

TRẦN BÌNH

BÀI TẬP GIẢI SẴN GIẢI TÍCH II

TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ CHỌN LỌC

PHỤ CHƯƠNG:

CÁC ĐỀ THI HỌC KỲ II
CÁC NĂM 2001 - 2005



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

LỜI NÓI ĐẦU

Sau khi bộ giáo trình **GIẢI TÍCH** (2 tập) của tác giả do Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật ấn hành (1998 - 2000), nhiều độc giả đã đề nghị tác giả viết tiếp bộ Bài tập giải tích giải sẵn có phần tóm tắt lý thuyết như một **Sổ tay toán học giải tích** cho sinh viên kỹ thuật và kỹ sư, dựa trên bộ giáo trình **GIẢI TÍCH**.

Để đáp ứng yêu cầu đó nhằm nâng cao chất lượng đào tạo trong hiện tại và tương lai, tác giả đã soạn bộ bài tập này: **GIẢI TÍCH I** (II, III), ứng với các nội dung học ở học kỳ I (II, III).

Phần bài tập, tác giả đã chọn lọc các bài từ dễ, trung bình đến khó, đại diện cho các loại tương ứng với các phần lý thuyết theo chương trình toán giải tích hiện tại. Những bài khó có đánh dấu * nhằm bồi dưỡng thêm cho sinh viên (nhất là các sinh viên khá, giỏi). Cuối sách có phần phụ chương: Các đề thi Giải tích học kỳ II các năm 2002 - 2005, của Đại học Bách khoa để sinh viên tham khảo.

Tác giả xin chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp, nhất là PGS. TS. Dương Quốc Việt đã đọc rất kỹ bản thảo và cho ý kiến quý báu.

Trong lần xuất bản thứ hai này, mặc dù đã cố gắng sửa chữa bổ sung song vẫn không tránh khỏi thiếu sót, rất mong bạn đọc đóng góp ý kiến để những lần tái bản sau cuốn sách được hoàn thiện hơn.

Xin chân thành cảm ơn.

TÁC GIẢ

MỤC LỤC

	Trang
LỜI NÓI ĐẦU	3
Chương I. ÁP DỤNG PHÉP TÍNH VI PHÂN VÀO HÌNH HỌC (HÌNH HỌC VI PHÂN)	9
§1. Đường cong phẳng	9
1.1. Phương trình	9
1.2. Tiếp tuyến và pháp tuyến	9
1.3. Vi phân cung	10
1.4. Độ cong	10
1.5. Đường tròn mặt tiếp - bán kính và tâm cong	11
1.6. Túc bố và thân khai	12
1.7. Hình bao	13
BÀI TẬP	13
§2. Đường trong không gian	32
2.1. Hàm vecteur	32
2.2. Tiếp tuyến và pháp tuyến của đường - Tam diện Frénet	34
2.3. Độ cong và độ xoắn	35
BÀI TẬP	36
§3. Tiếp diện và pháp tuyến của một mặt	54
3.1. Mặt cho theo phương trình không giải	54
3.2. Mặt cho theo phương trình tham số	55
BÀI TẬP	56

Chương 2. TÍCH PHÂN BỘI	65
§1. Tích phân kép	65
1.1. Định nghĩa - Tính chất	65
1.2. Cách tính	68
1.3. Quy tắc biến đổi tổng quát	68
1.4. Áp dụng	69
BÀI TẬP	70
§2. Tích phân bội ba	120
2.1. Định nghĩa	120
2.2. Cách tính trong toạ độ Descartes	121
2.3. Cách tính trong toạ độ cong bất kỳ	122
2.4. Toạ độ trụ	123
2.5. Toạ độ cầu	123
2.6. Áp dụng hình học	124
2.7. Áp dụng cơ học	124
BÀI TẬP	126
Chương 3. TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ	152
§1. Tích phân thường phụ thuộc tham số	152
1.1. Định nghĩa	152
1.2. Định lý Leibniz	152
§2. Tích phân suy rộng phụ thuộc tham số	153
2.1. Định nghĩa	153
2.2. Định lý	154
2.3. Các tích phân quan trọng	155
§3. Hàm Gamma và Beta	155
3.1. Hàm Gamma (Tích phân Euler loại hai)	155
3.2. Hàm Beta (Tích phân Euler loại một)	156

BÀI TẬP	156
Chương 4. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG VÀ MẶT	194
A. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG	194
§1. Tích phân đường loại một	194
1.1. Định nghĩa	194
1.2. Cách tính	195
§2. Tích phân đường loại hai	195
2.1. Định nghĩa	195
2.2. Cách tính	197
§3. Công thức Green - sự độc lập của tích phân đối với đường lấy tích phân	197
3.1. Công thức Green	197
3.2. Sự độc lập của tích phân đối với đường lấy tích phân	198
§4. Áp dụng	198
4.1. Tính diện tích miền D	198
4.2. Tính tích phân đường	198
4.3. Tính công của lực	200
4.4. Moment tĩnh M_x, M_y - Moment quán tính	200
BÀI TẬP	201
B. TÍCH PHÂN MẶT	243
§1. Mặt định hướng	243
§2. Tích phân mặt loại một	244
2.1. Định nghĩa	244
2.2. Cách tính	245
§3. Tích phân mặt loại hai	245
3.1. Định nghĩa	245

3.2. Cách tính	246
§4. Công thức Ostrogradski và Stokes	247
4.1. Công thức Ostrogradski	247
4.2. Công thức Stokes	247
§5. Áp dụng	248
BÀI TẬP	249
C. CÁC YẾU TỐ CỦA GIẢI TÍCH VECTEURS (LÝ THUYẾT TRƯỜNG)	276
§1. Trường vô hướng	276
1.1. Định nghĩa	276
1.2. Đạo hàm theo hướng	277
1.3. Gradient	277
§2. Trường vecteurs	278
2.1. Định nghĩa	278
2.2. Thông lượng và divergence	279
2.3. Lưu số (hoàn lưu) và rotation	279
2.4. Các toán tử vi phân	280
2.5. Trường ống và trường thế	282
BÀI TẬP	282
PHỤ CHƯƠNG	307
Các đề thi giải tích học kỳ II 2002 - 2005	307
Bảng hàm Gamma	359
<i>Tài liệu tham khảo</i>	360

CHƯƠNG I

ÁP DỤNG PHÉP TÍNH VI PHÂN VÀO HÌNH HỌC (HÌNH HỌC VI PHÂN)

§1. ĐƯỜNG CONG PHẪNG

1.1. Phương trình

Phương trình Descartes: $F(x, y) = 0$ hay $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ (1)

Phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, \alpha \leq t \leq \beta \quad (2)$$

Phương trình độc cực: $r = f(\varphi)$, $\alpha \leq \varphi \leq \beta$ (3)

Phương trình tự hàm: $\begin{cases} x = x(s) \\ y = y(s) \end{cases}$

s là độ dài cung đường cong tính từ một điểm gốc nào đó của cung.

1.2. Tiếp tuyến và pháp tuyến

Với (1): $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, $y - y_0 = \frac{-1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

$$\text{Với (2): } \frac{y-y_0}{y'_0} = \frac{x-x_0}{x'_0}, \quad \frac{y-y_0}{x'_0} = -\frac{x-x_0}{y'_0}$$

Với $(x_0, y_0) \in$ đường $x_0 = x'(t_0), y_0 = y'(t_0)$

Cosin chỉ hướng của tiếp tuyến:

$$\text{Với (1): } \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+y_x'^2}}, \quad \sin\alpha = \frac{y_x'}{\sqrt{1+y_x'^2}}$$

$$\text{Với (2): } \cos\alpha = \frac{x_t'}{\sqrt{x_t'^2+y_t'^2}}, \quad \sin\alpha = \frac{y_t'}{\sqrt{x_t'^2+y_t'^2}}$$

1.3. Vi phân cung

$$\text{Với (1): } ds = \sqrt{1+y_x'^2} dx$$

$$(2): ds = \sqrt{x_t'^2+y_t'^2} dt$$

$$(3): ds = \sqrt{r^2+r'^2} d\varphi$$

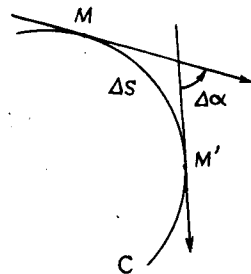
1.4. Độ cong

$$\text{Tại } M \in C: k = \lim_{M' \rightarrow M} \frac{\Delta\alpha}{\widehat{MM'}} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta\alpha}{\Delta s} \right|$$

$$\text{Với (1): } k = \frac{|y''|}{(1+y_x'^2)^{3/2}}$$

$$\text{Với (2): } k = \frac{|x'y''-x''y'|}{(x_t'^2+y_t'^2)^{3/2}}$$

$$\text{Với (3): } k = \frac{|r^2+2r'^2-r''|}{(r^2+r'^2)^{3/2}}$$



Hình 1.

1.5. Đường tròn mật tiếp - Bán kính và tâm cong

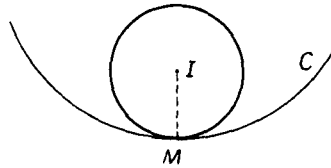
Đường tròn mật tiếp với đường cong (C) tại M là đường tròn:

- Tiếp xúc với (C) tại M

- Bề lõm trùng với bề lõm của (C)

- Độ cong tại M bằng độ cong của (C) tại M (hình 2)

- Tâm (x_0, y_0) và bán kính R của đường tròn mật tiếp là tâm cong và bán kính cong của (C) (Bán kính và tâm chính khúc).



Hình 2.

$$\text{Với (1): } R = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{|y''|}, \quad \begin{cases} x_0 = x - \frac{(1+y'^2)y'}{y''} \\ y_0 = y + \frac{1+y'^2}{y''} \end{cases}$$

$$\text{Với (2): } R = \frac{(x'^2+y'^2)^{3/2}}{|x'y''-x''y'|}, \quad \begin{cases} x_0 = x - \frac{(x'^2+y'^2)y'}{x'y''-x''y'} \\ y_0 = y + \frac{(x'^2+y'^2)x'}{x'y''-x''y'} \end{cases}$$

$$\text{Với (3): } R = \frac{(r^2+r'^2)^{3/2}}{|r^2+2r'^2-r''|}$$

Phương trình đường tròn mật tiếp: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$.