

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

BÙI QUANG THIÊN

VẤN ĐỀ XÁC ĐỊNH ĐỐI VỚI HÀM HỮU TỶ  
TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC TRƯNG  
KHÔNG VỚI ĐIỀU KIỆN ẢNH NGƯỢC  
CỦA TẬP HỢP ĐIỂM VÀ ÁP DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

BÙI QUANG THIÊN

VẤN ĐỀ XÁC ĐỊNH ĐỐI VỚI HÀM HỮU TỶ  
TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC TRƯNG  
KHÔNG VỚI ĐIỀU KIỆN ẢNH NGƯỢC  
CỦA TẬP HỢP ĐIỂM VÀ ÁP DỤNG

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP

Mã số: 60460113

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

TS. VŨ HOÀI AN

Thái Nguyên - Năm 2014

# Mục lục

|  |           |
|--|-----------|
| Lời cam đoan . . . . .   | iii       |
| Lời cảm ơn . . . . .   | iv        |
| Mở đầu . . . . .   | v         |
| Bảng ký hiệu . . . . .   | viii      |
| <b>1 Tổng quan về vấn đề xác định duy nhất của hàm phân hình <math>p</math>-adic</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 Vấn đề xác định duy nhất của đa thức trong toán học trung học phổ thông . . . . .  | 1         |
| 1.1.1 Công thức nội suy Newton, công thức nội suy Lagrange . . . . .   | 1         |
| 1.1.2 Vấn đề xác định duy nhất của đa thức trong toán học trung học phổ thông . . . . .  | 6         |
| 1.2 Vấn đề xác định duy nhất của hàm phân hình $p$ -adic . . . . .   | 7         |
| 1.2.1 Hai hàm phân hình $p$ -adic nhận chung các điểm riêng rẽ . . . . .   | 7         |
| 1.2.2 Hàm phân hình $p$ -adic nhận chung một tập . . . . .   | 8         |
| 1.3 Hai định lý nhận giá trị của Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không . . . . .                                     | 10        |
| 1.3.1 Hàm độ cao của Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không . . . . .   | 10        |
| 1.3.2 Hai định lý nhận giá trị của Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không . . . . .                                   | 12        |
| <b>2 Vấn đề xác định đối với hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không với điều kiện ảnh của tập hợp điểm và áp dụng</b> | <b>15</b> |

|       |   |           |
|-------|---|-----------|
| 2.1   | Hàm hữu tỷ chung nhau các giá trị . . . . . | 15        |
| 2.2   | Đa thức duy nhất của hàm hữu tỷ . . . . .   | 19        |
| 2.2.1 | Đa thức duy nhất kiểu $Y_{n,m}$ . . . . .   | 19        |
| 2.2.2 | Đa thức duy nhất kiểu $F_{n,b}$ . . . . .   | 23        |
| 2.3   | Hàm hữu tỷ chung nhau tập hợp . . . . .     | 25        |
| 2.3.1 | Tập duy nhất cho hàm hữu tỷ . . . . .       | 25        |
| 2.3.2 | Tập duy nhất kiểu $F_{n,b}^0$ . . . . .     | 28        |
|       | <b>Kết luận</b> . . . . .                   | <b>37</b> |
|       | <b>Tài liệu tham khảo</b> . . . . .         | <b>38</b> |

# Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan luận văn Thạc sĩ chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp với đề tài “Vấn đề xác định đối với hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không với điều kiện ảnh ngược của tập hợp điểm và áp dụng” là của tôi. Các tài liệu được trích dẫn đầy đủ.

**Tác giả**

**Bùi Quang Thiện**

## Lời cảm ơn

Trước hết, tôi xin gửi lời cảm ơn tới TS. Vũ Hoài An. Thầy đã dành nhiều thời gian hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn. Sau quá trình nhận đề tài và nghiên cứu dưới sự hướng dẫn khoa học của thầy, luận văn “Vấn đề xác định đối với hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không với điều kiện ảnh ngược của tập hợp điểm và áp dụng” của tôi đã được hoàn thành. Tôi xin gửi lời cảm ơn tới GS. TSKH. Hà Huy Khoái, GS. TSKH. Nguyễn Tự Cường, PGS. TS. Lê Thị Thanh Nhân, PGS. TS. Đàm Văn Nhí, PGS. TS. Trịnh Thanh Hải đã có nhiều ý kiến quý báu để tác giả hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành đến Ban Giám hiệu, Phòng Đào tạo - Khoa học - Quan hệ quốc tế và Khoa Toán - Tin của Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện thuận lợi nhất trong suốt quá trình học tập tại trường cũng như thời gian tôi hoàn thành đề tài này. Sự giúp đỡ nhiệt tình và thái độ thân thiện của cán bộ thuộc Phòng Đào tạo và Khoa Toán - Tin đã để lại trong lòng mỗi chúng tôi những ấn tượng hết sức tốt đẹp.

Tôi xin cảm ơn gia đình, bạn bè đồng nghiệp và các thành viên trong lớp cao học Toán K6B (Khóa 2012 - 2014) đã quan tâm, tạo điều kiện, động viên cổ vũ để tôi có thể hoàn thành nhiệm vụ của mình.

# Mở đầu

## 1. Lý do chọn đề tài

Vấn đề nội suy cho đa thức là vấn đề kinh điển của Toán học sơ cấp. Newton, Lagrange đã giải quyết vấn đề này đối với đa thức với hệ số thực. Hai ông đã đưa ra công thức nội suy mà ngày nay được gọi là Công thức nội suy Newton, Công thức nội suy Lagrange. Đây là các công thức nội suy với hữu hạn mốc nội suy. Trong trường hợp vô hạn mốc nội suy, vấn đề nội suy cho hàm nguyên đã là bài toán mở trong một thời gian dài. Năm 1979, Hà Huy Khoái là người đầu tiên mở rộng vấn đề nội suy cho đa thức cho các hàm nguyên  $p$ -adic [4]. Ông đã tìm được điều kiện cần và đủ để xác định hàm nguyên  $p$ -adic từ vô hạn mốc nội suy. Trong trường hợp hàm nguyên phức, vấn đề này vẫn chưa được giải quyết. Điều thú vị ở đây là, xuất phát từ vấn đề nội suy cho các hàm nguyên  $p$ -adic, Hà Huy Khoái là người đầu tiên xây dựng lý thuyết phân bố giá trị cho các hàm phân hình  $p$ -adic (xem [5]). Một trong những ứng dụng sâu sắc của lý thuyết phân bố giá trị ( $p$ -adic) là *vấn đề xác định duy nhất cho các hàm phân hình khác hằng (phức và  $p$ -adic) qua điều kiện ảnh ngược của tập hợp điểm*. Kết quả kinh điển đầu tiên của vấn đề này là Định lý 4 điểm của Nevalinna. Có hai hướng mở rộng định lý 4 điểm:

1. Xét nghịch ảnh riêng rẽ của điểm.
2. Xét nghịch ảnh của tập hợp điểm.

Mặt khác, từ Công thức nội suy Newton, Công thức nội suy Lagrange, vấn đề xác định duy nhất đối với đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng  $n$  với hệ số thực được giải quyết qua  $n + 1$  mốc nội suy.

Nhận xét rằng, có sự tương tự giữa *vấn đề xác định duy nhất đối với đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng  $n$  với hệ số thực được giải quyết qua  $n + 1$  mốc nội suy* với *vấn đề xác định duy nhất cho các hàm phân hình khác hằng  $p$ -adic*

qua điều kiện ảnh ngược của tập điểm. Điều này gợi ý cho chúng tôi xem xét vấn đề nội suy cho đa thức dưới góc độ của lý thuyết phân bố trị. Theo hướng tiếp cận này, luận văn nghiên cứu **Vấn đề xác định đối với Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không với điều kiện ảnh ngược của tập hợp điểm và áp dụng vào vấn đề xác định đa thức.**

## 2. Mục tiêu nghiên cứu

Trình bày lại các kết quả trong [1], các kết quả này là tương tự các định lý duy nhất đối với hàm phân hình  $p$ -adic trong [6] cho Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không.

## 3. Nội dung nghiên cứu và Phương pháp nghiên cứu

3.1. Tổng hợp và trình bày về vấn đề xác định duy nhất của đa thức trong toán học phổ thông.

3.2. Trình bày tổng quan về vấn đề xác định duy nhất của hàm phân hình  $p$ -adic.

3.3. Tổng hợp và trình bày lại các kết quả trong [1], các kết quả này là tương tự các định lý duy nhất đối với hàm phân hình  $p$ -adic cho Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không.

## 4. Kết quả nghiên cứu

Luận văn tổng hợp và trình bày lại các kết quả trong [1]. Cụ thể là:

- Định lý 2.1.1 là tương tự của Định lý 4 điểm trong [6].
- Định lý 2.1.3 là tương tự của Định lý 3.9 trong [6].
- Định lý 2.2.1 là tương tự của Định lý 3.19 trong [6].
- Định lý 2.3.1 là tương tự của Định lý 3.36 trong [6].

## 5. Bố cục luận văn

Luận văn được chia làm hai chương cùng với phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo.



Chương 1. Trong Chương 1, chúng tôi tổng hợp và trình bày về vấn đề xác định duy nhất của đa thức trong toán học trung học phổ thông, trình bày tổng quan về vấn đề xác định duy nhất của hàm phân hình  $p$ -adic. Chúng tôi cũng nhắc lại các khái niệm độ cao, hàm đếm và hai định lý nhận giá trị của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không đã được đưa ra trong [1] và đã được trình bày lại ở [2].

Chương 2. Trong Chương 2 chúng tôi tổng hợp và trình bày lại vấn đề xác định đối với Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không với điều kiện ảnh ngược của tập hợp điểm và áp dụng vào vấn đề xác định đa thức đã đưa ra trong [1].

*Thái Nguyên, tháng 4 năm 2014*

*Học viên*

*Bùi Quang Thiện*

## Bảng ký hiệu

|                     |   |
|---------------------|---|
| $f$                 | Hàm hữu tỷ                                    |
| $n(f, a)$           | Hàm đếm của $f$ tại điểm $a$                  |
| $T_f$               | Hàm đặc trưng của $f$                         |
| $E_f(S)$            | Ảnh ngược tính cả bội của tập $S$ đối với $f$ |
| $\overline{E}_f(S)$ | Ảnh ngược không tính bội của $S$ đối với $f$  |
| $\mathbb{K}$        | Trường đóng đại số, đặc trưng không           |