ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

VŨ THỊ THU

VỀ TÍNH CO VÀ KHÔNG GIÃN CỦA ÁNH XẠ NGHIỆM CHO BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN ĐA TRỊ

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số: 60. 46. 01. 12

Người hướng dẫn khoa học:
GS.TSKH. LÊ DŨNG MƯU

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - NĂM 2013

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

VŨ THỊ THU

VỀ TÍNH CO VÀ KHÔNG GIÃN CỦA ÁNH XẠ NGHIỆM CHO BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN ĐA TRỊ

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số: 60.46.01.12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
GS.TSKH. LÊ DŨNG MƯU

THÁI NGUYÊN - NĂM 2013

Mục lục

Lời cảm ơn

Trong suốt quá trình làm luận văn, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn, chỉ bảo tận tình và giúp đỡ nghiêm túc của GS.TSKH. Lê Dũng Mưu (Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam). Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến Thầy, Thầy đã giành nhiều thời gian hướng dẫn cũng như giải đáp thắc mắc của Tôi trong suốt quá trình làm luận văn. Thầy đã tạo điều kiện và giúp đỡ Tôi có thêm kiến thức, khả năng nghiên cứu, chọn lọc và tổng hợp các tài liệu chính cũng như cơ bản để hoàn thành luận văn. Tôi xin kính chúc Thầy và gia đình luôn luôn mạnh khỏe, hạnh phúc.

Qua đây Tôi xin cảm ơn các quý Thầy, Cô tham gia giảng dạy khóa cao học 2011 - 2013 tại Đại học Thái Nguyên và tại Viện Toán Học lời cảm ơn sâu sắc nhất đối với công lao dậy dỗ trong suốt quá trình đào tạo giáo dục tại nhà trường, đã mang đến cho tôi nhiều kiến thức bổ ích không chỉ về mặt chuyên môn mà còn cả trong cuộc sống.

Tôi cũng xin chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp, đồng môn đã giúp đỡ tôi trong thời gian học tập tại Đại học Thái Nguyên và trong quá trình hoàn thành luận văn này.

Cuối cùng, Tôi xin giành lời cảm ơn sâu sắc đến Gia đình và người bên cạnh Tôi. Nhờ có sự chăm sóc, lo lắng, động viên và tạo mọi điều kiện tốt nhất để Tôi có được thành quả ngày hôm nay. Xin kính tặng bản luận văn này tới Gia đình.

Thái Nguyên, tháng 8 - 2013
Người viết Luận văn

VŨ THỊ THU

Mở đầu

Bài toán Bất đẳng thức biến phân đa trị được giới thiệu lần đầu tiên vào năm 1966 bởi Hartman và Stampachia. Những nghiên cứu đầu tiên về bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị liên quan tới việc giải bài toán biến phân, bài toán điều khiển tối ưu và các bài toán có dạng của phương trình đạo hàm riêng. Bài toán bất đẳng thức biến phân trong không gian hữu hạn chiều và các ứng dụng thực tiễn của nó thì được giới thiệu trong cuốn sách " An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications" của Kinderlehrer D. và Stampachia G., xuất bản năm 1980 và trong cuốn sách " Variational and Quasivariational Inequalities: Applications to Free Boundary Problems " của Baiocci C. và Capelo A., xuất bản năm 1984.

Năm 1979 Michael J. Smith đưa ra bài toán cân bằng mạng giao thông và đến năm 1980 Defermos đã chỉ ra rằng điểm cân bằng của bài toán này là nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân. Từ đó bài toán bất đẳng thức biến phân được phát triển trở thành một công cụ hữu hiệu để nghiên cứu và giải các bài toán cân bằng trong kinh tế tài chính, vận tải, lý thuyết trò chơi và nhiều bài toán khác. Bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị có quan hệ mật thiết với nhiều bài toán khác như: bài toán bù phi tuyến, bài toán quy hoạch lồi, bài toán xác định phương án sản xuất,...các bài toán đó là một trong những trường hợp riêng của bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị. Gần đây bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị cũng là một đề tài thu hút được nhiều sự quan tâm của các nhà nghiên cứu khoa học vì nó có nhiều vai trò và ứng dụng trong lý thuyết toán học và các ứng dụng trong thực tế. Một trong các hướng nghiên cứu quan trọng của bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị là xây dựng phương pháp giải. Thông thường các phương pháp giải được chia thành các loại sau:

Loại thứ nhất là các phương pháp chuyển bài toán về hệ phương trình và dùng các phương pháp thông dụng như phương pháp Newton, phương pháp điểm trong hệ phương trình.

Loại thứ hai là phương pháp có tính chất kiểu đơn điệu điển hình của phương pháp này là các phương pháp gradient sau này được tổng quát bởi Cohen thành lý thuyết bài toán phụ, phương pháp điểm gần kề của Rockafellar, phương pháp hiệu chỉnh của Tikhonov,...Các phương pháp này khá là hiệu quả, dễ thực hiện trên máy tính nhưng các điều kiện hội tụ chỉ được đảm bảo dưới các giả thiết khác nhau về tính chất đơn điệu.

Loại thứ ba là các phương pháp dựa trên kỹ thuật hàm đánh giá. Nội dung chính của phương pháp này là chuyển bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị về cực tiểu của hàm chắn và sau đó sử dụng kỹ thuật tối ưu trơn hoặc không trơn để tìm cực tiểu của hàm chắn, phương pháp này có thể giải được bài toán với giả thiết rất nhẹ. Tuy nhiên, tốc độ hội tụ của thuật toán được đề xuất là chậm và thường chỉ hội tụ với các giả thiết về tính đơn điệu.

Loại thứ tư là các phương pháp dựa trên điểm bất động, nội dung chính của phương pháp này là chuyển bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị về tìm điểm bất động của ánh xạ nghiệm.

Trong luận văn này, ta xây dựng phương pháp giải bằng loại thứ tư. Luận văn trình bày phương pháp giải bất đẳng thức biến phân thông qua việc tìm điểm bất động của ánh xạ nghiệm với ánh xạ giá là phù hợp, nội dung chính của phương pháp này được viết trong bài báo " P. N. Anh, L. D. Mưu, V. H. Nguyen and J. J Strodiot (2005), Using the Banach Contraction Principle to Implement the Proximal Point Method for Multivalued Monotone Variational Inequalities, *J. Oplim. Theory Appl, 124, pp. 285 - 306*".

Luận văn được chia thành hai chương:

Chương I gồm hai phần: Phần một nhắc lại một số kiến thức cơ bản của không gian Hilbert, giải tích lồi, ánh xạ đa trị, ánh xạ đơn điệu mạnh, ánh xạ đồng bức (ánh xạ đơn điệu mạnh ngược). Phần hai trình bày về bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị (viết tắt là MVIP), nêu ra một số trường hợp riêng của bài toán và các ví dụ điển hình, sự tồn tại nghiệm cũng như tính chất của tập nghiệm.

Chương II trình bày phương pháp lặp Banach giải bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị (MVIP) trong hai trường hợp hàm giá là đơn điệu mạnh và hàm giá là đồng bức.

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn trực tiếp của GS. TSKH. Lê Dũng Mưu. Do vấn đề đề cập trong luận văn là tương đối mới và phức tạp, thời gian cũng như khả năng còn hạn chế nên luận văn không thể tránh khỏi những thiếu xót. Tác giả mong muốn nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của các Thầy, Cô giáo, các bạn đồng nghiệp, đồng môn và những người quan tâm để đề tài được hoàn thiện hơn.

Chương 1

Bài toán bất đẳng thức biến phân đa trị

Trong toàn bộ luận văn này, chúng ta sẽ làm việc trên không gian Hilbert thực $\mathbb{H}$. Ta có một số tính chất và định nghĩa cơ bản về không gian Hilbert. Các kiến thức trong chương này được lấy trong tài liệu [1], [2], [3], [4], [5].

1.1 Một số khái niệm và tính chất cơ bản

1.1.1 Không gian Hilbert

Định nghĩa 1.1. *Cho $\mathbb{H}$ là một không gian tuyến tính. Tích vô hướng xác định trên $\mathbb{H}$ là một ánh xạ được xác định:*

$$\begin{aligned}\langle .,. \rangle : &\mathbb{H} \times \mathbb{H} \to \mathbb{R}\\ &(x, y) \mapsto \langle x, y \rangle\end{aligned}$$

thỏa mãn các điều kiện sau:

i. $\langle x, y\rangle = \langle y, x\rangle$ *với mọi* $x, y \in \mathbb{H}$

ii. $\langle x + y, z\rangle = \langle x, z\rangle + \langle y, z\rangle$ *với mọi* $x, y, z \in \mathbb{H}$

iii. $\langle \lambda x, y\rangle = \lambda\langle x, y\rangle$ *với mọi* $x, y \in \mathbb{H}$ *và* $\lambda \in \mathbb{R}$

iv. $\langle x, x\rangle \geq 0$ *với mọi* $x \in \mathbb{H}, \langle x, x\rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$\langle x, y\rangle$ *được gọi là tích vô hướng của hai véctơ* x *và* y

Cặp $(\mathbb{H}, \langle .,. \rangle)$ *được gọi là không gian tiền Hilbert (hay còn gọi là không gian Unita).* Từ định nghĩa trên ta thấy rằng tích vô hướng là một dạng song tuyến tính trên $\mathbb{H}$.

Ví dụ 1.1