ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

VŨ THỊ THÙY DUNG

VẤN ĐỀ NHẬN GIÁ TRỊ CỦA HÀM HỮU TỶ TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC TRƯNG KHÔNG VÀ ÁP DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

VŨ THỊ THÙY DUNG

VẤN ĐỀ NHẬN GIÁ TRỊ CỦA HÀM HỮU TỶ TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC TRƯNG KHÔNG VÀ ÁP DỤNG

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số: 60460113

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
TS. VŨ HOÀI AN

Thái Nguyên - Năm 2014

Mục lục

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan luận văn Thạc sĩ chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp với đề tài “Vấn đề nhận giá trị của Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không và áp dụng” là của tôi. Các tài liệu được trích dẫn đầy đủ.

Tác giả

Vũ Thị Thùy Dung

Lời cảm ơn

Trước hết, tôi xin gửi lời biết ơn chân thành và sâu sắc tới TS. Vũ Hoài An. Sau quá trình nhận đề tài và nghiên cứu dưới sự hướng dẫn khoa học của Thầy, luận văn "Vấn đề nhận giá trị của Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không và áp dụng" của tôi đã được hoàn thành.

Tôi xin cảm ơn GS.TSKH Hà Huy Khoái, GS.TSKH Nguyễn Tự Cường, PGS. TS Lê Thị Thanh Nhàn, PGS. TS Đàm Văn Nhỉ, PGS.TS Trịnh Thanh Hải đã có nhiều ý kiến quý báu để tác giả hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành đến Ban Giám hiệu, Phòng Đào tạo - Khoa học - Quan hệ quốc tế và Khoa Toán - Tin của Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện thuận lợi nhất trong suốt quá trình học tập tại trường cũng như thời gian tôi hoàn thành đề tài này. Sự giúp đỡ nhiệt tình và thái độ thân thiện của cán bộ thuộc Phòng Đào tạo và Khoa Toán - Tin đã để lại trong lòng mỗi chúng tôi những ấn tượng hết sức tốt đẹp.

Tôi xin cảm ơn Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng và Trường trung học phổ thông Hồng Bàng nơi tôi đang công tác đã tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học này.

Tôi xin cảm ơn gia đình, bạn bè đồng nghiệp và các thành viên trong lớp cao học Toán K6B (khóa 2012 - 2014) đã quan tâm, tạo điều kiện, động viên cổ vũ để tôi có thể hoàn thành nhiệm vụ của mình.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2014

Tác giả

Vũ Thị Thùy Dung

Bảng ký hiệu

f	Hàm hữu tỷ
$n(f, a)$	Hàm đếm của f tại điểm a
$T(f)$	Hàm đặc trưng của f
$\mathbb{K}$	Trường đóng đại số, đặc trưng không.

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Năm 1983, R. C. Mason chứng minh định lý rất đẹp sau đây cho đa thức (xem [2]):

Định lý A. *Giả sử $a(t), b(t), c(t)$ là các đa thức với hệ số phức, nguyên tố cùng nhau từng cặp và thỏa mãn hệ thức $a(t)+b(t) = c(t)$. Khi đó, nếu ký hiệu $n_0(f)$ số nghiệm phân biệt của một đa thức f, thì ta có*

$$\max\{\deg a, \deg b, \deg c\} \leqslant n_0(abc) - 1.$$

Mặt khác, trong [5], Hà Huy Khoái và Mai Văn Tư đã chứng minh kết quả sau đây:

Định lý B. *Giả sử f là hàm phân hình trên $\mathbb{C}_p, a_1, \ldots, a_q \in \mathbb{C}_p \cup \{\infty\}$. Khi đó*

$$(q-2)T_f(r) \leqslant \sum_{i=1}^{q} N_{1,f}(a_i, r) - \log r + O(1).$$

Xét đa thức $f(x) \in C_p[x], \deg f = d$. Viết $f(x) = (x - z_1)^{m_1} \ldots (x - z_k)^{m_k}$. Ta có $T_f(r) = d \log r, N_{1,f}(0, r) = k \log r$.

Từ đây và quan sát hai định lý trên, chúng ta thấy có sự tương tự giữa bậc của đa thức f: $\deg f$ với Hàm đặc trưng của hàm phân hình p-adic: $T_f(r)$; Số nghiệm của đa thức f: $n_0(f)$ với Hàm đếm không điểm của f tính với bội 1: $N_{1,f}(0, r)$.

Nhận xét này gợi ý cho việc tương tự Định lý B đối với Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không. Từ đó nhận lại Định lý A và các hệ quả của nó.

Theo hướng nghiên cứu này, chúng tôi xem xét

Vấn đề nhận giá trị của Hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không và áp dụng.

2. Mục tiêu nghiên cứu.

2.1. Tổng hợp, trình bày các kết quả trong [1]. Các kết quả này là tương tự các Định lý B cho hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không (Định lý 2.1.11, Định lý 2.1.12).

2.2. Trình bày lại áp dụng của Định lý 2.1.11, Định lý 2.1.12, trong đó có cách chứng minh khác cho Định lý Mason(xem [1]).

3. Nội dung nghiên cứu

Vấn đề 1. Xét vấn đề nhận giá trị đối với hàm số thực trong toán học trung học phổ thông. Xét vấn đề nhận giá trị đối với hàm phân hình p-adic.

Vấn đề 2. Xét vấn đề nhận giá trị đối với hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không.

4. Kết quả nghiên cứu

4.1. Tổng hợp và trình bày các ví dụ về vấn đề nhận giá trị đối với hàm số thực trong toán học trung học phổ thông.Tổng hợp và trình bày tổng quan một số kết quả chính có liên quan của Lý thuyết Nevanlinna p-adic.

4.2. Tổng hợp và trình bày lại các định lý nhận giá trị ở trong [1] và áp dụng của nó.

Trong luận văn này, chúng tôi đã trình bày các kết quả trong [1], các kết quả này tương tự hai định lý chính của Lý thuyết Nevalinna cho hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không. Từ đó trình bày lại hai áp dụng, trong đó có một chứng minh khác Định lý Mason. Cụ thể là:

- Định lý 2.1.11, Định lý 2.1.12.
- Từ Định lý 2.1.11 nhận được Định lý 2.2.1. Định lý 2.2.1 là một điều kiện đủ để xác định khi nào một hữu tỷ là hàm hằng.
- Từ Định lý 2.1.12 nhận được Định lý 2.2.2 - Định lý Mason.

Luận văn là tài liệu tham khảo có ích cho giáo viên Toán trung học phổ thông, học viên Cao học chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp.

5. Bố cục luận văn

Luận văn được chia làm hai chương cùng với phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo.

Chương 1. Trong chương này chúng tôi tổng hợp và trình bày các nội dung về vấn đề nhận giá trị đối hàm số thực trong toán học trung học phổ thông và vấn đề nhận giá trị đối hàm phân hình p-adic.

Chương 2. Trong chương này chúng tôi tổng hợp và trình bày lại vấn đề nhận giá trị đối với hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không và áp dụng (xem [1]).

Chương 1

Về vấn đề nhận giá trị đối với hàm phân hình p-adic

Trong chương 1, chúng tôi trình bày vấn đề nhận giá trị đối với hàm số thực trong toán học phổ thông và hàm phân hình p-adic[5-6].

1.1 Về vấn đề nhận giá trị đối với hàm số thực trong toán học trung học phổ thông

Vấn đề nhận giá trị đối với hàm số thực trong toán học trung học phổ thông là như sau: Cho f là hàm số thực sơ cấp với tập xác định là D, $a \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$. Hãy xét f có nhận a ?
Công cụ chính để giải quyết vấn đề này là các định lý về hàm liên tục và khả vi [3], điều kiện có nghiệm của một số kiểu phương trình trong toán học trung học phổ thông.

1.1.1 Các định lý xác định tập giá trị của hàm số liên tục

Ở đây chúng tôi trình bày lại các kiến thức trong [3].

Định nghĩa 1.1.1. Cho hàm $f : A \mapsto R; x_0 \in A$. Nếu $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon) > 0$ sao cho $\forall x \in A : |x - x_0| < \delta, |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ thì ta nói f liên tục tại điểm x_0.

- Nếu f liên tục tại mọi điểm $x_0 \in A$ thì ta nói f liên tục trên A.