

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

VŨ THỊ HỒNG

MỘT PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ NGOÀI  
TÌM NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH  
TUYẾN TÍNH VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2014

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

**Vũ Thị Hồng**

**MỘT PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ NGOÀI  
TÌM NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH  
TUYẾN TÍNH VÀ ỨNG DỤNG**

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Mã số: 60.46.01.12

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

**NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:**

**TS. NGUYỄN ANH TUẤN**

Thái Nguyên - 2014

# Mục lục

Bảng ký hiệu	vi
Mở đầu	1
<b>1 Một số khái niệm cơ bản và một số bài toán thực tế đưa về bài toán tìm nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình tuyến tính</b>	<b>4</b>
1.1 Một số khái niệm cơ bản về tập lồi . . . . .	4
1.2 Một số khái niệm cơ bản liên quan đến hàm số tuyến tính	7
1.3 Khái niệm về miền ràng buộc tuyến tính không bị chặn, phương vô hạn chấp nhận được và hướng tăng, giảm của hàm gần lồi - gần lõm . . . . .	10
1.4 Một số mô hình thực tế . . . . .	13
1.4.1 Bài toán cái túi . . . . .	13
1.4.2 Bài toán lập kế hoạch sản xuất (Cực đại tổng lãi suất) . . . . .	14
1.4.3 Bài toán mua (thuê) máy bay tối ưu . . . . .	14
1.5 Dạng chuẩn và dạng chính tắc của bài toán quy hoạch tuyến tính . . . . .	15
1.5.1 Dạng chuẩn và dạng chính tắc . . . . .	15
1.5.2 Đưa bài toán quy hoạch tuyến tính về dạng chuẩn và dạng chính tắc . . . . .	16

1.6	Giới thiệu một số phương pháp giải bài toán quy hoạch tuyến tính . . . . .	17
1.6.1	Giới thiệu phương pháp đơn hình . . . . .	17
1.6.2	Giới thiệu phương pháp Kamarkar (Điểm trong)	21
<b>2</b>	<b>Quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn và phương pháp nón xoay [1]</b>	<b>23</b>
2.1	Bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn tổng quát . .	23
2.2	Khái niệm về nón tuyến tính, cạnh của nón và Nón - min	24
2.2.1	Khái niệm về nón đơn hình tuyến tính . . . . .	24
2.2.2	Khái niệm về cạnh của nón đơn hình . . . . .	24
2.2.3	Khái niệm về nón xoay $M(r,s)$ sinh ra từ nón $M$ .	27
2.2.4	Định nghĩa Nón - min (Nón cực tiểu) . . . . .	29
2.3	Phương pháp nón xoay tuyến tính . . . . .	33
2.3.1	Thuật toán nón xoay tuyến tính . . . . .	35
2.3.2	Bảng lập giải bài toán qui hoạch tuyến tính bởi thuật toán nón xoay tuyến tính và ví dụ minh hoạ	37
<b>3</b>	<b>Thuật toán nón xoay cho hệ bất phương trình tuyến tính và ứng dụng</b>	<b>46</b>
3.1	Thuật toán nón xoay tìm nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình tuyến tính với cơ sở xuất phát từ gốc toạ độ là đỉnh của nón $\mathbf{R}_+^n$ . . . . .	47
3.2	Bảng lập nón xoay tìm nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình tuyến tính với cơ sở xuất phát từ gốc toạ độ là đỉnh của nón $\mathbf{R}_+^n$ . . . . .	49
3.3	Các ví dụ minh hoạ cho thuật toán BPT . . . . .	50

3.4	Giải bài toán qui hoạch tuyến tính dạng chuẩn từ việc tìm nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình tuyến tính đối ngẫu bởi thuật toán nón xoay bất phương trình (BPT) với cơ sở xuất phát từ gốc toạ độ và ví dụ minh hoạ	56
3.4.1	Đưa bài toán qui hoạch tuyến tính về bài toán tìm nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình tuyến tính với cơ sở xuất phát từ gốc toạ độ . . . . .	56
3.4.2	Hệ bất phương trình tuyến tính đối ngẫu đối xứng	58
3.4.3	Ví dụ minh hoạ . . . . .	59
3.5	Thuật toán nón xoay BPT giải ví dụ Klee-Minty . . . . .	62
3.6	Vài nét về độ phức tạp tính toán của thuật toán BPT và kết luận . . . . .	69
	<b>Tài liệu tham khảo</b>	<b>71</b>

## Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình của Tiến sĩ Nguyễn Anh Tuấn. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc về sự tận tâm và nhiệt tình của Thầy trong suốt quá trình tác giả thực hiện luận văn.

Trong quá trình học tập và làm luận văn, từ bài giảng của các Giáo sư, Phó Giáo sư tại Viện Toán học, các Thầy Cô trong Đại học Thái Nguyên, tác giả đã trau dồi thêm rất nhiều kiến thức phục vụ cho việc nghiên cứu và công tác của bản thân. Từ đáy lòng mình, tác giả xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các Thầy Cô.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, phòng Đào tạo Khoa học và Quan hệ quốc tế, Khoa Toán - Tin trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Cuối cùng tôi xin gửi lời cảm ơn tới gia đình, bạn bè, lãnh đạo đơn vị công tác và đồng nghiệp đã động viên, giúp đỡ và tạo điều kiện tốt nhất cho tôi khi học tập và nghiên cứu.

*Tác giả*

*Vũ Thị Hồng* Bảng

ký hiệu \_\_\_\_\_



# Bảng ký hiệu

$\phi$  Tập rỗng



# Mở đầu

Như chúng ta đã biết nhiều bài toán trong lĩnh vực toán học và vật lý như: Lý thuyết xấp xỉ, lý thuyết xử lý số liệu và hình ảnh, ảnh y học, ... đã dẫn đến việc giải quyết bài toán tìm nghiệm chấp nhận của các bất đẳng thức lồi, cụ thể là tìm một điểm  $x^*$  trong  $C$ , với  $C$  là giao của hữu hạn các tập lồi đóng  $C_i$  trong không gian Hilbert. Bài toán này đã được giải bằng thuật toán hiệu quả là phương pháp chiếu trực giao liên tiếp lên các tập lồi đóng và trong trường hợp riêng khi tất cả các  $C_i$  đều là các nửa không gian Affine trong  $R^n$  thì ta thu được thuật toán xấp xỉ tìm nghiệm chấp nhận của một hệ bất phương trình tuyến tính (xem[13]).

Trong việc giải bài toán quy hoạch tuyến tính bằng thuật toán đơn hình và các thuật toán điểm trong thì đầu tiên chúng ta đều phải giả thiết là biết trước một điểm chấp nhận được của bài toán. Để có được một điểm như vậy chúng ta phải đi giải một bài toán quy hoạch tuyến tính khác hay một bài toán tương đương khác.

Chính vì vậy, luận văn này đề nghị một thuật toán trực tiếp tìm nghiệm chấp nhận của một hệ bất phương trình tuyến tính, nói cụ thể chính xác hơn là tìm một điểm cực biên (nếu có) của một hệ ràng buộc ở dạng các bất phương trình tuyến tính.

Thuật toán ở đây là một cải tiến trực tiếp từ thuật toán nón xoay tuyến tính giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn trình bày trong cuốn sách “Quy hoạch tuyến tính với phương pháp nón xoay”[1].

Thuật toán kết thúc sau hữu hạn bước lặp với điểm xuất phát ban đầu của thuật toán là từ gốc tọa độ của  $R^n$ .

Việc có được một thuật toán tìm nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình tuyến tính thì điều đó có nghĩa là chúng ta có được một thuật toán giải bài toán quy hoạch tuyến tính. Như vậy mối quan hệ giữa bài toán quy hoạch tuyến tính và bài toán tìm nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình tuyến tính rất gần nhau. Do đó, trong luận văn chương đầu trình bày những bài toán liên quan tới quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn, chương cuối của luận văn trình bày việc đưa bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn bất kỳ về bài toán tìm một nghiệm chấp nhận của hệ bất phương trình dựa trên cơ sở của lý thuyết đối ngẫu trong quy hoạch tuyến tính.

Luận văn gồm 3 chương:

Chương 1 trình bày một số khái niệm cơ bản liên quan tới hàm gần lồi-gần lõm làm cơ sở khoa học để xây dựng thuật toán nón xoay tuyến tính theo lược đồ xấp xỉ ngoài giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn tổng quát, sau một số hữu hạn bước lặp cho ta lời giải của bài toán hoặc phát hiện ra miền ràng buộc của bài toán không có phương án chấp nhận được.

Chương 2 trình bày phương pháp nón xoay giải trực tiếp bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn.

Chương 3 với nội dung cải tiến thuật toán nón xoay tuyến tính giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn trình bày trong chương 2 trở thành một thuật toán tìm nghiệm chấp nhận được của một hệ bất phương trình tuyến tính với cơ sở xuất phát từ gốc tọa độ và các ví dụ minh họa. Sau đó dựa trên cặp bài toán quy hoạch tuyến tính đối ngẫu đối xứng đưa việc giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn bất kỳ về việc giải bài toán tìm nghiệm chấp nhận của một hệ bất phương trình tuyến tính đối ngẫu và ứng dụng nó giải ví dụ Klee-minty với số