TRẦN BÌNH

BÀI TẬP GIẢI SẴN

GIẢI TÍCH II

TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ CHỌN LỌC

PHỤ CHƯƠNG:

CÁC ĐỀ THI HỌC KỲ II
CÁC NĂM 2001 - 2005

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

TRẦN BÌNH

BÀI TẬP GIẢI SẴN

GIẢI TÍCH II

TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ CHỌN LỌC

PHỤ CHƯƠNG: CÁC ĐỀ THI HỌC KỲ II CÁC NĂM 2002 - 2005

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

(In lần thứ hai có sửa chữa và bổ sung)

THƯ VIỆN HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ
V 5916
2C
PHỤ BẢN

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI

LỜI NÓI ĐẦU

Sau khi bộ giáo trình GIẢI TÍCH (2 tập) của tác giả do Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật ấn hành (1998 - 2000), nhiều độc giả đã đề nghị tác giả viết tiếp bộ Bài tập giải tích giải sẵn có phần tóm tắt lý thuyết như một ***Sổ tay toán học giải tích*** *cho sinh viên kỹ thuật và kỹ sư, dựa trên bộ giáo trình GIẢI TÍCH.*

Để đáp ứng yêu cầu đó nhằm nâng cao chất lượng đào tạo trong hiện tại và tương lai, tác giả đã soạn bộ bài tập này: GIẢI TÍCH I (II, III), ứng với các nội dung học ở học kỳ I (II, III).

*Phần bài tập, tác giả đã chọn lọc các bài từ dễ, trung bình đến khó, đại diện cho các loại tương ứng với các phần lý thuyết theo chương trình toán giải tích hiện tại. Những bài khó có đánh dấu * nhằm bồi dưỡng thêm cho sinh viên (nhất là các sinh viên khá, giỏi). Cuối sách có phần phụ chương: Các đề thi Giải tích học kỳ II các năm 2002 - 2005, của Đại học Bách khoa để sinh viên tham khảo.*

Tác giả xin chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp, nhất là PGS. TS. Dương Quốc Việt đã đọc rất kỹ bản thảo và cho ý kiến quý báu.

Trong lần xuất bản thứ hai này, mặc dù đã cố gắng sửa chữa bổ sung song vẫn không tránh khỏi thiếu sót, rất mong bạn đọc đóng góp ý kiến để những lần tái bản sau cuốn sách được hoàn thiện hơn.

Xin chân thành cảm ơn.

TÁC GIẢ

MỤC LỤC

CHƯƠNG I

ÁP DỤNG PHÉP TÍNH VI PHÂN VÀO HÌNH HỌC (HÌNH HỌC VI PHÂN)

§1. ĐƯỜNG CONG PHẲNG

1.1. Phương trình

Phương trình Descate: $F(x, y) = 0$ hay $y = f(x)$, $a \le x \le b$ (1)

Phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, \alpha \le t \le \beta \qquad (2)$$

Phương trình độc cực: $r = f(\varphi)$, $\alpha \le \varphi \le \beta$ (3)

Phương trình tự hàm: $\begin{cases} x = x(s) \\ y = y(s) \end{cases}$

s là độ dài cung đường cong tính từ một điểm gốc nào đó của cung.

1.2. Tiếp tuyến và pháp tuyến

Với (1): $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, $y - y_0 = \dfrac{-1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

Với (2): $\frac{y-y_0}{y'_0} = \frac{x-x_0}{x'_0}$, $\frac{y-y_0}{x'_0} = -\frac{x-x_0}{y'_0}$

Với $(x_0, y_0) \in$ đường $x'_0 = x'(t_0)$, $y'_0 = y'(t_0)$

Cosin chỉ hướng của tiếp tuyến:

Với (1): $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+y'^2_x}}$, $\sin\alpha = \frac{y'_x}{\sqrt{1+y'^2_x}}$

Với (2): $\cos\alpha = \frac{x'_t}{\sqrt{x'^2_t+y'^2_t}}$, $\sin\alpha = \frac{y'_t}{\sqrt{x'^2_t+y'^2_t}}$

1.3. Vi phân cung

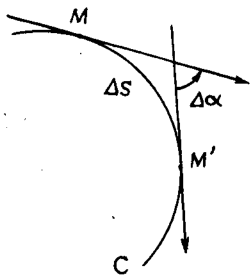
Với (1): $ds = \sqrt{1+y'^2_x}\,dx$

(2): $ds = \sqrt{x'^2_t+y'^2_t}\,dt$

(3): $ds = \sqrt{r^2+r'^2}\,d\varphi$

1.4. Độ cong

Tại $M \in C$: $k = \lim_{M'\to M}\left|\frac{\Delta\alpha}{\overset{\frown}{MM'}}\right| = \lim_{\Delta s\to 0}\left|\frac{\Delta\alpha}{\Delta s}\right|$



Hình 1.

Với (1): $k = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{3/2}}$

Với (2): $k = \frac{|x'y''-x''y'|}{(x'^2+y'^2)^{3/2}}$

Với (3): $k = \frac{|r^2+2r'^2-rr''|}{(r^2+r'^2)^{3/2}}$

1.5. Đường tròn mật tiếp - Bán kính và tâm cong

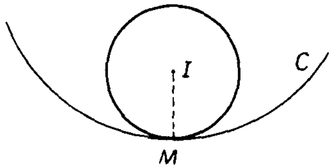
Đường tròn mật tiếp với đường cong (C) tại M là đường tròn:

- Tiếp xúc với (C) tại M

- Bề lõm trùng với bề lõm của (C)

- Độ cong tại M bằng độ cong của (C) tại M (hình 2)

- Tâm (x_0, y_0) và bán kính R của đường tròn mật tiếp là tâm cong và bán kính cong của (C) (Bán kính và tâm chính khúc).



Hình 2.

$$\text{Với (1): } R = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{|y''|}, \quad \begin{cases} x_0 = x - \dfrac{(1+y'^2)y'}{y''} \\ y_0 = y + \dfrac{1+y'^2}{y''} \end{cases}$$

$$\text{Với (2): } R = \frac{(x'^2+y'^2)^{3/2}}{|x'y''-x''y'|}, \quad \begin{cases} x_0 = x - \dfrac{(x'^2+y'^2)y'}{x'y''-x''y'} \\ y_0 = y + \dfrac{(x'^2+y'^2)x'}{x'y''-x''y'} \end{cases}$$

$$\text{Với (3): } R = \frac{(r^2+r'^2)^{3/2}}{|r^2+2r'^2-rr''|}$$

Phương trình đường tròn mật tiếp: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$.