

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH**

THÁI HUY VINH

**RÈN LUYỆN KĨ NĂNG SỬ DỤNG
NGÔN NGỮ TOÁN HỌC TRONG DẠY HỌC
MÔN TOÁN LỚP 4, LỚP 5 TRƯỜNG TIỂU HỌC**

**Chuyên ngành: Lý luận và phương pháp dạy học môn Toán
Mã số: 62.14.01.11**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

NGHỆ AN, 2014

**CÔNG TRÌNH ĐƯỢC HOÀN THÀNH
TẠI TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH**

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. ĐỖ TIẾN ĐẠT

Phản biện 1:

Phản biện 2:

Phản biện 3:

**Luận án này sẽ được bảo vệ trước Hội đồng chấm luận án cấp trường
họp tại Trường Đại học Vinh, 82 Lê Duẩn, thành phố Vinh, tỉnh Nghệ An
vào hồi giờ, ngày tháng 9 năm 2014**

**Có thể tìm hiểu luận án Tại Thư viện Quốc gia
hoặc Trung tâm thông tin - Thư viện Nguyễn Thúc Hào trường Đại học Vinh**

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

1.1. Trong chương trình giáo dục cấp Tiểu học, môn Tiếng Việt và môn Toán là hai môn học chủ yếu để thực hiện nội dung giáo dục: “... rèn luyện kỹ năng cơ bản về nghe, nói, đọc, viết và tính toán...”, phát triển ngôn ngữ (NN) giao tiếp trong cuộc sống, đồng thời là công cụ để thực hiện mục tiêu dạy học các môn học khác theo hướng tích hợp.

Dạy học môn Tiếng Việt giúp học sinh (HS) hình thành và phát triển NN Việt. NN giao tiếp hàng ngày trong cuộc sống gọi là ngôn ngữ tự nhiên (NNTN). Ở khía cạnh nào đó có thể nói dạy học Toán là dạy học ngôn ngữ toán học (NNTH), theo Hoàng Chúng: “Dạy học Toán, xét về mặt nào đó là dạy học một NN, một NN đặc biệt, có tác động to lớn trong việc diễn tả các sự kiện, các phương pháp trong các lĩnh vực rất khác nhau của khoa học và hoạt động thực tiễn”.

NNTN và NNTH có mối quan hệ chặt chẽ với nhau. NNTN là cơ sở, nền tảng để hình thành và phát triển NNTH. Trong dạy học Toán, NNTH không đứng rời rạc, riêng lẻ mà nó phải đi liền với NNTN. Vì vậy, dạy học Toán không chỉ là dạy NNTH một cách riêng biệt mà phải kết hợp NNTN với NNTH; phải chuyển đổi một cách uyển chuyển từ NNTN sang NNTH và ngược lại; gắn NNTH với thực tế cuộc sống phong phú, sinh động để củng cố, rèn luyện, phát triển NNTH.

1.2. NNTH có vai trò quan trọng trong việc thực hiện mục tiêu dạy học môn Toán ở tiểu học: “... Bước đầu phát triển năng lực tư duy (TD), khả năng suy luận hợp lý và diễn đạt đúng (nói và viết) cách phát hiện và cách giải quyết vấn đề đơn giản, gần gũi trong cuộc sống; ...”.

Ý nghĩa của việc rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH đối với HS trong dạy học Toán phổ thông hết sức quan trọng: “góp phần phát triển TD toán học, thực hành giao tiếp toán học, nắm vững kiến thức toán học, vận dụng toán học và đáp ứng nhiều yêu cầu khác về văn hóa toán học”.

Bởi vậy, trong dạy học Toán giáo viên (GV) cần phải quan tâm thích đáng đến việc rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH cho HS.

1.3. NNTH đã được một số nước nghiên cứu từ lâu. Các nghiên cứu xuất hiện nhiều ở Vương quốc Anh, Australia (Úc), một số nước khác ở châu Âu, châu Á và Bắc Mỹ ... bắt đầu từ giữa thập kỷ 70 của thế kỷ XX. Ở Việt Nam từ những năm 1970 đến nay cũng đã có nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu về NNTH. Tuy nhiên, NNTH vẫn đang là một vấn đề mới mẻ đòi hỏi phải thực sự quan tâm nghiên cứu trong quá trình dạy học ngay từ tiểu học.

Thực trạng ở Việt Nam, qua thực tế cho thấy việc rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH trong các trường tiểu học mới chỉ chú ý nhiều hơn ở giai đoạn 1 (từ lớp 1 đến lớp 3). Còn ở giai đoạn 2 (lớp 4 và lớp 5) GV lại thường coi trọng nhiều hơn về kiến thức, việc rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH chưa được chú ý một cách đầy đủ, đúng mức; nhiều GV chưa nắm được các phương pháp dạy học NNTH cho HS, kỹ

năng sử dụng NNTH của HS còn hạn chế cho nên kết quả dạy học Toán 4, Toán 5 chưa đạt kết quả như mong đợi.

Hiện nay, ở nước ta đã có những luận án tiến sĩ đi sâu nghiên cứu NNTH ở các lớp đầu cấp (lớp 1, 2, 3), việc nghiên cứu NNTH ở các lớp cuối cấp (lớp 4, lớp 5) chưa có luận án tiến sĩ hay một công trình nghiên cứu khoa học nào về NNTH ở các lớp cuối cấp một cách cụ thể nhằm đáp ứng yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học Toán theo hướng tiếp cận NN và NNTH ở cấp tiểu học. Như vậy, việc nghiên cứu NNTH ở các lớp cuối cấp tiểu học là hết sức cần thiết.

Với những lí do trên, chúng tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu: “ ***Rèn luyện kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học***”.

2. Mục đích nghiên cứu

Trên cơ sở nghiên cứu lí luận về NNTH và thực tiễn việc sử dụng NNTH trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học; đề xuất một số biện pháp rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Toán 4, Toán 5 và từng bước hình thành, phát triển văn hóa toán học cho HS.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

3.1. Nghiên cứu về ý nghĩa của NNTH và việc rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH trong dạy học Toán trường phổ thông qua một số công trình của một số tác giả ngoài nước, trong nước có liên quan mật thiết đến đề tài luận án.

3.2. Nghiên cứu một số vấn đề lý luận về NNTH.

3.3. Nghiên cứu thực trạng việc rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH trong dạy học môn Toán lớp 4 và lớp 5 trường tiểu học.

3.4. Đề xuất một số biện pháp sư phạm nhằm rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH cho HS trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5.

3.5. Thực nghiệm sư phạm kiểm nghiệm tính hiệu quả và khả thi của các biện pháp đã đề xuất

4. Đối tượng nghiên cứu

Nghiên cứu NNTH trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5.

5. Giả thuyết khoa học

Nếu xây dựng được một số biện pháp sư phạm phù hợp nhằm rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH cho HS trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5 thì có thể nâng cao hiệu quả sử dụng NNTH cho cả GV và HS, góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học.

6. Phương pháp nghiên cứu

6.1. Phương pháp nghiên cứu lí luận: Nghiên cứu các tài liệu trong và ngoài nước về các vấn đề liên quan đến đề tài.

6.2. Phương pháp điều tra, quan sát, khảo sát thực trạng về việc sử dụng NNTH trong dạy học Toán ở lớp 4, lớp 5 trường tiểu học; nghiên cứu một số trường hợp cụ thể.

6.3. Thực nghiệm sư phạm: Tổ chức thực nghiệm sư phạm để kiểm chứng tính hiệu quả và khả thi các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

6.4. Tổ chức chuyên đề, hội thảo, seminar,...

7. Phạm vi nghiên cứu:

Luận án chỉ nghiên cứu một số cơ sở lí luận và thực tiễn để thực hiện các biện pháp rèn luyện kĩ năng sử dụng NNTH cho HS trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học.

8. Những luận điểm đưa ra bảo vệ

Quan niệm về NNTH, từ vựng toán học (TVTH), thuật ngữ toán học (TNTH), văn hóa toán học (VHTH), việc rèn luyện kĩ năng sử dụng NNTH, mức độ sử dụng NNTH và các biện pháp rèn luyện kĩ năng sử dụng NNTH cho HS trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5.

9. Cấu trúc của luận án

Ngoài phần Mở đầu, Kết luận, Danh mục các tài liệu tham khảo; Nội dung luận án gồm có ba chương:

Chương 1: Cơ sở lí luận và thực tiễn.

Chương 2: Một số biện pháp rèn luyện kĩ năng sử dụng NNTH cho HS trong dạy học môn Toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm.

Chương 1. CƠ SỞ LÍ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Tình hình nghiên cứu ngôn ngữ toán học trong dạy học môn Toán trường phổ thông ở một số nước trên thế giới và ở Việt Nam

1.1.1. Tình hình nghiên cứu ngôn ngữ toán học trong dạy học môn Toán trường phổ thông ở một số nước trên thế giới

- Ở Vương Quốc Anh

Ở Vương Quốc Anh từ những năm 1970 đến nay NNTH đã được nghiên cứu một cách có hệ thống:

+ Douglas (1976); Eryvynck (1982), Pimm (1987), Laborde (1990); Shuard và Rothery (1984); Martin Hughhes (1984) và Tizard, Martin Hughhe; David Chard (1990) Rubenstein (2009);... đã nghiên cứu về NNTH trong học tập Toán của HS, trong giao tiếp: nghe Toán, nói Toán, đọc Toán, viết Toán; ngữ nghĩa, cú pháp; những khó khăn cản trở về NNTH;...

+ Chương trình môn Toán trong trường phổ thông cơ sở được chia thành 4 giai đoạn, mỗi giai đoạn có 3 đến 6 mục tiêu, mỗi mục tiêu nói chung và mục tiêu

“sử dụng và ứng dụng toán học” nói riêng đều chia thành 8 trình độ, mỗi trình độ lại có yêu cầu sử dụng NNTH khác nhau.

- Ở Úc

Những năm 1980 tại Úc, bắt đầu thay đổi quan niệm nghiên cứu trong lĩnh vực NN và toán học. Các nghiên cứu về NNTH của các nhà khoa học đã ứng dụng trong dạy học môn Toán; chương trình môn Toán ở Úc đến hết phổ thông cơ sở đã được chia ra 8 trình độ, kiến thức ở mỗi trình độ có 19 yêu cầu, trong đó có yêu cầu về sử dụng NNTH và mỗi trình độ có một mục đích riêng cho việc dạy học NNTH.

- Một số nước khác ở Châu Âu

Nghiên cứu của Laborde (1982), Coquin - Viennot (1989), Duvai (1989) tại Pháp, của Boero (1989) và Ferrari (1989) tại Ý, của Patronis ở Hy Lạp, những nghiên cứu này cũng mang nhiều điểm tương đồng với các nghiên cứu ở Anh và Úc; họ đã khẳng định vai trò của NN và NNTH trong dạy học Toán, NN bằng lời và vấn đề giao tiếp của NNTH là hết sức quan trọng.

Ở Pháp, Jean - Luc Bregeon (2008) đã nghiên cứu việc dạy học TVTH cho trẻ em chia theo từng chủ đề, từng chương và các bước để hình thành, cung cấp vốn từ mới.

Chương trình và SGK hiện nay ở các nước: Romania, New Zealand, Thụy Điển,... cũng đã rất quan tâm đến NNTH. Những năm gần đây, Hiệp hội châu Âu về Nghiên cứu giáo dục Toán học (CERME) đã dành một tiểu ban cho vấn đề NN và Toán học.

- Ở Châu Á và Bắc Mỹ

Allardice (1977) nghiên cứu đối với trẻ em Mỹ ở độ tuổi 3 - 7, Stigler và Baranes (1988) đã nghiên cứu so sánh khả năng NNTH của HS tiểu học ở Trung Quốc, Nhật Bản, Hàn Quốc và Mỹ cùng lứa tuổi.

1.1.2. Tình hình nghiên cứu ngôn ngữ toán học trong dạy học môn Toán ở các trường phổ thông Việt Nam

- Ở Việt Nam vấn đề NNTH trong dạy học môn Toán trường phổ thông cũng đã được các nhà giáo dục nghiên cứu từ những năm 1970 và ngày càng được quan tâm nhiều hơn:

+ Giáo trình “Ngôn ngữ toán học” của Nguyễn Đức Dân (1970) đã cung cấp một số phương pháp và trình bày một số khái niệm cơ bản, định lý và cách vận dụng lôgic toán, lý thuyết tập hợp để cho sinh viên mô tả và giải thích các hiện tượng NN khác nhau;

+ Phạm Văn Hoàn, Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình (1981), đã xác định đúng đắn rằng giải quyết mối quan hệ giữa nội dung tư tưởng toán học và hình thức NNTH là một cơ sở phương pháp luận quan trọng của giáo dục toán học;

+ Hà Sĩ Hồ (1990) cũng đã nêu quan niệm và một số đặc điểm của NNTH;

+ Nguyễn Bá Kim (1994) đã khẳng định việc rèn luyện chính xác NNTH và đã nghiên cứu phương diện ngữ nghĩa và cú pháp của NNTH trong dạy học Toán;

+ Hoàng Chúng (1994) đã coi việc rèn luyện chính xác TD logic và NN là một nhiệm vụ quan trọng.

- Tiếp tục khai thác cụ thể và vận dụng NNTH trong dạy học Toán ở trường phổ thông, nhiều nghiên cứu trong thời gian gần đây đã thu được những kết quả nhất định:

+ Luận án tiến sĩ của Nguyễn Văn Thuận (2004), “Góp phần phát triển năng lực TD logic và sử dụng chính xác NNTH cho HS đầu cấp trung học phổ thông trong dạy học Đại số”. Bài viết của các tác giả: Đào Tam, Nguyễn Văn Lộc và Đinh Tấn Phước, Phạm Gia Đức; Bùi Huy Ngọc; Lê Văn Hồng....

Tất cả các công trình nghiên cứu và các bài viết trong nước, ngoài nước của các tác giả nêu trên đều xoay xung quanh các vấn đề: quan niệm về NNTH, giao tiếp NNTH, những khó khăn rào cản của HS khi tiếp cận với NNTH, ý nghĩa NNTH trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông; khẳng định việc rèn luyện kỹ năng sử dụng NNTH là một biện pháp tích cực để nâng cao chất lượng dạy học Toán,...

+ Vấn đề NNTH ở tiểu học, cũng đã có nhiều tác giả quan tâm và nghiên cứu khá sâu sắc, như: Vũ Quốc Chung, Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan; Phạm Thanh Tâm, Trần Ngọc Bích,... Các nghiên cứu trên đã phân tích khá cụ thể NNTH trong dạy học Toán ở tiểu học và nhiều hơn là các lớp đầu cấp.

Luận án của nghiên cứu sinh (NCS) cùng với luận án tiến sĩ của Trần Ngọc Bích (2013): “Một số biện pháp nâng cao khả năng sử dụng NNTH cho HS ở các lớp đầu cấp Tiểu học”. Tuy cùng nền tảng lí luận, nhưng NCS đã phát triển theo hướng khác biệt; hai luận án này đã bổ sung cho nhau tạo thành một thể thống nhất, nghiên cứu hoàn chỉnh góp phần vào việc nghiên cứu cơ sở khoa học về vấn đề NNTH cấp tiểu học hiện nay.

1.2. Vài nét về ngôn ngữ

1.2.1. Quan niệm về ngôn ngữ

Từ các quan điểm khác nhau về NN, ta có thể hiểu: *NN là hệ thống những âm, những từ, cụm từ và các kí hiệu kết hợp với nhau theo qui tắc nhất định làm phương tiện giao tiếp và phát triển TD của các thành viên trong một cộng đồng.*

1.2.2. Chức năng ngôn ngữ

a) Chức năng giao tiếp

- V.I Lênin đã khẳng định: “NN là phương tiện giao tiếp trọng yếu của con người”.

- Trong dạy học Toán tất yếu phải thực hiện giao tiếp bằng NNTH giữa GV với HS, giữa HS với HS; trao đổi với nhau nhằm giải quyết các vấn đề toán học đặt ra, giúp HS hiểu được các nội dung toán học, rèn luyện kỹ năng sử dụng và phát triển

NNTH. Giao tiếp trong quá trình dạy học Toán tất yếu phải kết hợp giữa NNTN với NNTH, Dean (1982) đã kết luận: “Thật khó có thể diễn đạt các ý tưởng toán học hoàn toàn bằng NNTN; vì vậy, HS phải thường xuyên giao tiếp bằng NNTH”.

b) Chức năng làm phương tiện tư duy

- NN là phương tiện ghi lại sản phẩm, kết quả của quá trình TD con người. NN không chỉ tham gia vào quá trình TD mà còn tạo điều kiện cho TD phát triển.

Từ thời Platon đã có quan điểm cho NN là hình thức của TD, NN là vỏ vật chất của TD. Không có suy nghĩ thì không có NN; không có NN thì TD sẽ không có hình thức tồn tại. Tất nhiên, có khi có TD nhưng rất khó diễn đạt, khi đó NN tách rời TD; NN và TD thống nhất nhưng không đồng nhất: NN là vật chất còn TD là tinh thần, TD có tính nhân loại còn NN có tính dân tộc, những đơn vị của TD không đồng nhất với các đơn vị của NN. Tuy nhiên, NNTH có tính nhân loại.

- NNTH là công cụ, phương tiện của TD toán học, NNTH trực tiếp tham gia vào quá trình hình thành và phát triển TD toán học. Quá trình đi tìm câu từ cần thiết để nói cũng là quá trình làm cho ý nghĩ, khái niệm trở nên rõ ràng, tường minh, mạch lạc: “Nắm vững được NN các kí hiệu toán học cũng có nghĩa là nắm vững được những đặc trưng của TD toán học”. NNTH là thể hiện và thực hiện trực tiếp tư tưởng toán học. Không có những kí hiệu và NNTH nào mà không biểu hiện khái niệm hoặc tư tưởng toán học. Ngược lại không có ý nghĩ, tư tưởng toán học nào lại không thể hiện qua NNTH. NNTH tham gia tích cực vào quá trình hình thành tư tưởng toán học. Mọi ý tưởng toán học chỉ trở nên rõ ràng, chính xác chính là nhờ thể hiện biểu hiện qua NNTH.

c) Chức năng lưu giữ

NN được hình thành và phát triển trong quá trình lao động sản xuất, hoạt động, giao lưu, học tập và rèn luyện... tích góp, tồn tại, lưu giữ trong bộ não của mỗi một con người, cũng như trong xã hội; nhờ NN có chức năng lưu giữ mà chúng ta mới có thể chủ động thực hiện giao tiếp, hoạt động và phát triển TD; truyền tri thức, văn hóa từ người này sang người khác, từ thế hệ này sang thế hệ khác; tạo nên sự phát triển kì diệu của xã hội loài người.

Mục tiêu quan trọng của dạy học Toán nhằm phát triển TD cho HS, giải quyết các vấn đề toán học; khám phá, tìm tòi, tích lũy vốn tri thức toán học. Nếu không có NNTH, những thành tựu toán học của thế hệ trước sẽ bị mất dần đi và thế hệ sau buộc phải mò mẫm, tìm kiếm lại từ đầu; như vậy, Toán học không có thể phát triển được.

1.2.3. Tiếng Việt

Dạy học Toán không thể không quan tâm đến việc sử dụng tiếng mẹ đẻ một cách chính xác. Trong tiếng Việt, ta thường gặp một số hiện tượng cần lưu ý, đó là: đồng âm khác nghĩa; cùng nghĩa nhưng khác âm; các từ, cụm từ khi kết hợp với

nhau không những phải tuân theo đúng qui tắc cú pháp mà còn phải tuân theo đúng qui tắc ngữ nghĩa và chúng phải tương hợp với nhau về nghĩa.

1.3. Ngôn ngữ toán học

1.3.1. Quan niệm về ngôn ngữ toán học

Từ quan niệm về NNTH của A.A. Stoliar (1969), Niels Borh (1979), Hà Sĩ Hồ (1990), L.S. Levenbeg (1982), Hoàng Chúng (1997), Raymond Duval (2005), Clare Lee (2006), Trần Ngọc Bích (2013),... NCS cho rằng: *NNTH bao gồm các kí hiệu toán học; thuật ngữ toán học; mô hình trực quan (hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ, biểu bảng,...) biểu thị các nội dung toán học; các từ, cụm từ của NNTN được kết hợp theo các nguyên tắc nào đó để biểu đạt chính xác nội dung toán học.*

1.3.2. Một số đặc điểm của ngôn ngữ toán học

NNTH được thể hiện bằng NN kí hiệu; được trình bày dưới dạng NN viết; NNTH trong giao tiếp được biểu đạt bằng lời nói; NNTH có tính đơn trị, chặt chẽ và chính xác; NNTH có dùng đến NN biến và mang tính quốc tế.

1.3.3. Vai trò của ngôn ngữ toán học đối với nhận thức khoa học

- Để chứng tỏ lợi ích của các kí hiệu toán học, G.Polya dẫn ra ví dụ: chúng ta thử cộng nhiều số khá lớn với giả thiết là không được dùng chữ số Ả rập mà chỉ dùng chữ số La Mã, như vậy thì phải mất bao lâu để làm phép tính: $MMMXC + MDCXII + MDCCCLXXXVII$? G.W. Leibnitz đã ví NN kí hiệu toán học như sợi chỉ đỏ của nàng Ariane, Ông cho rằng: “Chúng ta sử dụng NN kí hiệu không phải chỉ để diễn đạt sự suy nghĩ của ta cho người khác, mà còn để đơn giản hóa quá trình suy nghĩ của chính chúng ta”.

- NNTH có vai trò hết sức quan trọng và to lớn trong sự phát triển khoa học kĩ thuật, cũng như góp phần thúc đẩy sự phát triển của toàn xã hội. NNTH đã thâm nhập vào các ngành khoa học, thúc đẩy sự phát triển của các ngành khoa học.

1.3.4. Từ vựng toán học (TVTH) và thuật ngữ toán học (TNTH)

1.3.4.1. Từ vựng toán học

Từ quan niệm từ vựng của NN thông thường, NCS cho rằng: “*TVTH là tập hợp các kí hiệu toán học, thuật ngữ toán học và mô hình trực quan (hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ, biểu bảng,...) được sử dụng trong toán học.*”

1.3.5.2. Thuật ngữ toán học

- TNTH là một bộ phận của thuật ngữ khoa học. Có thể hiểu: “*TNTH là những từ, cụm từ dùng để gọi tên chính xác của những khái niệm và đối tượng toán học*”.

- Đặc điểm của TNTH: Có tính xác định về nghĩa, đơn trị và duy nhất; tính hệ thống; tính trừu tượng; tính quốc tế; không mang sắc thái tu từ biểu cảm.

1.3.5. Phương diện ngữ nghĩa và cú pháp của ngôn ngữ toán học

Theo Nguyễn Bá Kim (1994): “Trong toán học, người ta phân biệt cái kí hiệu và cái được kí hiệu, cái biểu diễn và cái được biểu diễn. Nếu xem xét phương diện

những cái kí hiệu, những cái biểu diễn, đi vào cấu trúc hình thức và những qui tắc hình thức để xác định và biến đổi chúng thì đó là phương diện cú pháp. Nếu xem xét phương diện những cái được kí hiệu, những cái được biểu diễn, tức là đi vào nội dung, vào nghĩa của những cái kí hiệu, những cái biểu diễn thì đó là phương diện ngữ nghĩa”. *Cú pháp của NNTH được hiểu là các thuật toán, các qui tắc kết hợp một cách chặt chẽ, nghiêm ngặt các kí hiệu toán học, thuật ngữ toán học, các từ và cụm từ của NNTN để tạo thành biểu thức, mệnh đề, qui tắc, công thức... mang nội dung toán học với độ chính xác cao.*

Ví dụ: Ở tiểu học qui tắc kết hợp các kí hiệu: $10; =; -; 2; 12$ sẽ được kết hợp thành biểu thức toán học là: $12 - 2 = 10$; hoặc $12 - 10 = 2$ còn các kết hợp khác đều không phù hợp. Sự kết hợp này gọi là cú pháp. Hay là kí hiệu số 4, số 5 và dấu gạch ngang $-$; khi kết hợp với nhau tạo thành phân số $\frac{4}{5}$ hoặc $\frac{5}{4}$.

Trong dạy học Toán 4, Toán 5 khi đề cập đến phương diện cú pháp của NNTH tức là nhấn mạnh tính chính xác về mặt khoa học của nội dung toán học.

Ngữ nghĩa của NNTH được hiểu là nội dung, là nghĩa, là bản chất toán học của kí hiệu toán học, TNTH, mô hình được biểu thị nội dung toán học. Các kí hiệu toán học lại nối với nhau tạo thành một biểu thức, một mệnh đề, một phép toán,... biểu thị một nội dung toán học nhất định thể hiện mặt ngữ nghĩa của NNTH.

Ví dụ: Phân số $\frac{4}{5}$ về mặt ngữ nghĩa HS lớp 4 có thể hiểu rằng một đơn vị (tổng thể) được chia thành 5 phần bằng nhau, lấy 4 phần trong 5 phần bằng nhau hay là 4 phần 5; viết 4 trên gạch ngang, viết 5 dưới gạch ngang (4 trên 5), đọc là 4 phần 5 và 4 là tử số, 5 là mẫu số. Hay có thể hiểu phân số $\frac{4}{5}$ là thương của phép chia hai số tự nhiên (4 chia cho 5).

1.3.6. Mối quan hệ giữa ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học

Trong dạy học Toán, NNTN là cơ sở để hình thành và phát triển NNTH; NNTH và NNTN đều chứa đựng hai phương diện cần nghiên cứu; đó là ngữ nghĩa và cú pháp. Sự khác nhau cơ bản giữa NNTN và NNTH, đó là: NNTH đơn nghĩa, xác định; NN biến và có tính chất quốc tế; còn NNTN đa nghĩa.

Trong dạy học môn Toán người ta phải sử dụng đan xen các dạng NN: kí hiệu; mô hình (sơ đồ, biểu bảng,...); TNTH và NNTN.

1.3.7. Ngôn ngữ toán học với văn hóa toán học và các thao tác TD toán học

1.3.7.1. Văn hóa toán học

Từ quan niệm về VHTH của Nguyễn Cảnh Toàn, Bùi Văn Nghị, Trần Kiều,... NCS cho rằng: đặc trưng của VHTH là hệ thống tri thức, kĩ năng toán học cơ bản, cốt lõi, chuẩn tắc gắn với thực tế cuộc sống; là phương pháp TD đặc trưng toán học: thể hiện tính chặt chẽ, chính xác, lôgic; ngôn ngữ diễn đạt (NN nói và NN