ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

– – – – – – – – – – –

ĐOÀN KIÊN TRUNG

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG QUÁT LOẠI II

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN, 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

\-\-\-\-\-\-\-\-\-\-\-

ĐOÀN KIÊN TRUNG

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG QUÁT LOẠI II

Chuyên ngành: Toán Giải tích
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
GS. TSKH. NGUYỄN XUÂN TẤN

Thái Nguyên - Năm 2014

Lời cam đoan

Tôi cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi. Các kết quả nêu trong luận văn là trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2014
Tác giả

Đoàn Kiên Trung

Lời cảm ơn

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn khoa học của GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn. Trước tiên, Tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy giáo, người hướng dẫn khoa học của mình, GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn, người đã đặt bài toán và tận tình hướng dẫn trong suốt quá trình nghiên cứu của tôi. Đồng thời tôi cũng chân thành cảm ơn các thầy cô trong khoa Toán, khoa Sau đại học - Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, đã tạo mọi điều kiện cho tôi để tôi có thể hoàn thành bản luận văn này. Tôi cũng gửi lời cảm ơn đến các bạn trong lớp Cao học Toán k20, đã chia sẻ động viên và giúp đỡ tôi trong quá trình học tập và làm luận văn.

Tôi cũng vô cùng biết ơn Bố, mẹ, anh, chị, em trong gia đình của mình, đặc biệt là người vợ đã cảm thông chia sẻ cùng tôi trong hai năm qua để tôi có thể học tập và hoàn thành luận văn này.

Do thời gian ngắn và khối lượng kiến thức lớn nên bản luận văn sẽ khó tránh khỏi những thiếu sót, tôi rất mong nhận được sự chỉ bảo tận tình của các thầy cô và bạn bè, tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2014

Tác giả

Đoàn Kiên Trung

MỤC LỤC

Mở đầu

1. Lý do chọn luận văn

Lý thuyết cân bằng được hình thành từ những ý tưởng trong kinh tế, lý thuyết giá trị của Edgeworth và Pareto từ cuối thế kỷ 19 và đầu thế kỷ 20. Sau đó có rất nhiều công trình đã được nghiên cứu và ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau của các nghành khoa học kỹ thuật cũng như thực tế như: Borel (1921), Von Neuman (1926) đã xây dựng lý thuyết trò chơi dựa trên các khái niệm và kết quả toán học, Koopmam (1947) đã đưa ra lý thuyết lưu thông hàng hóa. Lý thuyết cân bằng là bộ phận quan trọng của lý thuyết tối ưu. Sau những công trình của H.W.Kuhn và A.W.Tucker về các điều kiện cần và đủ cho một véc tơ thỏa mãn các ràng buộc là nghiệm hữu hiệu, tối ưu véc tơ thực sự là một nghành toán học độc lập và có nhiều ứng dụng trong thực tế. Các bài toán cơ bản trong lý thuyết tối ưu véc tơ bao gồm: Bài toán tối ưu, bài toán cân bằng Nash, bài toán bù, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm yên ngựa,...

Trong kinh tế, bài toán điểm cân bằng được biết đến từ lâu bởi các công trình của Arrow-Debreu, Nash sau đó được nhiều nhà toán học sử dụng để xây dựng những mô hình kinh tế từ nửa sau thế kỷ 20. Ky Fan (1972) trong [6] và Browder-Minty (1978) trong [4] đã phát biểu và chứng minh sự tồn tại nghiệm của bài toán điểm cân bằng dựa trên các định lý điểm bất động. Năm 1991, Blum và Oettli [3] đã phát biểu bài toán cân bằng một cách tổng quát và tìm cách liên kết bài toán của Ky Fan và Browder-Minty với nhau thành dạng chung cho cả hai. Bài toán được phát biểu ngắn gọn là: Tìm $\bar{x} \in D$ sao cho $f(\bar{x}, x) \geq 0$ với mọi $x \in D$, trong đó D là tập cho trước của không gian, $f : D \times D \to R$ là hàm số thực thỏa mãn $f(x, x) \geq 0$. Đây là dạng suy rộng trực tiếp của các bài toán trong lý thuyết tối ưu vô hướng.

Ban đầu người ta nghiên cứu những bài toán liên quan đến ánh xạ đơn trị từ không gian hữu hạn chiều này sang không gian hữu hạn chiều khác mà thứ tự được đưa ra bởi nón orthant dương. Sau đó mở rộng sang không gian có số chiều vô hạn với nón bất kỳ. Khái niệm về ánh xạ đa trị đã được xây dựng và phát triển do yêu cầu phát triển của bản thân toán học và các lĩnh vực khoa học khác. Những định nghĩa, tính chất, sự phân lớp của ánh xạ đơn trị dần được mở rộng cho ánh xạ đa trị. Từ đó người ta tìm cách chứng minh các kết quả tương tự như các kết quả đã biết từ đơn trị. Chính vì vậy mà bài toán điểm cân bằng trong những năm gần đây được nhiều nhà nghiên cứu toán học đặc biệt quan tâm. Với lí do trên tôi chọn đề tài:" Bài toán tựa cân bằng tổng quát loại II "

2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích chính của luận văn này là trình bày một số kết quả của bài toán cân bằng tổng quát loại II .

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Luận văn tập trung vào các nhiệm vụ sau đây:

Trình bày một số kiến thức cơ bản của giải tích đa trị, một số tính chất của ánh xạ đa trị và các phép toán .

Trình bày bài toán tựa cân bằng tổng quát loại hai và các vấn đề liên quan đến chúng trong lý thuyết tối ưu đa trị.

4. Bố cục của luận văn

Ngoài phần mở đầu, phần kết luận và tài liệu tham khảo, luận văn được trình bày gồm 2 chương.

Chương 1 trình bày một số khái niệm về ánh xạ đa trị, tính liên tục theo nón, lồi theo nón và một số định lý điểm bất động làm kiến thức cơ sở cho chương 2.

Chương 2 trình bày bài toán tựa cân bằng tổng quát loại II. Định lý 2.1.1 và 2.1.2 cho ta kết quả về sự tồn tại nghiệm của bài toán. Các hệ quả 2.2.1, 2.2.6 chỉ ra sự tồn tại nghiệm của bài toán bao hàm thức tựa biến phân lý tưởng loại II. Sử dụng định lý 2.1.1 và 2.1.2 và tính chất của ánh xạ giả đơn điệu, giả đơn điệu mạnh ta chứng minh được các bài toán tựa cân bằng yếu, tựa cân bằng Pareto và tựa tối ưu véc tơ đơn trị có nghiệm, điều này thể hiện trong các hệ quả 2.2.6, 2.2.9, 2.2.10, 2.2.11.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Trong thực tế, nhiều bài toán liên quan đến phép chuyển mỗi điểm của tập này thành một tập con của tập kia. Những khái niệm cổ điển về hàm số, về toán tử hay về ánh xạ không còn phù hợp. Do đó việc mở rộng ánh xạ đa trị là tất yếu để phù hợp với nhu cầu thực tại của các vấn đề nảy sinh từ tự nhiên cuộc sống. Vì vậy mà môn giải tích đa trị đã được hình thành và trở thành công cụ đắc lực để nghiên cứu các bài toán liên quan đến ánh xạ đa trị. Chúng ta sẽ dành chương này để nhắc lại một số kiến thức cơ bản về môn giải tích đa trị này. Các kiến thức đó rất quan trọng trong việc nghiên cứu các bài toán ở chương sau.

1.1 Nón và các khái niệm liên quan

Trong không gian các số thực hai phần tử bất kỳ đều so sánh được với nhau qua khái niệm lớn hơn hay bé hơn hoặc bằng. Điều này không có được trong các không gian tô pô tuyến tính khác. Muốn mở rộng bài toán nhận giá trị thực sang bài toán nhận giá trị véc tơ và đa trị người ta đưa vào các khái niệm mới, đồng thời có thể xây dựng các khái niệm tương tự của số thực, số phức trong không gian tô pô tuyến tính. Một phương pháp hữu hiệu để xây dựng các khái niệm đó là đưa nón vào không gian tô pô tuyến tính mà chúng ta sẽ nghiên cứu ngay sau đây.

Định nghĩa 1.1.1. Cho Y là không gian tuyến tính và C là tập con trong Y. C được gọi là nón có đỉnh tại gốc (gọi ngắn gọn là nón) trong Y nếu

$tc \in C$ với mọi $c \in C, t \geq 0$.

Nón C được gọi là nón lồi nếu C là tập lồi. Nếu Y là không gian tô pô tuyến tính và C là nón trong Y, ký hiệu $clC, intC, convC$ là bao đóng, phần trong và bao lồi của nón $C, l(C) = C \cap (-C)$. khi nghiên cứu các bài toán liên quan đến nón, người ta thường quan tâm đến các loại nón sau:

i). Nón C gọi là nón đóng nếu C là tập đóng.

ii). Nón C gọi là nón nhọn nếu $l(C) = 0$.

Với nón C cho trước, ta định nghĩa quan hệ như sau: $x, y \in Y, x \succeq Cy$ nếu $x - y \in C$. Nếu không có sự nhầm lẫn ta có thể viết đơn giản $x \succeq y$. Ký hiệu $x \succ\succ y$ nếu $x - y \in C \setminus l(C)$ và $x \succ y$ nếu $x - y \in intC$. Ta thấy quan hệ trên là một quan hệ thứ tự từng phần nếu C là nón lồi nhọn.

Sau đây là một số ví dụ về nón.

Ví dụ 1.1.2. i). Tập $\{0\}$ và Y là nón trong không gian Y. Ta gọi chúng là các nón tầm thường.

ii). Cho R^n là không gian Euclid n chiều, tập $C = R^n_+ = \{x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n \mid x_j \geq 0, j = 1, 2, ..., n\}$ là nón lồi, đóng, nhọn và được gọi là nón Orthant dương trong R^n. Nếu lấy $C = \{x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n \mid x_1 \geq 0\}$ thì C là nón lồi, đóng nhưng không nhọn. Vì $l(C) = \{x = (0, x_2, ..., x_n) \in R^n\} \neq \{0\}$.

iii). Cho $L_p[0,1], 0 < p < 1$ là không gian các hàm trên đoạn [0,1].

$$L_p[0,1] = \{x, \int_0^1 (\mid x \mid)^p d\mu < \infty, \mu \text{ là độ đo } Lesberge\}.$$

Tô pô trên không gian được xác định bởi cơ sở lân cận của 0, gồm các tập có dạng

$$\{x \in L_p[0,1]/(\int_0^1 (\mid x \mid)^p d\mu)^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{n}\}.$$

Tập $C = \{x \in L_p[0,1] : x(t) \geq 0, t \in [0,1]\}$. C là nón lồi đóng.

Định nghĩa 1.1.3. Cho C là nón trong không gian tuyến tính Y. $B \subseteq Y$ được gọi là tập sinh của nón C, ký hiệu $C = coneB$, nếu $C = \{tb \mid b \in B, t \geq 0\}$. Trong trường hợp B không chứa điểm gốc và với mọi $c \in C, c \neq 0$