

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

---

ĐỖ THỊ PHƯƠNG NGÀ

BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN  
NỬA AFFINE

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

---

ĐỖ THỊ PHƯƠNG NGA

**BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN  
NỬA AFFINE**

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Mã số: 60 46 01 12

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

Người hướng dẫn khoa học: PGS. TS. Nguyễn Năng Tâm

Thái Nguyên - 2014

# Mục lục

<b>Bảng kí hiệu</b> .....	<b>vi</b>
<b>Mở đầu</b> .....	<b>vii</b>
<b>Nội dung</b> .....	<b>1</b>
<b>Chương 1. Kiến thức chuẩn bị</b> .....	<b>1</b>
1.1. Không gian $\mathbb{R}^n$ .....	1
1.2. Giải tích lồi.....	2
1.3. Tính đồng dương cộng.....	5
1.4. Bài toán bù tuyến tính.....	7
<b>Chương 2. Bất đẳng thức biến phân nửa a-phin</b> .....	<b>12</b>
2.1. Bất đẳng thức biến phân a-phin.....	12
2.1.1. Định nghĩa.....	12
2.1.2. Sự tồn tại nghiệm.....	21
2.2. Bất đẳng thức biến phân nửa a-phin.....	38
2.2.1. Định nghĩa.....	38
2.2.2. Sự tồn tại nghiệm.....	39
2.2.3. Tính ổn định.....	43
<b>Kết luận</b> .....	<b>56</b>
<b>Tài liệu tham khảo</b> .....	<b>57</b>

# Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Nguyễn Năng Tâm.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành, sâu sắc tới PGS. TS. Nguyễn Năng Tâm, người đã luôn quan tâm, động viên và tận tình hướng dẫn về phương hướng, nội dung và phương pháp nghiên cứu trong quá trình thực hiện luận văn.

Nhân dịp này tác giả xin được gửi lời cảm ơn chân thành đến Ban giám hiệu trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên, phòng Sau đại học, Trường cao đẳng Kinh tế - Kỹ thuật Phú Thọ, đã tạo điều kiện thuận lợi trong quá trình tác giả học tập và nghiên cứu.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn tới gia đình, người thân đã động viên và tạo mọi điều kiện để tác giả có thể hoàn thành bản luận văn này.

Thái Nguyên, tháng      năm 2014

Tác giả

# Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan Luận văn là công trình nghiên cứu của riêng tôi dưới sự hướng dẫn trực tiếp của PGS. TS. Nguyễn Năng Tâm

Trong quá trình nghiên cứu, tôi đã kế thừa thành quả khoa học của các nhà khoa học với sự trân trọng và biết ơn.

Thái Nguyên, tháng      năm 2014

Tác giả

# Bảng kí hiệu

$\mathbb{R}$	tập hợp số thực
$\mathbb{R}^n$	không gian thực $n$ - chiều
$\mathbb{N}$	tập hợp số tự nhiên
$\text{Ker}T$	Hạt nhân của toán tử $T$
$\text{Ran}T$	Miền giá trị của toán tử $T$
$\text{Span}P$	Không gian con tuyến tính nhỏ nhất của $\mathbb{R}^n$ chứa $P$
$\text{Pr}_K(\cdot)$ hoặc $P_K(\cdot)$	Phép chiếu metric từ $\mathbb{R}^n$ vào một tập con lồi đóng $K \subset \mathbb{R}^n$

# Mở đầu

## 1. Lý do chọn đề tài

Bất đẳng thức biến phân là một bài toán đã được nghiên cứu rất nhiều. Nó có liên quan đến nhiều bài toán khác của toán học và của thực tế (bài toán tối ưu, bài toán bù, bài toán cân bằng...).

Một trong những bài toán bất đẳng thức biến phân được nghiên cứu nhiều đó là bài toán bất đẳng thức biến phân  $a$ -phin và bất đẳng thức biến phân nửa  $a$ -phin. Tuy chúng không phức tạp, nhưng bất đẳng thức biến phân  $a$ -phin và nửa  $a$ -phin là một trong những bài toán có cấu trúc đặc thù và chứa một số lớp bài toán quan trọng.

Do đó nghiên cứu về lớp các bài toán bất đẳng thức biến phân  $a$ -phin và nửa  $a$ -phin không những làm sáng tỏ nhiều vấn đề của bất đẳng thức biến phân tổng quát mà chúng còn cung cấp những công cụ mạnh cho các nhánh khác nhau của toán học. Vì vậy nó thu hút sự quan tâm của nhiều nhà toán học trên thế giới cũng như ở Việt Nam trong mấy chục năm qua. Đã có nhiều tác giả trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu những khía cạnh khác nhau của bất đẳng thức biến phân  $a$ -phin và nửa  $a$ -phin.

Sau khi được học những kiến thức về Toán ứng dụng, với mong muốn tìm hiểu sâu hơn về những kiến thức đã học, mối quan hệ của chúng với những kiến thức chưa biết và ứng dụng của chúng, được sự động viên của các thầy cô giáo, đặc biệt là sự động viên giúp đỡ của thầy Nguyễn

Năng Tâm, tôi đã chọn đề tài nghiên cứu: “Bất đẳng thức biến phân nửa a-phin”.

## 2. Mục đích nghiên cứu

- Tìm hiểu về một số kết quả liên quan đến bất đẳng thức biến phân a-phin, sự tồn tại nghiệm bất đẳng thức biến phân a-phin.
- Tìm hiểu về bất đẳng thức biến phân nửa a-phin, và dạng đặc biệt của nó là bài toán bù tuyến tính tổng quát.
- Tìm hiểu về sự tồn tại và tính ổn định nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân nửa a-phin.

## 3. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Trình bày khái niệm bất đẳng thức biến phân a-phin và nửa a-phin.
- Trình bày một số kết quả về sự tồn tại nghiệm của bất đẳng thức biến phân a-phin.
- Trình bày về sự tồn tại nghiệm của bất đẳng thức biến phân nửa a-phin và bài toán bù tuyến tính tổng quát.
- Trình bày tính ổn định nghiệm của bất đẳng thức biến phân nửa a-phin.

## 4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

- Đối tượng nghiên cứu: Bất đẳng thức biến phân nửa a-phin.



- Phạm vi nghiên cứu: Sự tồn tại và tính ổn định nghiệm của bất đẳng thức biến phân a-phin, nửa a-phin, và bài toán bù tuyến tính tổng quát.

## 5. Phương pháp nghiên cứu

- Sử dụng các phương pháp nghiên cứu của giải tích hàm, lý thuyết tối ưu.
- Tổng hợp kiến thức thu thập được qua những tài liệu liên quan đến đề tài.

## 6. Dự kiến các đóng góp của luận văn

- Nghiên cứu và làm rõ được sự tồn tại nghiệm của bất đẳng thức biến phân a-phin và nửa a-phin.
- Trình bày về tính ổn định của bất đẳng thức biến phân nửa a-phin.
- Trình bày sự tồn tại nghiệm của bài toán bù tuyến tính tổng quát.

# Chương 1

## Kiến thức chuẩn bị

Chương này giới thiệu và trình bày các kiến thức cơ bản về không gian  $\mathbb{R}^n$ , giải tích lồi, các khái niệm về đồng dương cộng, một số kiến thức về bất đẳng thức biến phân a-phin và bài toán bù tuyến tính, được áp dụng cho chương sau. Các kết quả trong chương này được lấy từ tài liệu [1],[3],[4],[9], [10].

### 1.1. Không gian $\mathbb{R}^n$

*Tích vô hướng* của hai véc tơ  $x = (x^1, \dots, x^n)$  và  $y = (y^1, \dots, y^n)$  trong  $\mathbb{R}^n$  được biểu thị bởi

$$\langle x, y \rangle = x^1 y^1 + \dots + x^n y^n.$$

*Chuẩn* của một véc tơ  $x \in \mathbb{R}^n$  được định nghĩa bởi

$$\|x\| = \langle x, x \rangle^{1/2}.$$

Cho  $x^0 \in \mathbb{R}^n$ ,  $\epsilon > 0$ , ta gọi tập

$$B(x^0, \epsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - x^0\| < \epsilon\}.$$

Là *hình cầu mở* trong  $\mathbb{R}^n$  có tâm tại  $x^0$ , bán kính  $\epsilon$ .

Tập  $U \subset \mathbb{R}^n$  gọi là *mở* nếu với mọi  $x^0 \in U$ , tồn tại  $\epsilon > 0$  sao cho  $B(x^0, \epsilon) \subset U$ .