tiên đề về “thứ tự”.

Nhóm III chứa năm tiên đề về “bằng nhau”.

Nhóm IV chỉ hai tiên đề về liên tục.

Nhóm V chứa một tiên đề về song song.

### 2.1. Nhóm I- Các tiên đề về liên thuộc

Tương quan cơ bản trong nhóm này là tương quan “thuộc”, có khi gọi là đi qua.

Các tiên đề trong nhóm này là:

I<sub>1</sub>. Với hai điểm bất kỳ tồn tại đường thẳng đi qua.

I<sub>2</sub>. Với hai điểm phân biệt có không quá một đường thẳng đi qua.

I<sub>3</sub>. Mỗi đường thẳng có ít nhất hai điểm. Có ít nhất ba điểm không cùng thuộc một đường thẳng.

I<sub>4</sub>. Cho bất cứ ba điểm A, B, C nào, bao giờ cũng có một mặt phẳng  $\alpha$  thuộc mỗi điểm đó. Mỗi mặt phẳng thuộc ít nhất một điểm.

I<sub>5</sub>. Cho bất cứ ba điểm A, B, C nào không cùng thuộc một đường thẳng, không bao giờ có quá một mặt phẳng thuộc mỗi điểm đó.

I<sub>6</sub>. Nếu hai điểm A, B cùng thuộc một đường thẳng a, đồng thời cùng thuộc một mặt phẳng  $\alpha$  thì mọi điểm nào khác thuộc đường thẳng a cũng sẽ thuộc mặt phẳng  $\alpha$ .

I<sub>7</sub>. Nếu hai mặt phẳng cùng thuộc một điểm A thì chúng sẽ cùng thuộc ít nhất một điểm thứ hai B.

I<sub>8</sub>. Có ít nhất bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

Sau đây chúng ta sẽ nêu ra một số các định nghĩa và định lý có liên quan tới “nhóm I”.

**Định nghĩa 1:** Nếu mọi điểm của đường thẳng a đều thuộc mặt phẳng  $\alpha$  thì ta nói rằng đường thẳng a *thuộc* mặt phẳng  $\alpha$  hoặc mặt phẳng  $\alpha$  *thuộc* đường thẳng a.

**Chú ý:** Chỉ có tương quan thuộc giữa điểm với đường thẳng, giữa điểm với mặt phẳng là tương quan cơ bản (còn các tương quan khác đều được định nghĩa).