

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH**

CHÊ THỊ KIM PHỤNG

**VỀ MỞ RỘNG PHÂN BẠC
CỦA NHÓM PHẠM TRÙ BỆN**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

NGHỆ AN - 2014

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH**

CHÉ THỊ KIM PHỤNG

**VỀ MỞ RỘNG PHÂN BẠC
CỦA NHÓM PHẠM TRÙ BÊN**

Chuyên ngành: Đại số và Lý thuyết số

Mã số: 62. 46. 01. 04

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

- 1. PGS. TS. NGUYỄN TIẾN QUANG**
- 2. PGS. TS. NGÔ SỸ TÙNG**

NGHỆ AN - 2014

LỜI CAM ĐOAN

Luận án này được hoàn thành tại Trường Đại học Vinh, dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Nguyễn Tiến Quang và PGS. TS. Ngô Sỹ Tùng. Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi và các đồng tác giả. Các kết quả trong luận án là trung thực, được các đồng tác giả cho phép sử dụng và chưa từng được ai công bố trước đó.

Tác giả

Chế Thị Kim Phụng

LỜI CẢM ƠN

Luận án này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Nguyễn Tiến Quang và PGS. TS. Ngô Sỹ Tùng. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Thầy Nguyễn Tiến Quang và Thầy Ngô Sỹ Tùng.

Tác giả xin cảm ơn NCS. Phạm Thị Cúc về sự cộng tác viết bài báo chung và thảo luận những bài toán có liên quan.

Trong quá trình hoàn thành luận án, tác giả đã nhận được sự quan tâm và góp ý của PGS. TS. Nguyễn Thành Quang, PGS. TS. Lê Quốc Hán, TS. Nguyễn Thị Hồng Loan, các thành viên trong Bộ môn Đại số, Khoa Sư phạm Toán học, Trường Đại học Vinh cùng các nhà khoa học và bạn bè đồng nghiệp. Tác giả xin chân thành cảm ơn về những sự giúp đỡ quý báu đó.

Tác giả xin được gửi lời cảm ơn tới:

- Khoa Sư phạm Toán học và Phòng Đào tạo Sau đại học, Trường Đại học Vinh,

- Khoa Toán - Ứng dụng, Trường Đại học Sài Gòn,

- Khoa Toán học, Trường Đại học Đồng Tháp,

đã hỗ trợ và tạo mọi điều kiện thuận lợi để tác giả hoàn thành nhiệm vụ của một nghiên cứu sinh.

Cuối cùng, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn tới gia đình và những người bạn thân thiết đã luôn giúp đỡ và động viên tác giả trong suốt quá trình học tập.

Chế Thị Kim Phụng

MỤC LỤC

Mục lục	1
Một số ký hiệu được dùng trong luận án	3
Bảng thuật ngữ	4
Sơ đồ mối liên hệ giữa các khái niệm	6
Mở đầu	7
1 Một số kiến thức chuẩn bị	16
1.1. Phạm trù monoidal	16
1.2. Nhóm phạm trù bện và phạm trù Picard	19
1.3. Nhóm phạm trù phân bậc	22
1.4. Đối đồng điều của các Γ -môđun	25
1.5. Nhóm phạm trù phân bậc bện và phạm trù Picard phân bậc	26
1.6. Kết luận của Chương 1	29
2 Hệ nhân tử trong các phạm trù Picard phân bậc	30
2.1. Hệ nhân tử lấy hệ tử trong phạm trù Picard	31
2.2. Hệ nhân tử lấy hệ tử trong phạm trù Picard $\int(M, N, h)$	35
2.3. Mở rộng Γ -môđun	41
2.4. Kết luận của Chương 2	46
3 Môđun chéo bện và nhóm phạm trù chặt chẽ bện	47
3.1. Môđun chéo bện và nhóm phạm trù chặt chẽ bện	48
3.2. Môđun chéo aben và phạm trù Picard chặt chẽ	55
3.3. Mở rộng aben kiểu môđun chéo aben	59
3.4. Kết luận của Chương 3	66
4 Γ-môđun chéo bện và nhóm phạm trù phân bậc chặt chẽ bện	67
4.1. Γ -môđun chéo bện và nhóm phạm trù phân bậc chặt chẽ bện	68
4.2. Mở rộng Γ -môđun kiểu Γ -môđun chéo aben	77
4.3. Kết luận của Chương 4	84

5	Mở rộng nhóm đẳng biến và nhóm phạm trù phân bậc chặt chẽ	85
5.1.	Nhóm phạm trù phân bậc chặt chẽ	86
5.2.	Hạt nhân đẳng biến	87
5.3.	Phân lớp các mở rộng nhóm đẳng biến là mở rộng tâm	90
5.4.	Hợp thành của nhóm phạm trù phân bậc với Γ -đồng cấu	93
5.5.	Kết luận của Chương 5	96
	Kết luận chung	97
	Danh mục công trình liên quan trực tiếp đến luận án	98
	Tài liệu tham khảo	99
	Chỉ mục	103

MỘT SỐ KÝ HIỆU

ĐƯỢC DÙNG TRONG LUẬN ÁN

Ký hiệu	Nghĩa
AbCross	phạm trù các môđun chéo aben
BrCross	phạm trù các môđun chéo bện
$\text{Dis } M$	phạm trù rời rạc
$\Delta(\mathcal{F})$	mở rộng tích chéo của hệ nhân tử \mathcal{F}
$\text{Ext}(\Pi, A)$	tập các lớp tương đương các mở rộng nhóm của A bởi Π
(F, \tilde{F}, F_*)	hàm tử monoidal
\mathcal{G}	nhóm phạm trù phân bậc
$\int_{\Gamma}(M, N, h)$	nhóm phạm trù Γ -phân bậc kiểu (M, N, h)
$\text{Hom}[\mathcal{C}, \mathcal{C}']$	tập các lớp đồng luân của các hàm tử từ \mathcal{C} đến \mathcal{C}'
$\text{Hom}(X, Y)$	tập các mũi tên từ vật X đến vật Y
H_{ab}^n	nhóm đối đồng điều aben thứ n của nhóm
H_s^n	nhóm đối đồng điều đối xứng thứ n của nhóm
$H_{\Gamma, ab}^n$	nhóm đối đồng điều aben thứ n của các Γ -môđun
$H_{\Gamma, s}^n$	nhóm đối đồng điều đối xứng thứ n của các Γ -môđun
id_X	mũi tên đồng nhất của vật X
\mathcal{M}	(Γ) -môđun chéo bện (aben)
$\text{Mor}(\mathcal{C})$	tập các mũi tên của phạm trù \mathcal{C}
$\text{Ob}(\mathcal{C})$	tập các vật của phạm trù \mathcal{C}
\mathbb{P}	nhóm phạm trù bện
$\int(M, N, h)$	nhóm phạm trù bện kiểu (M, N, h)
\mathcal{P}	nhóm phạm trù phân bậc bện
$\pi_0(\mathcal{C})$	tập các lớp vật đẳng cấu của phạm trù \mathcal{C}
$\pi_1(\mathcal{C}) = \text{Aut}(I)$	tập các tự mũi tên của vật đơn vị I
$\mathbb{P}(h)$	phạm trù thu gọn của phạm trù \mathbb{P}
$\text{Red } N$	phạm trù thu gọn
Z_{ab}^n	nhóm các n -đối chu trình aben của nhóm
$Z_{\Gamma, ab}^n$	nhóm các n -đối chu trình aben của các Γ -môđun
$Z_{\Gamma, s}^n$	nhóm các n -đối chu trình đối xứng của các Γ -môđun
Z_s^n	nhóm các n -đối chu trình đối xứng của nhóm
\square	kết thúc chứng minh

BẢNG THUẬT NGỮ

Tiếng Việt

cản trở
 định lý phân lớp
 đối đồng điều đối xứng
 Γ -môđun chéo
 Γ -môđun chéo aben
 Γ -môđun chéo bện
 Γ -môđun chéo đối xứng
 giả hàm tử
 hàm tử monoidal
 hàm tử monoidal đối xứng
 hạt nhân đẳng biến
 hệ nhân tử
 lý thuyết cản trở
 lý thuyết Schreier
 môđun chéo
 môđun chéo aben
 môđun chéo bện
 môđun chéo đối xứng
 môđun chéo đẳng biến
 môđun chéo đẳng biến aben
 môđun chéo đẳng biến bện
 môđun chéo đẳng biến đối xứng
 mở rộng Γ -môđun
 mở rộng nhóm đẳng biến
 mở rộng tâm
 nhóm phạm trù
 nhóm phạm trù bện
 nhóm phạm trù phân bậc bện
 nhóm phạm trù chặt chẽ
 nhóm phạm trù đối xứng

Tiếng Anh

obstruction
 classification theorem
 symmetric cohomology
 Γ -crossed module
 abelian Γ -crossed module
 braided Γ -crossed module
 symmetric Γ -crossed module
 pseudofunctor
 monoidal functor
 symmetric monoidal functor
 equivariant kernel
 factor set
 obstruction theory
 Schreier theory
 crossed module
 abelian crossed module
 braided crossed module
 symmetric crossed module
 equivariant crossed module
 abelian equivariant crossed module
 braided equivariant crossed module
 symmetric equivariant crossed module
 Γ -module extension
 equivariant group extension
 central extension
 categorical group
 braided categorical group
 braided graded categorical group
 strict categorical group
 symmetric categorical group

nhóm phạm trù phân bậc đối xứng	symmetric graded categorical group
nhóm phạm trù phân bậc	graded categorical group
nhóm phạm trù phân bậc chặt chẽ	strict graded categorical group
nhóm phạm trù phân bậc chặt chẽ bện	braided strict graded cate-group
phạm trù monoidal	monoidal category
phạm trù monoidal đối xứng	symmetric monoidal category
phạm trù Picard	Picard category
phạm trù Picard chặt chẽ	strict Picard category
phạm trù Picard phân bậc	graded Picard category
phạm trù Picard phân bậc chặt chẽ	strict graded Picard category
phạm trù tenxơ bện	braided tensor category
phép biến đổi tự nhiên	natural transformation
ràng buộc	constraint
ràng buộc đơn vị	unit constraint
ràng buộc giao hoán	commutativity constraint
ràng buộc kết hợp	associativity constraint
tích chéo	crossed product
tương đương monoidal	monoidal equivalence

SƠ ĐỒ MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC KHÁI NIỆM

